

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 101A - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$$f(x) := (x - k) \cdot \exp(-x) \quad \text{"Done"}$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \quad (-x + k + 1) \cdot e^{-x} \quad f_s(x) := (-x + k + 1) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad (x - k - 2) \cdot e^{-x} \quad f_{ss}(x) := (x - k - 2) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad (-x + k + 3) \cdot e^{-x} \quad f_{sss}(x) := (-x + k + 3) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad -k$$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = k$$

$$x_n := k \quad k \quad y_n := f(x_n) \quad 0$$

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f_s(x) = 0, x) \quad x = k + 1$$

$$x_e := k + 1 \quad k + 1 \quad f_{ss}(x_e) \quad -(e^{-(k-1)}) \quad y_e := f(x_e) \quad e^{-(k-1)}$$

a4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f_{ss}(x) = 0, x) \quad x = k + 2$$

$$x_w := k + 2 \quad k + 2 \quad f_{sss}(x_w) \quad e^{-(k-2)} \quad y_w := f(x_w) \quad 2 \cdot e^{-(k-2)}$$

a5) Bestimmen der Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad -\infty$$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes

c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

$$\text{solve}(f(-1) = 2 \cdot \exp(1), k) \quad k = -3$$

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}(f_s(3) = 0, k) \quad k = 2$$

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$x_t := k + 2 \quad k + 2 \quad y_t := f(x_t) \quad 2 \cdot e^{-(k-2)}$$

$$m := f_s(x_t) \quad -(e^{-(k-2)}) \quad \text{solve}(y_t = m \cdot x_t + n, n) \quad n = (k + 4) \cdot e^{-(k-2)}$$

$$n := (k+4) \cdot e^{(-k-2)} \quad (k+4) \cdot e^{(-k-2)}$$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt

h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt

i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

$$\text{solve}(x = xe, k) \quad k = x - 1 \quad y = ye \mid k = x - 1 \quad y = e^{-x}$$

j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$$\text{solve}(x = xw, k) \quad k = x - 2 \quad y = yw \mid k = x - 2 \quad y = 2 \cdot e^{-x}$$

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad (-x + k - 1) \cdot e^{-x}$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{xn}^0 (f(x)) dx \right| \quad e^{-k} \cdot |(k-1) \cdot e^k + 1|$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_{xn}^b (f(x)) dx \quad e^{-k}$$

o) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$$\text{solve}\left(\left| \int_{xn}^0 (f(x)) dx \right| = \frac{1}{\exp(1)}, k\right) \quad (k \cdot e - e + 1) \cdot e^k = -e \text{ and } (k-1) \cdot e^k < -1 \text{ or } k = 1. \text{ or } k = -.750787$$

Warning: More solutions may exist

p) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt

$$\text{solve}(m \cdot x + n = 0, x) \quad x = k + 4$$

$$A(k) := \int_0^{(k+4)} (m \cdot x + n) dx \quad \text{"Done"} \quad A(k) \quad \frac{(k+4)^2 \cdot e^{(-k-2)}}{2}$$

$$As(k) := \frac{d}{dk} (A(k)) \quad \text{"Done"} \quad As(k) \quad \frac{-(k+2) \cdot (k+4) \cdot e^{(-k-2)}}{2}$$

$$\text{solve}(As(k) = 0, k) \quad k = -2 \text{ or } k = -4$$

$$Ass(k) := \frac{d^2}{dk^2} (A(k)) \quad \text{"Done"} \quad Ass(k) \quad \frac{(k^2 + 4k + 2) \cdot e^{(-k-2)}}{2}$$

$$Ass(-2) \quad -(e^{(-k-2)}) \quad A(-2) \quad 2 \cdot (k+3) \cdot e^{(-k-2)}$$