

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionen II - Aufgabe 200B - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$$f(x) := x^2 \cdot \exp(-x) \quad \text{"Done"}$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \quad (2 \cdot x - x^2) \cdot e^{-x} \quad f_s(x) := -(x^2) + 2 \cdot x \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad (x^2 - 4 \cdot x + 2) \cdot e^{-x} \quad f_{ss}(x) := (x^2 - 4 \cdot x + 2) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad (-(x^2) + 6 \cdot x - 6) \cdot e^{-x} \quad f_{sss}(x) := (-(x^2) + 6 \cdot x - 6) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad 0$$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 0$$

$$x_n := 0 \quad 0 \quad y_n := f(x_n) \quad 0$$

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f_s(x) = 0, x) \quad x = 2 \text{ or } x = 0$$

$$x_{e1} := 2 \quad 2 \quad f_{ss}(x_{e1}) \quad -2 \cdot e^{-2} \quad y_{e1} := f(x_{e1}) \quad 4 \cdot e^{-2}$$

$$x_{e2} := 0 \quad 0 \quad f_{ss}(x_{e2}) \quad 2 \quad y_{e2} := f(x_{e2}) \quad 0$$

a4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f_{ss}(x) = 0, x) \quad x = -(\sqrt{2} - 2) \text{ or } x = \sqrt{2} + 2$$

$$x_{w1} := -\sqrt{2} + 2 \quad 2 - \sqrt{2} \quad f_{sss}(x_{w1}) \quad -2 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(\sqrt{2} - 2)}$$

$$y_{w1} := f(x_{w1}) \quad (6 - 4 \cdot \sqrt{2}) \cdot e^{(\sqrt{2} - 2)}$$

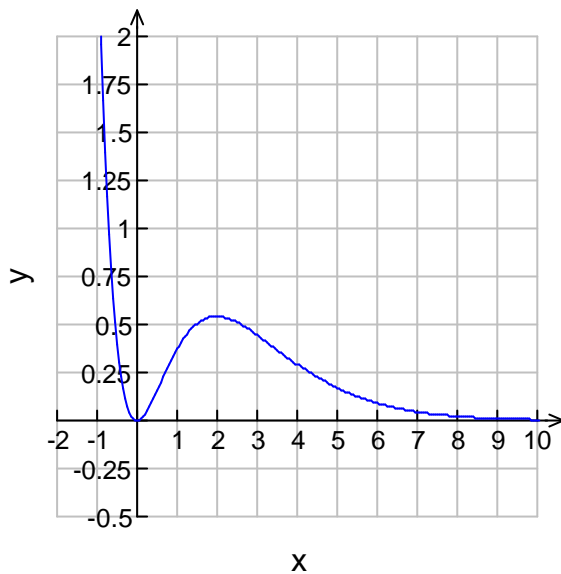
$$x_{w2} := \sqrt{2} + 2 \quad \sqrt{2} + 2 \quad f_{sss}(x_{w2}) \quad 2 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{(-\sqrt{2} - 2)}$$

$$y_{w2} := f(x_{w2}) \quad (4 \cdot \sqrt{2} + 6) \cdot e^{(-\sqrt{2} - 2)}$$

a5) Verhalten an den Grenzen des Definitionsbereichs

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad \infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad 0$$

b) Graph



c) Berechnen eines Wertes

$$f(1) \quad e^{-1}$$

d) Berechnen einer Stelle

$$\text{solve}(f(x) = e, x) \quad x = -1. \quad \text{Warning: More solutions may exist}$$

e) Berechnen einer Steigung

$$\text{fs}(3) \quad -3 \cdot e^{-3}$$

f) Bestimmen einer Stelle mit bestimmter Steigung

$$\text{solve}(\text{fs}(x) = -15 \cdot e^3, x) \quad x = -3. \quad \text{Warning: More solutions may exist}$$

g) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := 1 \quad 1 \quad yt := f(xt) \quad e^{-1}$$

$$m := \text{fs}(xt) \quad e^{-1} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = 0$$

h) Besonderes / Extremwertaufgabe

i) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \left(-(x^2) - 2x - 2 \right) \cdot e^{-x}$$

j) Berechnen des Inhalts einer begrenzten Fläche

$$\left| \int_{-1}^0 (f(x)) dx \right| \quad e - 2$$

k) Berechnen des Inhalts einer unbegrenzten Fläche

$$\left| \int_0^{\infty} (f(x)) dx \right| \quad 2$$