

Name:

Datum:

## Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 102B

Gegeben ist eine Schar von Exponentialfunktionen  $f_k$  durch den Funktionsterm

$$f_k(x) = (k - x) \cdot e^{\frac{x}{k}}, \quad k \in \mathbb{R}^+.$$

Die Graphen seien  $G_k$ .

### **Arbeitsaufträge:**

#### I. Differentialrechnung

- a) Diskutieren Sie  $f_k$  in Abhängigkeit vom Parameter  $k$ . Untersuchen Sie insbesondere, wie
- der Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse
  - die Anzahl und der Typ der Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse
  - die Anzahl und der Typ der Extrempunkte
  - die Anzahl und der Typ der Wendepunkte
- von  $G_k$  vom Parameter  $k$  abhängt.
- b) Zeigen Sie, dass alle Graphen  $G_k$  durch den Punkt  $(k | 0)$  verlaufen.
- c)
- d) Zeigen Sie, dass alle Graphen  $G_k$  an der Stelle  $k$  die Steigung  $-e$  besitzen.
- e)
- f) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Tangenten an  $G_k$  an der Stelle  $k$ .
- g)
- h)
- i)
- j) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion  $w_p$ , auf deren Graph alle Wendepunkte von  $G_k$  liegen.
- k) Für diesen Aufgabenteil sei  $k = 2$ . Durch den Punkt  $P(2 | 0)$  werde eine Sekante gelegt, die den Graphen  $G_k$  oberhalb der  $x$ -Achse in einem weiteren Punkt  $Q(u | v)$  schneidet. Die Sekante, die  $x$ -Achse und die Gerade  $g : x = u$  bilden ein Dreieck.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes  $Q$  so, dass der Flächeninhalt dieses Dreiecks maximal wird, und geben Sie diesen maximalen Flächeninhalt an.

#### II. Integralrechnung

- l) Zeigen Sie, dass die Funktion  $F_k$  mit  $F_k(x) = (2k^2 - kx) \cdot e^{\frac{x}{k}}$  eine Stammfunktion der Schar  $f_k$  ist, und
- bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen  $G_k$  und den beiden Koordinatenachsen im 1. Quadranten in Abhängigkeit vom Parameter  $k$ .
  - bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen  $G_k$  und der  $x$ -Achse in Abhängigkeit vom Parameter  $k$ .
- m) Bestimmen Sie den Parameter  $k$  so, dass der Inhalt der Fläche zwischen  $G_k$  und den beiden Koordinatenachsen im 1. Quadranten den Wert  $e - 2$  hat.
- n)