

## Quadratische Funktionen - Anwendungsaufgabe 21

Die Höchstgeschwindigkeit eines Schiffes im Wasser wird hauptsächlich durch zwei Größen bestimmt: zum einen durch die Antriebskraft des Motors und zum anderen durch die Reibungskraft aufgrund der Bewegung des Schiffskörpers durch das Wasser. Im Folgenden sollen diese beiden Größen zuerst getrennt voneinander und schließlich im Zusammenhang untersucht werden.



- Die Antriebskraft des Motors wird über das Getriebe und die Welle zur Schraube oder zum Schaufelrad übertragen. Diese Antriebskraft hängt unter anderem von der Drehzahl des Motors und damit indirekt von der Geschwindigkeit des Schiffes im Wasser ab. Die Messung von Geschwindigkeit und Antriebskraft bei einem Schiff ergab die folgende Wertetabelle:

<b>Geschwindigkeit <math>v</math> in km/h</b>	4	5	6	7	8
<b>Kraft <math>F</math> in N</b>	16400	17500	18400	19100	19600

### Arbeitsaufträge:

- Erstelle ein Koordinatensystem mit beschrifteten und skalierten Achsen zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen der Geschwindigkeit  $v$  und der Antriebskraft  $F$ . Dabei soll die Geschwindigkeit auf der Abszisse, das ist die horizontale Achse, und die Kraft auf der Ordinate, das ist die vertikale Achse, aufgetragen werden.
- Trage die Wertepaare aus der Tabelle als Punkte in das Koordinatensystem ein.
- Begründe anhand der Lage der Punkte im Koordinatensystem, warum der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Antriebskraft höchstwahrscheinlich durch eine Quadratische Funktion beschrieben werden kann.

**Bemerkung:** Du kannst die Rechnungen in den Aufgabenteilen **d)** bis **j)** auch ohne Maßeinheiten durchführen, musst aber die Endergebnisse immer mit Maßeinheiten angeben.

- Bestimme mit Hilfe von drei Wertepaaren den Funktionsterm  $F_A(v)$  dieser Quadratischen Funktion.
- Überprüfe, ob die anderen gemessenen Wertepaare die Funktionsgleichung  $F = F_A(v)$  dieser Quadratischen Funktion erfüllen.
- Zeichne den Graphen dieser Quadratischen Funktion in das Koordinatensystem aus **a)**.
- Gib den Ordinatenabschnitt dieser Quadratischen Funktion mit Maßeinheit an und erkläre kritisch diesen Wert für den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Antriebskraft.
- Berechne die Antriebskraft bei einer Geschwindigkeit von  $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f)**.
- Berechne die Geschwindigkeit bei einer Antriebskraft von 13600N. Überprüfe das Ergebnis ebenfalls anhand des Graphen aus **f)**.
- Berechne, bei welcher Geschwindigkeit das Schiff die größte Antriebskraft hat und wie groß diese Antriebskraft ist. Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f)**.

2. Die andere Größe, die die Geschwindigkeit des Schiffes bestimmt, ist die sogenannte STOKESsche (George Gabriel STOKES, 1819-1903) oder viskose Reibung. Dies ist eine der Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft, die immer dann auftritt, wenn sich ein Körper nicht zu schnell durch eine Flüssigkeit oder ein Gas bewegt. Die Kraft ist insbesondere von der Geschwindigkeit, aber auch von der Form und der Größe des Körpers sowie der jeweiligen Flüssigkeit bzw. dem Gas abhängig. Die Messung von Geschwindigkeit und Reibungskraft bei einem Schiff ergab die folgende Wertetabelle:

Geschwindigkeit $v$ in km/h	4	5	6	7	8
Kraft $F$ in N	2000	2500	3000	3500	4000

### Arbeitsaufträge:

- Beschrifte die Ordinate des Koordinatensystems aus Aufgabenteil **1.a)** zusätzlich so, dass in dem Koordinatensystem auch der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit  $v$  und der Reibungskraft  $F$  dargestellt werden kann.
- Trage die Wertepaare aus der Tabelle als Punkte in das Koordinatensystem ein.
- Weise rechnerisch nach, dass der Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Reibungskraft durch eine Lineare Funktion beschrieben werden kann.
- Bestimme den Steigungsfaktor dieser Linearen Funktion mit Maßeinheit. Erläutere die Bedeutung dieses Wertes für den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Reibungskraft.
- Gib den Funktionsterm  $F_R(v)$  dieser Linearen Funktion an. Überprüfe, ob die gemessenen Wertepaare die Funktionsgleichung  $F = F_R(v)$  erfüllen.
- Zeichne den Graphen dieser Linearen Funktion in das Koordinatensystem ein.

**Bemerkung:** Du kannst die Rechnungen in den Aufgabenteilen **g)** und **h)** auch ohne Maßeinheiten durchführen, musst aber die Endergebnisse immer mit Maßeinheiten angeben.

- Berechne die Reibungskraft bei einer Geschwindigkeit von  $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f)**.
- Berechne die Geschwindigkeit bei einer Reibungskraft von  $6250\text{N}$ . Überprüfe das Ergebnis anhand des Graphen aus **f)**.

3. Wie bereits gesagt wird die Höchstgeschwindigkeit des Schiffes durch das Zusammenwirken von Antriebs- und Reibungskraft bestimmt.

**Bemerkung:** Du kannst die Rechnungen in den Aufgabenteilen **a)** und **b)** auch ohne Maßeinheiten durchführen, musst aber die Endergebnisse immer mit Maßeinheiten angeben.

### Arbeitsaufträge:

- Berechne den Schnittpunkt der zwei Graphen aus den Aufgabenteilen **1.f)** und **2.f)**, überprüfe das Ergebnis anhand der beiden Graphen und interpretiere die Koordinaten des Schnittpunktes hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen der Geschwindigkeit des Schiffes, der Antriebs- und der Reibungskraft.
- Zusatzaufgabe:** Berechne, bei welcher Geschwindigkeit des Schiffes die Differenz aus Antriebs- und Reibungskraft am größten ist und wie groß diese Differenz dann ist. Überprüfe die Werte anhand der beiden Graphen und interpretiere sie im Hinblick auf die Fortbewegung des Schiffes.