Schriftliche Abiturprüfung – Grundkursfach – Mathematik

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Aus rechtlichen Gründen möchte ich Sie darauf hinweisen, dass Sie sich auf einer **privaten** Seite befinden. Insbesondere ist dies **kein** Produkt des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus, welches die Abituraufgaben entwickelt.

Dies ist die Abschrift der Prüfungsaufgaben 2005, wie sie vom Sächsischen Staatsministeriums für Kultus auf dem Sächsischen Schulserver (www.sachsen-macht-schule.de) veröffentlicht wurden.

Außerdem sollten Sie folgendes wissen:

- Lösungen der Aufgaben können auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden. Hier finden Sie VORSCHLÄGE zur Lösung und VORSCHLÄGE zur Bewertung, die nicht für die Bewertung Ihres Abiturs herangezogen werden können. Dafür ist jeder prüfende Fachlehrer verantwortlich.
- Ich habe versucht, den graphikfähigen Taschenrechner (GTR – hier TI 82/83/83+) besonders häufig einzusetzen. Damit sollen Möglichkeiten aufgezeigt werden, auch wenn eine Rechnung vielleicht schneller zum Ziel führen würde.
- Eingesetzte Programme finden Sie auf den Mathe-Seiten des sächsischen Schulservers unter www.sn.schule.de/~matheabi dokumentiert und anhand von vielen Beispielen erklärt. Insbesondere möchte ich auf eine zusammenfassende Broschüre zu diesem Thema verweisen: www.sn.schule.de/~matheabi/data/gtrZsfsg.pdf.
- Die **offiziellen** Abituraufgaben werden nach Beendigung der Prüfungsphase auf dem Sächsischen Schulserver veröffentlicht.
- Für Nachfragen und Ihre Hinweise stehe ich Ihnen gerne zur Verfügung: F. Müller (matheAbi@oskar-reime-gymnasium.de) – Mathe-Lehrer.
  Dieses Dokument wurde zuletzt aktualisiert am 27.04.06.
- Wenn Sie Fehler finden oder Ergänzungen haben, teilen Sie mir das bitte mit.

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt **240 Minuten.**

Auf dem Deckblatt der Arbeit haben Sie den verwendeten GTR-Typ anzugeben.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden Pflichtteilen **A, B** und **C** sowie dem **Wahlteil D.**
Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.
Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.
Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabendaten berechnet.

Insgesamt sind 60 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon
im Teil A 25 BE,
im Teil B 15 BE,
im Teil C 10 BE,
im Teil D 10 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Taschenrechner ohne Computer-Algebra-System
- Tabellen- und Formelsammlung ohne ausführliche Musterbeispiele (im Unterricht eingeführt, ohne ausführliche Musterbeispiele)
- Zeichengeräte

Bewertungsmaßstab

Pkte.	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
60 BE	60-58	57-55	54-52	51-49	48-46	45-43	42-40	39-37	36-34	33-31	30-28	27-25	24-21	20-17	16-13	12-0

Prüfungsinhalt

Pflichtaufgaben

Teil A: Analysis

Gegeben ist die Funktion f durch die Gleichung $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 3x^2$ ($x \in D_f$).

a) Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich und die Nullstellen der Funktion f an.
Geben Sie das Verhalten der Funktion f im Unendlichen an.
Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf Symmetrie.
Der Graph der Funktion f besitzt gen au drei lokale Extremstellen.
Berechnen Sie diese Extremstellen ohne Verwendung von Näherungswerten.
Geben Sie den Wertebereich der Funktion f an. Erreichbare BE-Anzahl: 8

b) Der Graph der Funktion f schließt im ersten Quadranten mit der x-Achse eine Fläche vollständig ein.
Bestimmen Sie den Inhalt dieser Fläche.
Es gibt genau einen Wert b ($b \in \mathbb{R}$; $0 < b < \sqrt{6}$), für den diese Fläche von der Geraden mit der

Gleichung x = b halbiert wird.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für b. Erreichbare BE-Anzahl: 4

c) Es gibt Werte u ($u \in \mathbb{R}$; $u > 0$), für die die Punkte $A(0 \mid 9/2)$, $B_u(-u \mid f(-u))$ und $C_u(u \mid f(u))$Eckpunkte eines Dreiecks sind.
Begründen Sie, dass für $u = \sqrt{3}$ kein solches Dreieck existiert.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für u ($0 < u < \sqrt{3}$) , so dass der Flächeninhalt des Dreiecks AB_uC_u maximal wird. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) Der Graph der Funktion f besitzt genau zwei Wendepunkte. Die Tangenten an den Graphen der Funktion f in den Wendepunkten sind s und t.
Ermitteln Sie den Schnittwinkel zwischen den Tangenten s und t. Erreichbare BE-Anzahl: 3

e) Für jede reelle Zahl a ($a \neq 0$) ist eine Funktion g_a durch die Gleichung $y = g_a(x) = a \cdot f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) gegeben.
Ermitteln Sie den Wert a so, dass für alle Elemente y des Wertebereichs der Funktion g_a gilt: $y \in \mathbb{R}$ und $y \geq -9$.
Die Tangenten an den Graphen der Funktion g_a in den Wendepunkten sind s_a und t_a.
Bestimmen Sie alle Werte a, für die sich die Tangenten s_a und t_a rechtwinklig schneiden.
Erreichbare BE-Anzahl: 6

Teil B: Geometrie /Algebra

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(2 \mid -1 \mid 0)$, $B(4 \mid 3 \mid 0)$, $C(0 \mid 5 \mid -3)$ und $D(-2 \mid 1 \mid -3)$ gegeben.

a) Weisen Sie nach, dass die Punkte A, B, C und D in ein und derselben Ebene liegen.
Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Rechteck ist. Erreichbare BE-Anzahl: 4

b) Das Viereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $S(-5 \mid 5 \mid 17/2)$ und dem Volumen V.
Zeigen Sie, dass die Pyramide gerade ist.
Berechnen Sie das Volumen V dieser Pyramide.
Beschreiben Sie eine Möglichkeit, um die Koordinaten eines von S verschiedenen Punktes P zu ermitteln, so dass P die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche ABCD ist, deren Volumen ebenfalls V beträgt. Erreichbare BE-Anzahl: 7
Betrachtet wird nun die x-y-Koordinatenebene.
In ihr ist ein Kreis k durch die Gleichung $x^2 + 8x + y^2 - 16 = 0$ gegeben.

c) Begründen Sie, dass der Punkt $A(2 \mid -1)$ außerhalb des Kreises k liegt.
Der Punkt $p(1 \mid \sqrt{7})$ liegt auf dem Kreis k.
Zeigen Sie (ohne Verwendung von Näherungswerten), dass die Gleichung $y = -\frac{5}{\sqrt{7}}x + \frac{12}{\sqrt{7}}$ eine Gleichung der Tangente an den Kreis k im Punkt P ist. Erreichbare BE-Anzahl: 4

Teil C: Stochastik

Susi und Tom sind zwei junge Nachwuchssportler aus Sachsen. Beide trainieren fleißig und möchten einmal berühmte Sportler werden.
Sie träumen von einer Teilnahme an einem großen Leichtathletikmeeting.

a) Susis Ziel ist die Teilnahme am 100-Meter-Endlauf.
Geben Sie an, wie viele Möglichkeiten der Vergabe der drei Medaillen es in diesem Endlauf gibt, wenn 8 Läuferinnen daran teilnehmen und jede Medaille genau einmal vergeben wird.
Erreichbare BE-Anzahl: 1

b) Erfahrungsgemäß erreichen 30% aller Schützlinge des Trainers von Susi und Tom den Sprung in die Nationalmannschaft. Zurzeit werden von diesem Trainer 50 Jugendliche betreut.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

Ereignis A: Mindestens 10 Jugendliche dieser Trainingsgruppe schaffen den Sprung in die Nationalmannschaft.
Ereignis B: Mehr als 12, aber höchstens 17 Jugendliche dieser Trainingsgruppe schaffen den Sprung in die Nationalmannschaft. Erreichbare BE-Anzahl: 3

c) Im Training geht Tom regelmäßig in einen Kraftraum, in dem es genau drei Sportgeräte A, B und C gibt. Erfahrungsgemäß sind Gerät A zu 95%, Gerät B zu 25% und Gerät C zu 10% unabhängig voneinander frei.
Die Zufallsgröße Z beschreibt die Anzahl der freien Geräte im Kraftraum zum Zeitpunkt des Betretens des Raumes.
Ermitteln Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße Z. Erreichbare BE-Anzahl: 4

d) Für die Werbung von Sponsoren ist der Bekanntheitsgrad der Sportler wichtig.
Eine Umfrage im Heimatort der beiden Nachwuchssportler hat ergeben, dass durchschnittlich drei von fünf Befragten Tom und durchschnittlich drei von vier Befragten Susi kennen. 90% der Befragten kennen wenigstens einen der beiden Sportler.
Untersuchen Sie, ob die Bekanntheit der bei den Sportler stochastisch abhängig ist.
Erreichbare BE-Anzahl: 2

Teil D: Wahlaufgaben

Wählen Sie genau eine der folgenden Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Wahlaufgabe 1

Ein Behälter, der in der Industrie zur Aufbewahrung von Flüssigkeit genutzt wird, hat die Form eines geraden Kreiszylinders, der oben offen ist und unten durch eine nach innen gewölbte Halbkugel begrenzt wird.
Die Wandstärke des Behälters bleibt unberücksichtigt.

a) Bei einem solchen Behälter beträgt der Durchmesser der Halbkugel 60 cm und die Höhe des Kreiszylinders 120 cm.
Ermitteln Sie die Füllhöhe im Behälter, wenn sich darin 200 Liter der Flüssigkeit befinden.
In diesen Behälter bringt man einen 1,0 m langen Stab so, dass dieser am oberen Behälterrand anlehnt. Das eine Ende des Stabes befindet sich auf der nach innen gewölbten Halbkugel, das andere Ende ragt aus dem Behälter heraus.
Bestimmen Sie die maximal mögliche Stablänge außerhalb des Behälters. Erreichbare BE-Anzahl: 5

b) Ein weiterer solcher Behälter hat einen Oberflächeninhalt von 75 dm², der sich aus dem Flächeninhalt des Zylindermantels und dem Oberflächeninhalt der Halbkugel zusammensetzt.
Ermitteln Sie den Radius des Behälters für den Fall, dass sein Fassungsvermögen maximal ist.
Erreichbare BE-Anzahl: 5

Wahlaufgabe 2

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine Skizze der Golden-Gate-Bridge in San Francisco. Von der Brücke sind folgende Daten bekannt:
Die Punkte B und D liegen jeweils 152 m über der geraden Fahrbahn und sind 1280 m voneinander entfernt.
Die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{DE}$ haben jeweils eine

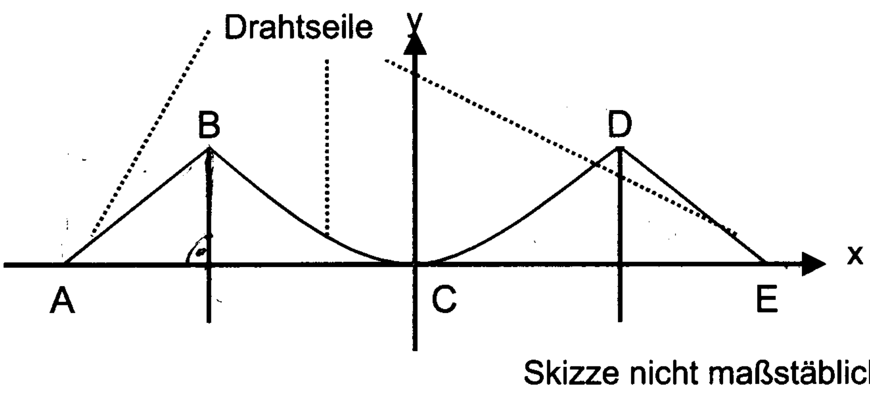

Abbildung 1

Länge von 370 m.
Der Verlauf der Drahtseile der Brücke kann mit verschiedenen mathematischen Modellen beschrieben werden. Dazu wird ein kartesisches Koordinatensystem mit Punkt C als Koordinatenursprung festgelegt. Eine Längeneinheit entspricht einem Meter. Die Punkte A und E der Fahrbahn liegen auf der Abszissenachse.

a) In einem ersten Modell wird der Verlauf der Drahtseile näherungsweise mithilfe von Geraden und dem Graphen einer quadratischen Funktion f beschrieben.
Der Graph der Funktion f geht durch die Punkte Bund D. Die Fahrbahn tangiert den Graphen der Funktion f im Punkt C.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion f.
Berechnen Sie die Gesamtlänge $\overline{AE}$ der Brücke. Erreichbare BE-Anzahl: 4

b) Bei Verwendung eines anderen Modells wird der Verlauf der Drahtseile zwischen den Punkten B und D durch den Graphen einer Funktion k_a mit $k_a(x) = \frac{a}{2} \cdot \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} - 2 \right)$ ($x \in \mathbb{R}$) beschrieben.
Der Wert a ($a > 0$) ist ein Parameter.
Zeigen Sie, dass für jeden Wert a der Punkt C auf dem Graphen der Funktion k_a liegt.
Es gibt genau einen Wert a, so dass der Punkt D auf dem Graphen der Funktion k_a liegt.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für a. Erreichbare BE-Anzahl: 3

c) Die Länge eines Kurvenstückes des Graphen einer Funktion bezeichnet man als Bogenlänge L.
Die Maßzahl der Bogenlänge L_f einer beliebigen Funktion f im Intervall $a \le x \le b$ mit der Formel
$L_f = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$ berechnet werden.
Ermitteln Sie einen Näherungswert für die Maßzahl der Länge des Kurvenstücks $L_{k_{1370}}$ der Funktion k_{1370} aus Teilaufgabe b) zwischen den Punkten B und D. Erreichbare BE-Anzahl: 3

Lösungsvorschläge

Teil A

a) größtmöglicher Definitionsbereich: $D_f = \mathbb{R}$
Nullstellen: $x_{01} = -\sqrt{6}$, $x_{02} = 0$, $x_{03} = \sqrt{6}$
Verhalten im Unendlichen: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = -\infty$
Ansatz für Symmetrie: f(-x) = f(x)
Nachweis der Symmetrie: achsensymmetrisch zur y-Achse
1. Ableitung
Extremstellen: $x_{E1} = -\sqrt{3}$, $x_{E2} = 0$, $x_{E3} = \sqrt{3}$
Wertebereich: $W_f = \{y \mid y \in \mathbb{R} \wedge y \leq \frac{9}{2}\}$

b) Ansatz für Inhalt der Fläche Inhalt der Fläche: $A = \frac{12}{5} \cdot \sqrt{6} \approx 5{,}88$
Ansatz für Wert b: $\int\limits_0^b f(x)\,dx = -\frac{b^5}{10} + b^3 = \frac{6}{5} \cdot \sqrt{6}$
Näherungswert für b: b ≈ 1,58

c) Begründung: alle 3 Punkte liegen auf einer Geraden y = 4.5, deshalb entsteht kein Dreieck.
Ansatz für Zielfunktion: A = u ·(9/2 – f(u))
z. B. weiter mit GTR:
`solve(nDerive(X(4.5-Y1),X,X),X,1)` → .7746 oder
`fMax(X(4.5-Y1),X,0,√3)`
Zielfunktion
Näherungswert für u: u ≈ 0,77

d) Wendestellen: $x_{W1/2} = \pm 1$
Ansatz für Schnittwinkel:
m = f'(x_W) = tan α (siehe Abbildung 2)
Schnittwinkel: β ≈ 28,1°

e) Ansatz für Wert a: a streckt oder staucht die Funktion; negative a-Werte spiegeln die Funktion. Wegen dem Wertebereich von f(x) muss eine Spiegelung vorliegen. Damit wäre y ≥ -4.5 erreicht und nun noch eine Streckung mit Faktor 2 ⇒
Wert a: a = -2
Anstieg an einer Wendestelle
Ansatz für Werte a:
wegen g'(x) = a ·f'(x) gilt m = tan 45° = 1 = a ·f'(1) = a ·4
Werte a: $a_{1,2} = \pm\frac{1}{4}$

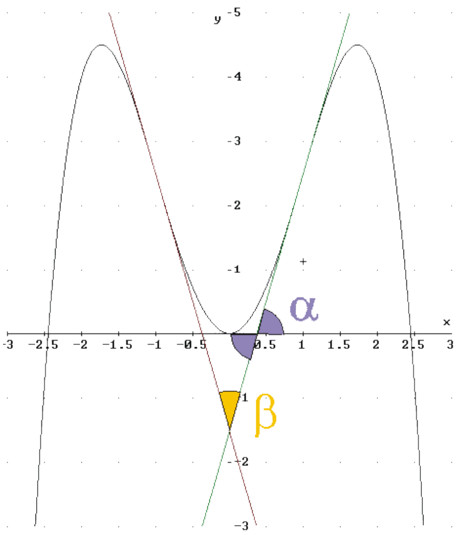

Abbildung 2: Winkelberechnung

Teil B

a) Nachweis für Lage der Punkte A, B, C und D (2 BE)
z. B.: $E_{ABC}\colon \vec{x} = \vec{OA} + s \cdot \vec{AB} + t \cdot \vec{AC} \quad (s, t \in \mathbb{R})$ und D ∈ E_{ABC}
Nachweis für Rechteck (2 BE)
aus $\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{AD} = \vec{BC}$ ⇒ ABCD bilden ein Parallelogramm und mit
$|\vec{AC}| = |\vec{BD}| = 7$ ist das Parallelogramm ein Rechteck.

b) Nachweis (3 BE): es gilt für den Normalenvektor der Ebene $\vec{n}_E = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$, den Mittelpunkt des Rechtecks $\vec{OM} = \frac{\vec{OA}+\vec{OC}}{2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \frac{-3}{2} \end{pmatrix}$ und $\vec{SM} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -10 \end{pmatrix} = -\vec{n}_E$;

das heißt: die Höhe steht senkrecht auf der Ebene, die Spitze ist über dem Mittelpunkt der Grundfläche, wie das bei geraden Pyramiden sein muss.

Ansatz für Volumen der Pyramide: $V = \frac{1}{3} A_G h = \frac{1}{3} \cdot |\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}| \cdot |\vec{n}_E|$

Volumen der Pyramide: V = 96 2/3

vollständige Beschreibung (2 BE):

Variante I: $\vec{OP} = \vec{OM} - \vec{SM}$

Aber es sind auch andere Varianten denkbar: Ich suche eine zu E_{ABC} parallele Ebene durch S:

$E_S: \vec{x} = \vec{OS} + u \cdot \vec{AB} + v \cdot \vec{AC} \quad (u, v \in \mathbb{R})$. Jeder Punkt auf dieser Ebene ist ein gesuchter Punkt P, d. h. für beliebige u ≠ 0 oder v ≠ 0 erhalte ich solche Punkte.

c) Einfacher wird es mit ein wenig Vorarbeit: quadratische Ergänzung
$(x^2 + 8x + 16) + y^2 = 32 \Rightarrow$ Kreisgleichung k^*: $(x + 4)^2 + y = 32$
Begründung für Lage des Punktes A (2 BE): $(2 + 4)^2 + (-1)^2 = 37 > 32 \Rightarrow$ A liegt außerhalb
Nachweis für Tangentengleichung (2 BE): $P(1 \mid \sqrt{7})$ und $M(-4 \mid 0)$ entnimmt man k^*.
aus dem Tafelwerk entnimmt man die Gleichung für Tangenten an einen Kreis mit dem Mittelpunkt M im Punkt P: $(x - x_P)(x_M - x_P) + (y - y_P)(y_M - y_P) = 0$. Durch Einsetzen ergibt sich die gegebene Tangentengleichung.

Teil C

a) Ergebnis: 8 ·7 ·6

b) Charakterisierung der Verteilung: Binomialverteilung $b_{50;0.3}(k)$
Wahrscheinlichkeit P(A): $P(X \geq 10) \approx 0{,}9598$
Wahrscheinlichkeit P(B): $P(12 < X \leq 17) \approx 0{,}5593$

c) Werte der Zufallsgröße Z
eine Wahrscheinlichkeit
vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung: siehe Tabelle
Ergebnis: $E(Z) \approx 1{,}3$

z_i	$P(Z=z_i)$	$P(Z=z_i)$
0	.05 ·.75 ·.9	.03375
1	usw.	.65625
2		.28625
3	.95 ·.25 ·.1	.02375

d) Untersuchung auf stochastische Abhängigkeit:
$P(T) = .6$; $P(S) = .75$; $P(T \cup S) = .9$
$P(T) \cdot P(S) = 9/20$ und $P(T \cap S) = P(T) + P(S) - P(T \cup S) = 9/20 \Rightarrow P(T) \cdot P(S) = P(T \cap S)$ und
Aussage zur stochastischen Abhängigkeit: stochastisch unabhängig 2 BE

Wahlaufgabe 1

a) Ansatz für Füllhöhe (2 BE): $V = V_{Zylinder} - V_{Kugel} \Rightarrow V(r,h) = \pi r^2(h - 2/3\, r)$
mit dem gegebenen Radius und dem Volumen ist $V(30,h) = 200\ dm^3 = 200\,000\ cm^3$ zu lösen.
Füllhöhe: $h \approx 90{,}7$ cm
Ansatz für maximal mögliche Stablänge: siehe
Auflagepunkt $P(30 \mid 120)$; Kreisgleichung k: $y = \sqrt{30^2 - x^2}$
Abstand l eines Punktes auf dem Kreis zum Punkt P (im Inneren – muss minimiert werden):
$l^2(x,y) = (x - 30)^2 + (y - 120)^2$ und nach Einsetzen der Kreisgleichung

$$l^2(x)=(x-30)^2+\left(\sqrt{30^2-x^2}-120\right)^2$$

weiter mit GTR: `fMin(l²,X,0,30)` → 7.2761 (exakter Wert: $\frac{30}{\sqrt{17}}$)

und `l(7.2761)` → 93.6932 (exakter Wert: $30\left(\sqrt{17}-1\right)$)

maximal mögliche Stablänge: l ≈ 6,3 cm (exakter Wert: $130-30\sqrt{17}$)

Variante II:

Hat folgenden kritischen Punkt: aufgrund der Dreiecksungleichung muss die kürzeste Verbindung vom Kreis zum Punkt P die Gerade g: y = 4x darstellen. Aber ohne diese Bemerkung ist der Rest der Rechnung wertlos[1]. Weiter mit $g \cap k$ → 7.2761 usw.

b) Ansatz für Zielfunktion (3 BE)

$V(r,h) = \pi r^2(h - 2/3\, r)$ (siehe Aufgabe a))

$A_O(r,h) = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 75 \Rightarrow \quad h=\frac{75}{2\pi r}-r$

Zielfunktion

$$V(r)=V\left(r,\frac{75}{2\pi r}-r\right)=\frac{5}{6}r\cdot\left(45-2\pi r^2\right)$$

$$r_e=\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\approx 1.5451$$

Radius für maximales Fassungsvermögen: r ≈ 1,5 dm

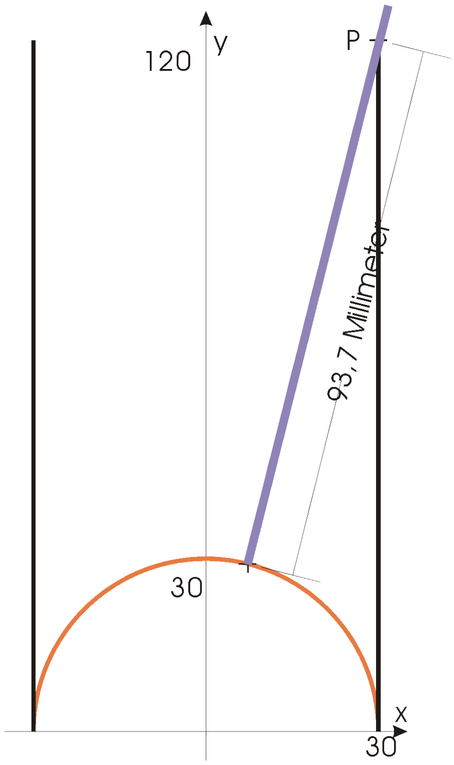

Abbildung 3: zur Variante I W1a)

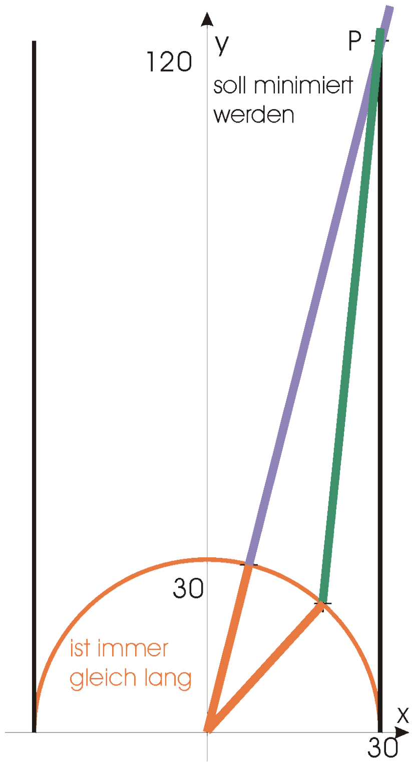

Abbildung 4: zur Variante II

Wahlaufgabe 2

a) Ansatz für Gleichung: f(x) = ax² mit f(640) = 152 ⇒ $a=\frac{152}{640^2}$

Gleichung der Funktion f: z.B. $f(x)=\frac{19}{51200}x^2$ ($x \in D_f$)

Ansatz für Gesamtlänge: $\overline{AE}=\overline{AB'}\cdot 2+1280$ wegen $\overline{AB}=\overline{DE}\wedge\overline{B'B}=\overline{D'D}$

Gesamtlänge: $\overline{AE}$ ≈ 1950 m

b) Nachweis für Punkt C: $k_a(0) = 0$

Ansatz für Wert a: $k_a(640) = 152$ → 1371.98

z. B. GTR: `solve(kA(640)-152,A,1000)`

Wert a: a ≈ 1370

c) GTR sollte alle Bewertungseinheiten bringen:

`fnInt(√(1+(nDerive(Y1,X,X))²),X,-640,640)`

→ 1327.07

Ansatz für Maßzahl der Bogenlänge

erste Ableitung

Maßzahl der Bogenlänge L: L ≈ 1330

1 Finde zumindest ich. Der springende Punkt ist nämlich, dass nicht feststeht, dass der Mittelpunkt des Kreise überhaupt eine Rolle spielt. Schließlich gehen die Geraden auf denen auch der Stab liegen würde „fast alle“ an ihm vorbei. Wird eine minimale Länge gesucht, kann man aber einen Umweg über den Mittelpunkt machen.