Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 1**

B 1.0 Ein Startkapital y_0 € ($y_0 \in \mathbb{R}^+$) wird mit Zinseszinsen angelegt. In x Jahren wird bei einer Verzinsung von p% ($p \in \mathbb{R}^+$) ein Kapital y € angespart, das man mit folgender Gleichung berechnen kann:

$$y = y_0 \cdot (1 + \frac{p}{100})^x .$$

Diese Gleichung legt bezüglich $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ eine Funktion f fest.

B 1.1 Herr Franke plant als Ausbildungshilfe für seine Tochter ein Kapital von 1 250 € möglichst gewinnbringend anzulegen. Seine Hausbank bietet ihm eine Anlage bei 6% Verzinsung. Geben Sie die Gleichung der zugehörigen Funktion f_1 an. Tabellarisieren Sie f_1 mit $x \in [0; 20]$ und $\Delta x = 4$ auf Ganze gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen von f_1 in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Auf der x-Achse: 1 cm für 2 Jahre; $0 \leqq x \leqq 22$

Auf der y-Achse: 1 cm für 1 000 €; $0 \leqq y \leqq 5000$

B 1.2 Im Internet findet Herr Franke ein Angebot zur Geldanlage bei einer Verzinsung von 8,5% mit einer einmaligen Gebühr von 250 €, die bei Vertragsabschluss vom Startkapital abgezogen wird.
Zeigen Sie, dass dieses Angebot durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 1000 \cdot 1{,}085^x$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$) beschrieben wird.
Berechnen Sie sodann auf Cent gerundet, um wie viel das angesparte Kapital bei einer geplanten Laufzeit von 18 Jahren höher wäre als beim Angebot von Herrn Frankes Hausbank.

B 1.3 Welchen Zinssatz (auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet) müsste Herr Franke mit seiner Hausbank aushandeln, so dass er nach 18 Jahren Laufzeit das gleiche angesparte Kapital wie beim Internetangebot zu erwarten hätte?

B 1.4 Berechnen Sie, im Laufe des wievielten Jahres nach Vertragsabschluss Herr Franke bei beiden Angeboten das gleiche Kapital angespart hätte.

B 1.5 Der Kundenberater der Hausbank unterbreitet Herrn Franke ein weiteres Angebot. Er kann beim ersten Angebot nach 10 Jahren sein bis dahin angespartes Kapital durch eine einmalige Zahlung von z € aufstocken, so dass er bis zum Ende der geplanten Laufzeit von 18 Jahren das gleiche Kapital wie beim Internetangebot erzielen würde. Berechen Sie z auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 2**

B 2.0 Die Pfeile $\overrightarrow{PQ_n} = \begin{pmatrix} 2\cos\varphi + 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{PR_n} = \begin{pmatrix} 3\cos\varphi - 2 \\ 12\sin^2\varphi \end{pmatrix}$ mit $P(2|\ -1)$ spannen für $\varphi \in [20°;180°]$ Dreiecke PQ_nR_n auf.

B 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile $\overrightarrow{PQ_1}$ und $\overrightarrow{PR_1}$ für $\varphi = 55°$ sowie $\overrightarrow{PQ_2}$ und $\overrightarrow{PR_2}$ für $\varphi = 135°$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
Zeichnen Sie sodann die zugehörigen Dreiecke PQ_1R_1 und PQ_2R_2 in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 6$; $-2 \leqq y \leqq 12$

B 2.2 Zeigen Sie, dass sich die Koordinaten der Punkte R_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lassen: $R_n(3\cos\varphi \,|\, 12\sin^2\varphi - 1)$.
Bestimmen Sie sodann die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte R_n und zeichnen Sie p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

B 2.3 Unter den Dreiecken PQ_nR_n gibt es zwei rechtwinklige Dreiecke PQ_3R_3 und PQ_4R_4 mit den Hypotenusen $[PR_3]$ bzw. $[PR_4]$.
Ermitteln Sie rechnerisch die zugehörigen Winkelmaße φ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

B 2.4 Im Dreieck PQ_5R_5 liegt der Mittelpunkt M_5 der Dreiecksseite $[Q_5R_5]$ auf der y-Achse. Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $Q_n(2\cos\varphi + 3 \,|\, 2)$]

Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt E und es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{AE} = 2{,}5\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 6\text{ cm}$.
Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E der Grundfläche ABCD mit $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\gamma = 53{,}13°$]

B 3.2 Zur Grundfläche parallele Ebenen schneiden die Pyramidenkanten [AS] in Punkten P_n, [BS] in Q_n, [CS] in R_n und [DS] in T_n sowie die Pyramidenhöhe [ES] in F_n. Der Punkt E ist die Spitze von Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$. Der Winkel R_nES hat das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $P_1Q_1R_1T_1E$ für $\varphi = 65°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

B 3.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass man die Kantenlänge $\overline{ER_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gerundet wie folgt darstellen kann:

$$\overline{ER_n}(\varphi) = \frac{6}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm}$$

Geben Sie sodann das Maß φ_0 an, so dass die Kante $[ER_0]$ am kürzesten ist.

B 3.4 Zeigen Sie, dass für die Höhen $\overline{EF_n}(\varphi)$ sowie für die Diagonalenlängen $\overline{P_nR_n}(\varphi)$ der Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{EF_n}(\varphi) = \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm} \quad \text{und} \quad \overline{P_nR_n}(\varphi) = \left(10 - \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\right)\text{cm}$$

B 3.5 Bei der Pyramide $P_2Q_2R_2T_2E$ ist die Seitenkante $[ER_2]$ genauso lang wie die Diagonale $[P_2R_2]$.
Berechnen Sie das zugehörige Maß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)