Name: **Datum:**

Differenzenquotient für Zusammenhänge - Grundwissen

Sind zwei Wertepaare $(x_1 \mid y_1)$ und $(x_2 \mid y_2)$ eines Zusammenhangs zwischen zwei Größe gegeben, dann heißt die Zahl

$\boxed{m(x_1;x_2) := \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y(x_2) - y(x_1)}{x_2 - x_1}}$, die man oft auch mit $\frac{\Delta y}{\Delta x}(x_1;x_2)$ bezeichnet

der **Differenzenquotient** oder die **durchschnittliche Änderungsrate** des Zusammenhangs **zwischen den Stellen** x_1 und x_2.

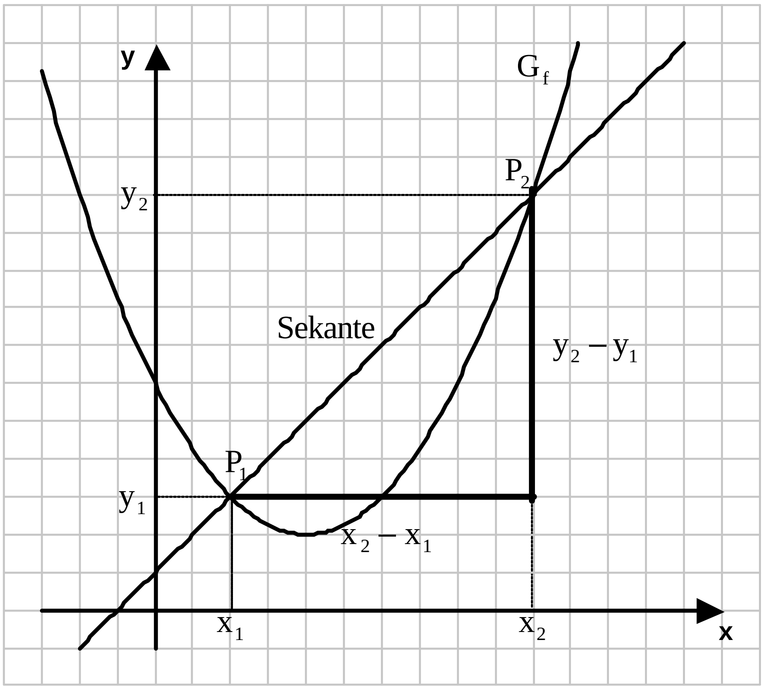
Dieser Differenzenquotient $m(x_1;x_2)$ *gibt Auskunft über die durchschnittliche Veränderung der Werte der zweiten Größe (y) beim „Voranschreiten" der Werte der ersten Größe (x) von* x_1 *nach* x_2*. Genauer: Der Differenzenquotient gibt Auskunft darüber, um welchen Wert sich die Werte der zweiten Größe beim „Voranschreiten" der Werte der ersten Größe um jeweils eine Einheit ändern würden, wenn die Änderung der Werte der zweiten Größe beim „Voranschreiten" der Werte der ersten Größe von* x_1 *nach* x_2 *ständig gleichmäßig wäre (was i.a. aber nicht der Fall ist).*

Die **Geometrische Interpretation** dieses Differenzenquotienten sieht wie folgt aus:

Ist G_f irgendein Graph und sind $P_1(x_1 \mid y_1)$ und $P_2(x_2 \mid y_2)$ zwei Punkte des Graphen G_f, dann ist

$$\boxed{m(x_1;x_2) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

die **Steigung der Sekante durch die Punkte** P_1 und P_2 des Graphen G_f.



Eine Physikalische Interpretation dieses Differenzenquotienten kann z.B. diese sein:

Befindet sich ein Körper zum Zeitpunkt t_1 am Ort s_1 und zum Zeitpunkt t_2 am Ort s_2, dann ist

$\boxed{\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}}$, das in diesem Fall oft auch mit $\overline{v}(t_1;t_2)$ bezeichnet wird,

die **Durchschnittsgeschwindigkeit** des Körpers **zwischen den Zeitpunkten** t_1 und t_2 bzw. **zwischen den Orten** s_1 und s_2.

Beispiele: **1.** *Hat die eine Größe den Wert* $x_1 = 2$*, so hat die andere Größe den Wert* $y_1 = 1$*; hat die eine Größe den Wert* $x_2 = 4$*, so hat die andere Größe den Wert* $y_2 = 4$*. Berechnen Sie die durchschnittliche Änderungsrate der zweiten Größe mit zwischen den Stellen* $x_1 = 2$ *und* $x_2 = 4$.

Lösung:

Berechnen Sie $m(2;4) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Die durchschnittliche Änderungsrate der zweiten Größe zwischen den Stellen $x_1 = 2$ und $x_2 = 4$ beträgt $1{,}5$.

2. *Berechnen Sie die Steigung der Sekante durch die Punkte* $P_1(1|-0{,}5)$ *und* $P_2(5|-12{,}5)$ *eines Graphen.*

Lösung:

Berechnen $m(1;5) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-12{,}5-(-0{,}5)}{5-1} = \frac{-12}{4} = -3$.

Die Steigung der Sekante durch die Punkte $P_1(1|-0{,}5)$ und $P_2(5|-12{,}5)$ des Graphen beträgt -3.

3. Ein Körper befindet sich zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ am Ort $s_1 = 0$ und zum Zeitpunkt $t_2 = 3$ am Ort $s_2 = -44{,}1$.
Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit des Körpers zwischen den Zeitpunkten t_1 *und* t_2.

Lösung:

Berechnen Sie $\overline{v}(0;3) = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{-44{,}1-0}{3-0} = \frac{-44{,}1}{3} = -14{,}7$.

Die Durchschnittsgeschwindigkeit des Körpers zwischen den Zeitpunkten und $t_1 = 0\,\text{sec}$ und $t_2 = 3\,\text{sec}$ bzw. den Orten $s_1 = 0\,\text{m}$ und $s_2 = -44{,}1\,\text{m}$ beträgt $-14{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.