

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 101A

Gegeben ist eine Schar von Exponentialfunktionen f_k durch den Funktionsterm

$$f_k(x) = (x - k) \cdot e^{-x}, \quad k \in \mathbb{R}.$$

Die Graphen seien G_k .

Arbeitsaufträge:**I. Differentialrechnung**

- a) Diskutieren Sie f_k in Abhängigkeit vom Parameter k . Untersuchen Sie insbesondere, wie
- a₁) der Schnittpunkt mit der y -Achse
 - a₂) die Anzahl und der Typ der Schnittpunkte mit der x -Achse
 - a₃) die Anzahl und der Typ der Extrempunkte
 - a₄) die Anzahl und der Typ der Wendepunkte
 - a₅) das Verhalten für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow +\infty$
- von G_k vom Parameter k abhängt.
- b)
- c) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k durch den Punkt $(-1 | 2e)$ verläuft.
- d)
- e) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k an der Stelle 3 einen Extrempunkt besitzt.
- f) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Wendetangente von G_k .
- g)
- h)
- i) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion t_p , auf deren Graph alle Extrempunkte von G_k liegen.
- j) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion w_p , auf deren Graph alle Wendepunkte von G_k liegen.
- k)

II. Integralrechnung

- l) Bestimmen Sie den Term der Stammfunktion F von f .
- alternativ:
- Zeigen Sie, dass die Funktion F_k mit $F_k(x) = (-x + k - 1) \cdot e^{-x}$ eine Stammfunktion der Schar f_k ist.
- m) Bestimmen Sie den Inhalt der von den beiden Koordinatenachsen und G_k begrenzten Fläche in Abhängigkeit vom Parameter k .
- n) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass der Inhalt der von den beiden Koordinatenachsen und G_k begrenzten Fläche den Wert $\frac{1}{e}$ hat.
- o) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass der Inhalt der von den beiden Koordinatenachsen und dem Graphen der Wendetangente begrenzten Fläche maximal ist.