Name:_____ ***Datum:_____***

Kurvendiskussion Exponentialfunktionen - Anwendungsaufgabe 2 Lösung

b) $h(2) = 8 \cdot e^{-1} \approx 2{,}94$; 2 Tage nach Beginn des Anstiegs beträgt der Pegelstand 2,94m.

c) Nach etwa 3 Tagen und nach etwa 5,2 Tagen liegt der Pegel bei 4,0m

(Genäherte berechnete (DERIVE) Werte: 2,976 und 5,236)

d) $h'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t = 0 \,(\text{da } e^x > 0 \forall x \in \text{IR}) \Leftrightarrow t \cdot (-t + 4) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 4$

Mit $h''(0) = 4 > 0$ und $h''(4) = -4 \cdot e^{-2} < 0$ und $h(4) = 32 \cdot e^{-2} \approx 4{,}33$ folgt: nach 4 Tagen ist der höchste Wasserstand mit einer Höhe von 4,33m erreicht.

e) $4{,}33 / 2{,}94 \approx 1{,}5$; der höchste Wasserstand liegt rund 50% höher als der Wasserstand 2 Tage nach Beginn des Anstiegs.

f) Entweder man bestimmt die Nullstellen des Terms $h''(t)$, oder aber man bestätigt durch Einsetzen, dass $4 - \sqrt{8}$ eine Nullstelle von $h''(t)$ ist. Es wird die 1. Variante vorgestellt.

$$h''(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2}{2} - 4t + 4 = 0 \,(\text{da } e^x > 0 \forall x \in \text{IR}) \Leftrightarrow (t-4)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4 + \sqrt{8} \vee t = 4 - \sqrt{8}$$

Da $h'''(4 + \sqrt{8}) \approx 0{,}093$ und $h'''(4 - \sqrt{8}) \approx -1{,}6$ ist, liegen an beiden Stellen Wendestellen. Am Graphen erkennt man, dass dieser an der Stelle $4 - \sqrt{8}$ steigt, sodass an dieser Stelle die Steigung maximal sein muss. Mit $4 - \sqrt{8} \approx 1{,}17$ folgt: Nach etwa1,17 Tagen oder einem Tag und 4 Stunden ist der Anstieg am stärksten.

g) $h'(4 - \sqrt{8}) \approx 1{,}845$; zum Zeitpunkt des stärksten Anstiegs des Pegels steigt das Wasser um etwa 1,8 Meter pro Tag.

h) $1{,}845 \frac{\text{m}}{\text{d}} = 1{,}845 \frac{\text{m}}{24\,\text{h}} \approx 0{,}077 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 7{,}7 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$; zum Zeitpunkt des stärksten Anstiegs steigt das Wasser um etwa 8cm pro Stunde.

i) Siehe Aufgabenteil **f)**: $4 + \sqrt{8}$ ist eine Wendestelle, wobei am Graphen zu erkennen ist, dass hier der Graph fällt, sodass an dieser Stelle der Abfall des Wasserstandes maximal ist.

j) $h'(4 + \sqrt{8}) \approx -0{,}635$; $0{,}635 / 24 \approx 0{,}0265$ zum Zeitpunkt des stärksten Abfalls des Wasserpegels fällt dieser um etwa 2,7cm pro Stunde. Mit $h(4 + \sqrt{8}) \approx 3{,}068$ (Wasserstand in Meter) und $0{,}0265 / 3{,}068 \approx 0{,}86\%$ folgt: zum Zeitpunkt des größten Abfalls sinkt der Wasserspiegel pro Stunde um etwa 0,86%.