Schriftliche Abiturprüfung 2001

Fach : Mathematik

Prüfungsart: 3. Prüfungsfach **Abendgymnasium**

4. Prüfungsfach **Freie Waldorfschule**

Dauer: 3,5 Stunden

Hilfsmittel: Zugelassene Formelsammlung, zugelassener Taschenrechner

*** Die Aufgaben umfassen 2 Seiten ***

Aufgabe 1

1. Gegeben ist die Funktionenschar

$$f_a: \ D \to IR \ ; \ x \mapsto (x+a)\cdot e^{-\frac{1}{2}x} \quad \text{mit} \quad a \in IR.$$

Bestimmen Sie die Funktion der Schar, die bei $x = -1$ eine Extremstelle hat.

2. Diskutieren Sie die Funktion

$$f: D \to IR \ ; \ x \mapsto (x+3)\cdot e^{-\frac{1}{2}x}.$$

3.1 Zeigen Sie: $F(x) = (-2x-10)\cdot e^{-\frac{1}{2}x}$ ist die Gleichung einer Stammfunktion von f.

3.2 Der Graph von f und die beiden Koordinatenachsen begrenzen im ersten Quadranten eine ins Unendliche reichende Fläche. Untersuchen Sie, ob diese Fläche ein endliches Maß besitzt und geben Sie es gegebenenfalls an.

4. Die Wendetangente der Funktion f und die Koordinatenachsen schließen ein Dreieck ein. Berechnen Sie den Inhalt des Dreiecks.

Aufgabe 2

2. Gegeben sind die Punkte A(– 3| 4 | 1), B(1 | 8 | – 1), C(5 | 6 | 3) und die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

2.1 Die Ebene e enthält den Punkt A und ist orthogonal zur Geraden g. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene e.

2.2 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes M der Geraden g und der Ebene e: $x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 13 = 0$.

2.3 Zeigen Sie, dass M auch der Mittelpunkt der Stecke $\overline{AC}$ ist.

---

letzte Seite

2.4 Die Strecke $\overline{AC}$ ist die Diagonale eines Quadrats, das in der Ebene e liegt. Zeigen Sie, dass B ein Eckpunkt dieses Quadrats ist.

2.5 Das Quadrat ABCD ist die Grundfläche einer senkrechten Pyramide mit dem Rauminhalt 108 Volumeneinheiten. Bestimmen Sie die Koordinaten der Spitze S der senkrechten Pyramide (2 Lösungen).

2.6 Berechnen Sie im Dreieck ABS mit $S(4 \mid -1 \mid -4)$ das Maß des Innenwinkels im Punkt S.

Aufgabe 3

1. Der Schüler Knut-Erwin ist stolzer Besitzer eines älteren Kleinbusses, dessen Motor leider bei jedem Halt mit 40%iger Wahrscheinlichkeit ausgeht.

1.1 Auf dem Weg zur Schule kommt Knut-Erwin an 12 Ampeln vorbei, die im ungünstigsten Fall, den wir im Folgenden annehmen wollen, alle auf Rot stehen, d. h. ihn zum Anhalten zwingen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Motor auf dem Weg zur Schule
(a) an jeder Ampel neu gestartet werden muss;
(b) an genau der Hälfte der roten Ampeln durchhält?

1.2 Wie viele rote Ampeln müsste die Strecke wenigstens haben, damit der Motor mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal ausginge?

2. Der Kleinbus hat einschließlich Fahrersitz 8 Plätze (Fahrer- und Beifahrersitz, dahinter zwei Reihen mit je drei Plätzen).

2.1 Auf wie viele verschiedene Arten können 8 Personen die Sitzplätze des Busses besetzen?

2.2 Die Pausen verbringt Knut-Erwin mit 3 Mitschülerinnen und 4 Mitschülern in seinem Bus. Da sie das Auto lediglich als Aufenthaltsraum nutzen, besetzen sie die Plätze zufällig.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit
(a) befindet sich Knut-Erwin hinter dem Steuer?
(b) befindet sich Knut-Erwin in der letzen Reihe?
(c) sitzen die 3 Schülerinnen in der letzten Reihe?