

## Schriftliche Abiturprüfung – Grundkursfach – Mathematik

**Inhaltsverzeichnis**

Vorwort.....	1
Material für den Prüfungsteilnehmer .....	2
Allgemeine Arbeitshinweise .....	2
Prüfungsinhalt.....	2
Pflichtaufgaben.....	2
Teil A: Analysis.....	2
Teil B: Geometrie / Algebra .....	3
Teil C: Stochastik .....	3
Teil D: Wahlaufgaben .....	4
Aufgabe D 1: Analysis .....	4
Aufgabe D 2: Geometrie / Algebra .....	5
Lösungsvorschläge.....	6
Teil A.....	6
Teil B.....	6
Teil C.....	9
Teil D1.....	10
Teil D2.....	10

**Vorwort**

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

*Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2004, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver ([www.sachsen-macht-schule.de](http://www.sachsen-macht-schule.de)) veröffentlicht wurden.*

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/**83**/**83+**) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter [www.sn.schule.de/~matheabi](http://www.sn.schule.de/~matheabi) dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: [www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf](http://www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf).
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem **Sächsischen Schulserver** veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: **F. Müller** ([mathe@oskar-reime-gymnasium.de](mailto:mathe@oskar-reime-gymnasium.de)) – Mathe-Lehrer.  
Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 31.05.04.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

## Material für den Prüfungsteilnehmer

### Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt **240 Minuten**.

**Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.**

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B und C** sowie dem **Wahlteil D**. Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.

Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.

Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

**Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabedaten berechnet.**

Insgesamt sind 60 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon

- im Teil A 25 BE,
- im Teil B 15 BE,
- im Teil C 10 BE,
- im Teil D 10 BE.

### Erlaubte Hilfsmittel:

- 1 Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- 1 grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) ohne Computer-Algebra-System
- 1 Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele (im Unterricht eingeführt)
- Zeichengeräte
- beiliegende „Materialien für Aufgaben zur Stochastik“<sup>1</sup>

### Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
60 BE	60-58	57-55	54-52	51-49	48-46	45-43	42-40	39-37	36-34	33-31	30-28	27-25	24-21	20-17	16-13	12-0

## Prüfungsinhalt

### Pflichtaufgaben

#### Teil A: Analysis

Gegeben ist die Funktion  $f$  durch  $y = f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - \frac{9}{4}}$  ( $x \in \mathbf{D}_f$ ).

- a) Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion  $f$ , ihre Nullstellen und die Polstellen an.  
 Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f$  auf Symmetrie.  
 Begründen Sie mithilfe der ersten Ableitung der Funktion  $f$ , dass der Graph der Funktion  $f$

<sup>1</sup> Diese werden hier nicht wiedergegeben. Sie enthalten zumeist eine Tabelle zur Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Manchmal eine Tabelle zur Summenfunktion der Binomialverteilung. Beides kann durch Verwendung des GTR leicht ersetzt werden. Die Tabellen finden Sie im Inhalt der Online-Ausgabe dieses Textes [www.sn.schule.de/~matheabi](http://www.sn.schule.de/~matheabi).

höchstens einen lokalen Extrempunkt besitzt.

Geben Sie die Koordinaten des Extrempunktes und dessen Art an. Erreichbare BE-Anzahl: 10

b) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion  $f$  auf zur  $x$ -Achse parallele Asymptoten.

Geben Sie den Wertebereich der Funktion  $f$  an. Erreichbare BE-Anzahl: 3

c) Die bei den Tangenten an den Graphen der Funktion  $f$  in den Punkten  $S_1(0;f(0))$  und  $S_2(3;f(3))$  sowie die  $y$ -Achse begrenzen eine Dreiecksfläche vollständig.

Weisen Sie nach, dass das Dreieck nicht gleichschenkelig ist. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) Der Graph der Funktion  $f$ , die Gerade mit der Gleichung  $y = 5$  und die  $y$ -Achse begrenzen im ersten Quadranten eine Fläche vollständig.

Ermitteln Sie einen Näherungswert für den Inhalt dieser Fläche. Erreichbare BE-Anzahl: 3

Die Funktion  $f$  wird im Intervall  $0 \leq x \leq 3/2$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) durch eine quadratische Funktion  $p_a$  der Form  $y = p_a(x) = ax^2 + 4$  ( $x \in \mathbf{D}_{p_a}$ ;  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a > 0$ ) ersetzt.

e) Weisen Sie nach, dass  $R_a(\frac{1}{\sqrt{a}}; 5)$  ein Schnittpunkt des Graphen der Funktion  $p_a$  mit der Geraden  $y = 5$  ist.

Betrachtet wird nun die Fläche, die vom Graphen der Funktion  $p_a$ , der Geraden  $y = 5$  und der  $y$ -Achse im ersten Quadranten vollständig begrenzt wird.

Ermitteln Sie den Wert  $a$ , für den der Inhalt dieser Fläche 0,5 beträgt. Erreichbare BE-Anzahl: 5

### Teil B: Geometrie / Algebra

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(2;12;-2)$ ,  $B(4;6;1)$ ,  $C(10;3;3)$  und  $M(6; 15/2; 1/2)$  gegeben.

a) Weisen Sie nach, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig und stumpfwinklig ist.

Stellen Sie das Dreieck  $ABC$  in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

Begründen Sie, dass es mehr als einen Punkt  $P$  gibt, so dass die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $P$  (nicht notwendigerweise in dieser Reihenfolge) Eckpunkte eines Parallelogramms sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 6

b) Es gibt genau einen Punkt  $P$ , so dass das Viereck  $ABCP$  ein Rhombus ist.

Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Punktes  $P$ .

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Rhombus.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

c) Zeigen Sie, dass die Punkte  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $M$  in ein und derselben Ebene liegen.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

d) Für jedes  $a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) ist eine Gerade  $g_a$  durch  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2a \\ 13 \\ -3 \end{pmatrix}$  ( $t \in \mathbb{R}$ ) gegeben.

Geben Sie den Wert  $a$  an, für den der Punkt  $M$  auf der Geraden  $g_a$  liegt.

Es gibt genau eine Gerade  $g_a'$  die senkrecht zur Geraden  $g_5$  verläuft.

Berechnen Sie den Wert  $a$ .

Erreichbare BE-Anzahl: 3

### Teil C: Stochastik

Bei einer "Siebener-Wette" tippt man den Ausgang von sieben aufeinanderfolgenden Zufallsexperimenten. Jedes dieser Zufallsexperimente hat genau die drei verschiedenen Ergebnisse 0, 1 und 2, die alle gleichwahrscheinlich sind. Beim Tippen wird auf einem Schein (siehe nebenstehendes Beispiel) für jedes Zufallsexperiment genau eine der Zahlen angekreuzt.

a) Geben Sie die Anzahl aller Möglichkeiten zum Ausfüllen des Tippscheines an.

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass auf einem Schein alle Ergebnisse richtig getippt wurden.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:  
 Ereignis A: Genau zwei Ergebnisse sind richtig angekreuzt.  
 Ereignis B: Höchstens vier Ergebnisse sind falsch angekreuzt. Erreichbare BE-Anzahl: 3
- c) Für die "Siebener-Wette" wird folgender Auszahlungsplan vorgeschlagen:  
 Der Einsatz pro Tippschein beträgt 1 €.
  - Für weniger als 5 Richtige erfolgt keine Auszahlung.
  - Für 5 Richtige werden 2 € ausgezahlt.
  - Für 6 Richtige werden 10 € ausgezahlt.
  - Für 7 Richtige werden 1000 € ausgezahlt.
 Berechnen Sie, welchen Gewinn der Veranstalter der "Siebener-Wette" bei 1 000 gespielten Tippscheinen erwarten kann. Erreichbare BE-Anzahl: 3
- d) Ein anderer Veranstalter bietet eine "Dreier-Wette" an.  
 Diese erfolgt in gleicher Art wie die "Siebener-Wette", beinhaltet jedoch nur drei Zufallsexperimente.  
 Entwickeln Sie einen Auszahlungsplan der "Dreier-Wette", so dass diese bei einem Einsatz von 1 € als fair betrachtet werden kann. Erreichbare BE-Anzahl: 2

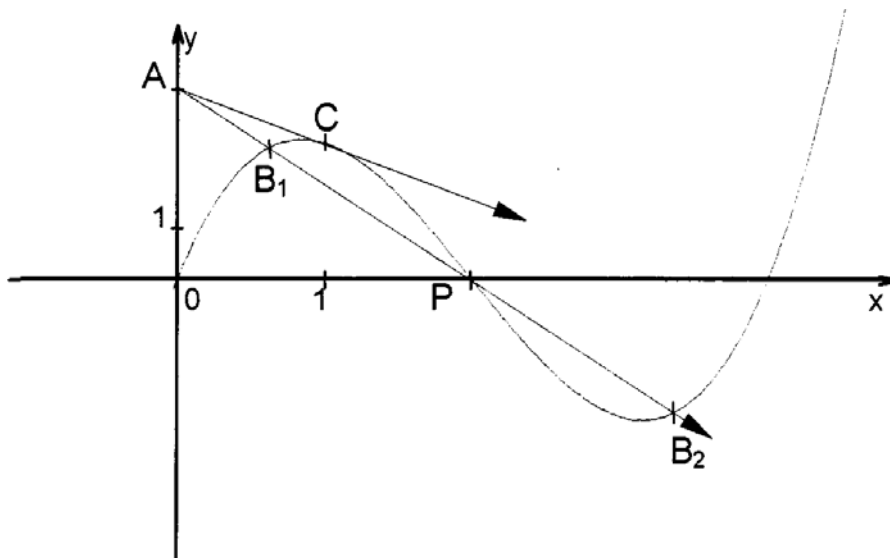
**Teil D: Wahlaufgaben**

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

**Aufgabe D 1: Analysis**

Eine Stadtverwaltung plant die Gestaltung einer Parkanlage, wobei zwei vorhandene Straßen und ein Flusslauf einbezogen werden sollen.

In einem kartesischen Koordinatensystem verläuft die Straße 1 im betrachteten Abschnitt auf der Geraden mit der Gleichung  $y = 0$ , die Straße 2 auf der Geraden mit der Gleichung  $x = 0$ .



Die Straßen- und Flussbreite wird in der Planungsskizze vernachlässigt.  
 Eine Längeneinheit beträgt 100 Meter.

Der Flusslauf kann im Bereich  $0 \leq x \leq 4$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) näherungsweise durch den Graphen der Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$  beschrieben werden.

- a) Die Straße 1 und der Flusslauf schließen genau zwei Teilflächen ein.  
 Zeigen Sie, dass beide Teilflächen den gleichen Flächeninhalt haben und geben Sie diesen Flächeninhalt in Hektar an. Erreichbare BE-Anzahl: 4

- b) Im Punkt  $A(0; 4)$  der Straße 2 befindet sich eine Bushaltestelle. Von dieser Haltestelle aus sollen zwei geradlinig verlaufende Wege (Rad- und Fußweg) angelegt werden.  
 Der Radweg kreuzt den Flusslauf in den Punkten  $B_1, P(2; 0)$  und  $B_2$ .  
 Ermitteln Sie die Länge des Radweges zwischen den Punkten  $B_1$  und  $B_2$  in Metern.  
 Der Fußweg tangiert den Flusslauf im Bereich  $0 < x < 2$ . Am Berührungspunkt C ist eine Bootsanlegestelle geplant.  
 Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes C. Erreichbare BE-Anzahl: 6

**Aufgabe D 2: Geometrie / Algebra**

Parasailing ist eine Freizeitaktivität, bei der Personen von einem Motorboot aus mithilfe eines Fallschirms durch den Fahrtwind in die Luft bewegt werden.



Bei solchen Aktivitäten passiert ein Boot mit einer konstanten Geschwindigkeit von von 60 Kilometern pro Stunde einen Punkt A und fährt mit dieser Geschwindigkeit geradlinig in Richtung eines Punktes B.

Der Sportler am Fallschirm ist durch ein 200 Meter langes, geradlinig verlaufendes Seil mit dem Boot verbunden.

Die Punkte A und B haben in einem kartesischen Koordinatensystem die Koordinaten  $A(0; 0; 0)$  und  $B(6,6; 8,8; 0)$ . Eine Längeneinheit entspricht einem Kilometer, die z-Koordinate beschreibt die Höhe über der Wasseroberfläche.

- a) Berechnen Sie, wie viele Minuten das Boot vom Punkt A bis zum Punkt B benötigen würde. Erreichbare BE-Anzahl: 2
- b) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes, in dem sich das Boot zwei Minuten nach Passieren des Punktes A befindet.  
 Berechnen Sie die Höhe des Sportlers über der Wasseroberfläche, wenn das Seil mit der Wasseroberfläche einen Winkel von  $30^\circ$  bildet. (Die Bootshöhe kann vernachlässigt werden.) Erreichbare BE-Anzahl: 4

- c) Im Punkt  $C(2,4; 3,2; 0)$  schwenkt das Boot (bei gleich bleibender Geschwindigkeit) von der Fahrtlinie AB ab und begibt sich auf eine Kreisbahn mit einem Radius von 500 Metern, wobei die Gerade durch die Punkte A und B eine Tangente an dem Kreis ist, auf dem sich die Kreisbahn befindet. Von dieser Kreisbahn aus fährt das Boot auf einer wiederum den Kreis tangierenden geraden Fahrtlinie direkt zum Punkt A zurück (siehe Skizze).

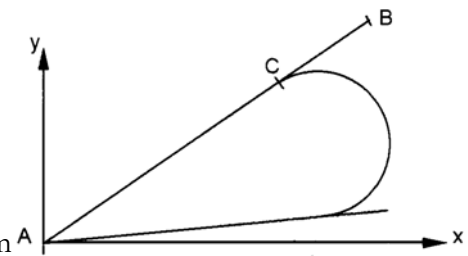


Abbildung 1: Skizze (nicht maßstäblich)

Berechnen Sie die Länge des Weges, den das Boot vom Punkt C bis zum Punkt A zurücklegt.

Erreichbare BE-Anzahl: 4

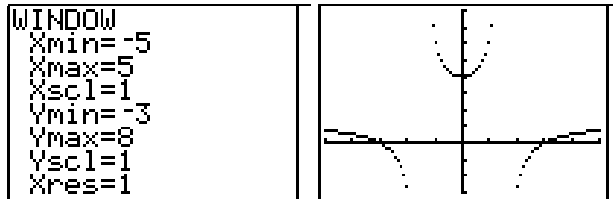
# Lösungsvorschläge

## Teil A

a) Ein wenig Vereinfachung (Anwendung von Binom und Bruchrechnung) könnte der Funktion nicht

schaden: 
$$f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-\frac{9}{4}} = 4 \cdot \frac{(x^2-9)}{4x^2-9} = \frac{4 \cdot (x-3) \cdot (x+3)}{(2x-3) \cdot (2x+3)}$$

Ein erster Überblick liefert mit  $Y1 = (X^2 - 9) / (X^2 - 2.25)$ :



Nullstellen:  $x_{0/2} = \pm 3$ : wegen  $x_{01} - 3 = 0$  und  $x_{02} + 3 = 0$

Polstellen:  $x_{p/2} = \pm 1,5$ : wegen  $2x_{p1} - 3 = 0$  und  $2x_{p2} + 3 = 0$

Definitionsbereich:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1,5\}$

Ansatz für Untersuchung auf Symmetrie:  $f(x) = f(-x)$  wegen  $x^2 = (-x)^2$

Aussage zur Symmetrie: ist achsensymmetrisch

Ansatz für 1. Ableitung: Quotientenregel

1. Ableitung: 
$$f'(x) = \frac{216x}{(4x^2-9)^2}$$

Begründung:  $f(x_E) = 0$  hat nur eine Lösung, denn  $216x = 0$  ist eine lineare Gleichung (und die Funktion hat keine in Frage kommenden Ränder)

Koordinaten des Extrempunktes:  $P_E(0 | 4)$

Art des Extremums:  $f''(x) \underset{GTR}{=} \frac{8}{3}$  mit  $f''$ : nDerive (nDerive (Y1, X, X), X, 0)  $\rightarrow 2.666$

b) Untersuchung zur Asymptote: 
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{x^2 \cdot (1 - \frac{9}{x^2})}{x^2 \cdot (1 - \frac{9}{4x^2})} \right) = 1$$

Aussage zur Asymptote:  $y = 1$

Wertebereich:  $W_f = \mathbb{R} \setminus \{y \mid 1 \leq y < 4\}$

3 BE

c) Aussage zur Tangente im Punkt  $S_1$ :  $y = 4$ , da  $S_1 = P_E$

Aussage zur Tangente im Punkt  $S_2$ :  $y = \frac{8}{9}x - \frac{8}{3}$  (z. B. mit GTR-Programm)

Nachweis (2 BE)

Da ein Winkel im Dreieck  $90^\circ$  ist und der Anstieg in  $S_2$  nicht 1 ist, kann das Dreieck auch nicht gleichschenkelig sein. Kürzer:  $f'(3) \neq 1$  ist das Dreieck nicht gleichschenkelig

d) Schnittstelle der Geraden  $y = 5$  und des Graphen der Funktion  $f$

Vorgehen:  $f(x_p) = 5$  und  $A = \int_0^{x_p} 5 - f(x) dx$

GTR: solver und math - fnInt

<code>V1-5=0 X=1 bound=(-1e99,1...</code>	<code>V1-5=0 X=.749999999999... bound=(-1e99,1... left-rt=0</code>	<code>fnInt(5-V1,X,0,.. 75 .5281223505</code>
---	--	---

Ansatz für Flächeninhalt  
Flächeninhalt:  $A \approx 0,53$

3 BE

- e) Ansatz für Nachweis:  $p_a(1/\sqrt{a}) = a/a + 4 = 5$   
Nachweis für  $R_a$

Ansatz für Wert a: da  $p_a$  eine nach oben geöffnete, symmetrische Parabel ist, die in  $R_a$  die begrenzende Gerade schneidet, liegen die Intervallgrenzen fest.

Der Ansatz  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}} 5 - p_a dx = 0,5$  lässt sich auch mit dem GTR berechnen. Vorher noch vereinfachen:

$$5 - p_a = ax^2 - 1 \text{ und umformen zur Nullstellenberechnung: } \int_0^{\frac{1}{\sqrt{a}}} 1 - ax^2 dx - 0,5 = 0$$

`solve(fnInt(1-AX^2,X,0,1/\sqrt{A})-.5,A,1) → 1,7778`

Aber selbstverständlich ist das Integrieren einfacher.

Stammfunktion:  $P_a(x) = x - \frac{a}{3}x^3$

$$P_a(1/\sqrt{a}) - P_a(0) = 0,5 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{a}{3} \cdot \frac{1}{a \cdot \sqrt{a}} = 0,5 \Rightarrow \frac{3}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{3\sqrt{a}} = 0,5$$

Wert a:  $a = 16/9$

5 BE

### Teil B

- a) z. B. mit GTR `prgmGEOMETRI`:

<code>ANALY. GEOMETRIE 1: ABSTEHENDE 2: SCHNITTWINKEL 3: VEKTORPRODUKT 4: DREIECK 5: EBENE 6: SPIEGELUNG 7: DURCHSTOSSPKT</code>	<code>EINGABE PKT. R3 X=?2 Y=?12 Z=?-2 EINGABE PKT. R3 X=?4 Y=?6 Z=?1</code>	<code>DREIECK 1: SEITENLAENGE 2: WINKEL 3: FLAECHE 4: NORMALE 5: UMKREIS 6: WEITERE 7: ENDE</code>	<code>X=?10 Y=?3 Z=?3 SEITENLAENGE L6 (7 13.03840481 ... QUADRAT L5 (49 170 49)</code>																				
<code>DREIECK 1: SEITENLAENGE 2: WINKEL 3: FLAECHE 4: NORMALE 5: UMKREIS 6: WEITERE 7: ENDE</code>	<code>(7 13.03840481 ... QUADRAT L5 (49 170 49) W. IN GRAD L6 (21.35932226 13... WINKEL L5 (.3727904994 2....</code>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L4</th> <th>L5</th> <th>L6</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>.37279</td> <td>137.28</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>2.396</td> <td>21.359</td> <td></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>.37279</td> <td>21.359</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-----</td> <td>-----</td> <td>-----</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <code>L6(1)=21.35932225...</code>	L4	L5	L6	6	0	.37279	137.28		0	2.396	21.359		0	.37279	21.359		-----	-----	-----		
L4	L5	L6	6																				
0	.37279	137.28																					
0	2.396	21.359																					
0	.37279	21.359																					
-----	-----	-----																					

Die Längen und Winkel werden entsprechend der Reihenfolge der eingegebenen Punkte ausgegeben:  $a = c = 7$ ;  $b = \sqrt{170}$ ;  $\alpha = \gamma = 0,3728 = 21,36^\circ$ ;  $\beta = 2,396 = 137,28^\circ$

Länge einer Strecke

Nachweis der Gleichschenkligkeit

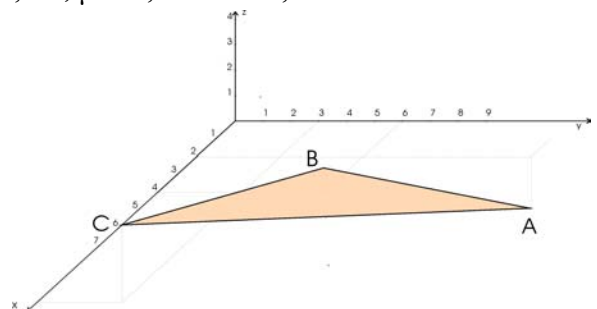
Nachweis der Stumpfwinkligkeit

zeichnerische Darstellung (2 BE)

Begründung für mehr als einen Punkt P

Aufgrund der Symmetrie des Dreiecks gibt es mindestens zwei nicht gleich lange Parallelogramme.

Eins mit den Seitenlängen 7 und  $\sqrt{170}$ , dessen



Innenwinkel liegt z. B. bei A oder C. Ein anderes hat die Seitenlängen 7 (ist somit ein Rhombus) mit dem Innenwinkel bei B.

- b) Ansatz für Koordinaten des Punktes P:  $\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{BA}$

Koordinaten des Punktes P: P (8 | 9 | 0)

Ansatz für Flächeninhalt: ist das Doppelte vom Dreieck ABC – im GTR sind noch die Daten gespeichert. Zur Anzeige der letzten Berechnung am Dreieck: prgmZOutDrei<sup>2</sup>

<pre> PrgmZOUTDREI Done= 1: SEITENLAENGE 2: WINKEL 3: FLAECHE 4: NORMALE 5: UMKREIS 6: WEITERE 7: ENDE                 </pre>	<pre> PrgmZOUTDREI Done= FLAECHE 16.62077014                 </pre>
---	---

Flächeninhalt:  $A = \sqrt{1105} \approx 33,2$

- c) Ansatz für Nachweis der Lage der Punkte

z. B. ermittle Koordinatenform der Ebene  $E_{ABC}$  mit GTR prgmGEOMETRI

<pre> ANALYSE GEOMETRIE 1: ABSTHEUDE 2: SCHNITTWINKEL 3: VEKTORPRODUKT 4: DREIECK 5: EBENE 6: SPIEGELUNG 7: DURCHSTOSSPKT                 </pre>	<pre> EINGABE EBENE 1: PKT. + 2 RICHT 2: DREIPUNKT 3: PKT. + NORMALE 4: AX+BY+CZ+D=0                 </pre>	<pre> EINGABE PKT. R3 X=? Y=? Z=? EINGABE PKT. R3 X=? Y=? Z=?                 </pre>	<pre> EINGABE PKT. R3 X=? Y=? Z=? EINGABE PKT. R3 X=? Y=? Z=?                 </pre>
<pre> AX+BY+CZ+D=0 GEKUERZTE Ls= (-3 14 30 -102) A=-3 B=14 C=30 D=-102                 </pre>	<pre> ACHSENABSCHNITTE X-ACHSE -34 Y-ACHSE 7.285714 Z-ACHSE 3.4                 </pre>	<pre> PKT+2RIC L1L2L3 (2 12 -2) (2 -6 3) (8 -9 5) ABST. KOO.-URSP. 3.068449872 Done=                 </pre>	

$E_{ABC}$  und einsetzen von M:  $-3 \cdot 6 + 14 \cdot 7,5 + 30 \cdot 0,5 - 102 = 0$  (wahre Aussage)

Nachweis der Lage der Punkte

- d) Wert a, für den M auf  $g_a$  liegt:  $a = 5$

durch Ansatz:  $\vec{OM} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2a \\ 13 \\ -3 \end{pmatrix}$

Ansatz für Wert a, für den  $g_5$  senkrecht zu a verläuft

$$g_a \perp g_5 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a \\ 13 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot 5 \\ 13 \\ -3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 20a + 178 = 0$$

Skalarprodukt der Richtungsvektoren der Geraden muss Null sein

Wert a:  $a = -89/10$

3 BE

### Teil C

- a) Anzahl aller Möglichkeiten:  $2187 \rightarrow 3^7$  (Variation mit Wiederholung)

Wahrscheinlichkeit:  $p = 1/2187 \approx 0,0005$

2 BE

- b) Ansatz für eine Wahrscheinlichkeit: Binomialverteilung mit  $p = 1/3$  und  $n = 7$

GTR ab TI-83: [DISTR] <binompdf>

$\text{binompdf}(7, 1/3, 2) \rightarrow .30727$

Wahrscheinlichkeit P(A):  $P(A) \approx 0,3073$

<sup>2</sup> prgmZOutDrei ist ein Unterprogramm von prgmDreieck und sorgt für die Ausgabe der Ergebnisse. PrgmDreieck ist wiederum ein Unterprogramm von prgmGeometri, läuft aber auch eigenständig.



GTR ab TI-83: [DISTR] <binomcdf>  
 $\text{binomcdf}(7, 2/3, 4) \rightarrow .42936$   
 Wahrscheinlichkeit P(B):  $P(B) \approx 0,4294$

- c) Werte der Zufallsgröße: X gibt die Anzahl der Richtigen an  
 Wahrscheinlichkeitsverteilung: siehe Tabelle  
 $E(X) = 0,40192$   
 Ergebnis: ca. 360 bis 402 € (Abweichungen durch Runden der Wahrscheinlichkeiten möglich)

$x_i$	$P(X=x_i)$	Gewinn
0 bis 4	0,95473	1
5	0,03841	-1
6	0,00640	-9
7	0,00046	-999

- d) Wahrscheinlichkeiten für die Werte der Zufallsgröße vollständiger Auszahlungsplan, z. B.

Anzahl der Richtigen	0	1	2	3
Auszahlungsbetrag in €	0	1	1	9

### Teil D1

- a) Nullstellen der Funktion f:  $x_{01} = 0$ ;  $x_{02} = 2$ ;  $x_{03} = 4$

Inhalt einer Teilfläche:

GTR:  $\text{fnInt}(x^3 - 6x^2 + 8x, x, 0, 2) \rightarrow 4$  bzw.  $\text{fnInt}(x^3 - 6x^2 + 8x, x, 2, 4) \rightarrow -4$

oder  $\int_0^4 x^3 - 6x^2 + 8x \, dx = 0$

Nachweis der Flächengleichheit

Flächeninhalt: 4 ha

- b) Geradengleichung des Radweges:  $y = -2x + 4$

Schnittpunkte  $B_1$  und  $B_2$ :  $-2x + 4 = f(x)$

Koordinaten der Punkte  $B_1$  und  $B_2$ :  $B_{1/2}(2 \pm \sqrt{2} \mid \mp 2\sqrt{2})$

Länge des Radweges zwischen den Punkten  $B_1$  und  $B_2$ :  $632 \text{ m} \cong \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{40}$

1. Ableitung:  $f'(x) = 3x^2 - 12x + 8$

Ansatz für Koordinaten des Punktes C:

Tangentengleichung t:  $y = mx + n$  mit Anstieg  $m = f'(x_C)$  und  $y_C = mx_C + n$

oder kurz t:  $y = f'(x_C)x + y_C - f'(x_C)x_C$  muss den Punkt A enthalten. Das führt zur Gleichung

$$y_A = f'(x_C)x_A + f(x_C) - f'(x_C)x_C \Rightarrow$$

$$4 = (3x_C^2 - 12x_C + 8) \cdot 0 + (x_C^3 - 6x_C^2 + 8x_C) - (3x_C^2 - 12x_C + 8) \cdot x_C \Rightarrow$$

$$4 = x_C^3 - 6x_C^2 + 8x_C - 3x_C^3 + 12x_C^2 - 8x_C \Rightarrow$$

$$4 = -2x_C^3 + 6x_C^2$$

Koordinaten des Punktes C:  $C(1 \mid 3)$

### Teil D2

- a) Ansatz für Zeit: 60 km/h sind auch 1 km/min  $\Rightarrow$  aus  $v = \frac{s}{t}$  wird  $t = \frac{\overline{AB}}{v} = \frac{11 \text{ km}}{1 \frac{\text{km}}{\text{min}}}$

Zeit: 11 Minuten

2 BE

- b) Ansatz für Koordinaten des Punktes P:  $\vec{OP} = \vec{OA} + \frac{2}{11} \vec{AB}$

Koordinaten des Punktes:  $P(1,2 \mid 1,6 \mid 0)$

Ansatz für Höhe:  $\sin 30^\circ = \frac{h}{200 \text{ m}}$

Höhe: 100 Meter

4 BE

c) Länge der geradlinigen Strecke

Ansatz für Zentriwinkel

Dreieck AMS mit Mittelpunkt M des Kreises ist rechtwinklig.  $\alpha$  ist im Bogenmaß 0,1244 und der in der Skizze schwarz gefärbte Teil des Bogens  $b = 2 \cdot (\frac{1}{2} \pi + \alpha) r$ . Mit  $r = 0,5$  ergibt sich  $b = 1.6952$  und die gesamte, ebenfalls schwarz gefärbte Strecke:  $s = 4 + b$

Zentriwinkel

Länge des Weges: 5,7 km

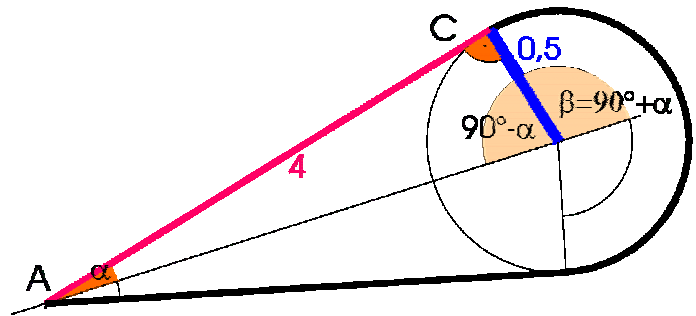


Abbildung 2: Skizze nicht maßstäblich