Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 102C - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$f(x) := (x+k)\cdot \exp\left(\frac{-(x)}{k}\right)$ "Done"

Bestimmen der Ableitungen

$\frac{d}{dx}(f(x))$ $\frac{-x\cdot e^{-x/k}}{k}$ $\text{fs}(x) := \frac{-x\cdot e^{-(x)/k}}{k}$ "Done"

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $\left(\frac{x}{k^2} - \frac{1}{k}\right)\cdot e^{-x/k}$ $\text{fss}(x) := \frac{(x-k)\cdot e^{-(x)/k}}{k^2}$ "Done"

$\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$ $\frac{-(x-2\cdot k)\cdot e^{-x/k}}{k^3}$ $\text{fsss}(x) := \frac{-(x-2\cdot k)\cdot e^{-(x)/k}}{k^3}$ "Done"

a$_1$) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$f(0)$ k

a$_2$) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$\text{solve}(f(x)=0, x)$ $x = -k$

$xn := -k$ $-k$ $yn := f(xn)$ 0

a$_3$) Bestimmen der Extrempunkte

$\text{solve}(\text{fs}(x)=0, x)$ $x = 0$

$xe := 0$ 0 $\text{fss}(xe)$ $\frac{-1}{k}$ $ye := f(xe)$ k

a$_4$) Bestimmen der Wendepunkte

$\text{solve}(\text{fss}(x)=0, x)$ $x = k$

$xw := k$ k $\text{fsss}(xw)$ $\frac{e^{-1}}{k^2}$ $yw := f(xw)$ $2\cdot k\cdot e^{-1}$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes

$f(-k)$ 0

c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

$\text{fs}(k)$ $-\left(e^{-1}\right)$

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$xt := -k$ $\quad -k$ $\qquad yt := f(xt)$ $\quad 0$

$m := \text{fs}(xt)$ $\quad e$ $\qquad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n)$ $\quad n = k \cdot e$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt
h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt
i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte
j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$\text{solve}(x = xw, k)$ $\quad k = x$ $\qquad y = yw \mid k = x$ $\quad y = 2 \cdot e^{-1} \cdot x$

k) Besonderes

$A(x) := \left| \frac{1}{2} \cdot (2 + x) \cdot f(x) \right| \mid k = 2$ $\quad$ "Done"

$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(A(x)) = 0, x \right)$ $\quad x = 2 \text{ or } x = -2$ $\quad \frac{d^2}{dx^2}(A(x)) \mid x = 2$ $\quad -(e^{-1})$ $\quad A(2)$ $\quad 8 \cdot e^{-1}$

Bestimmen einer Stammfunktion

$\int (f(x))\, dx$ $\quad (-k \cdot x - 2 \cdot k^2) \cdot e^{-x/k}$

l) Berechnen eines Flächeninhalts

l1) $\left| \int_{-k}^{0} (f(x))\, dx \right|$ $\quad k^2 \cdot (e - 2)$

l2) $\int_{-k}^{t} (f(x))\, dx$ $\quad (-k \cdot t - 2 \cdot k^2) \cdot e^{-t/k} + k^2 \cdot e$

$\frac{\frac{d}{dt}(-k \cdot (t + 2 \cdot k))}{\frac{d}{dt} e^{t/k}}$ $\quad -(k^2) \cdot e^{-t/k}$

strebt gegen 0 für t->oo,

also strebt das gesamte Integral gegen $k^2 \cdot e$, also ist der Flächeninhalt $k^2 \cdot e$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$\text{solve}\left(\left| \int_{-k}^{0} (f(x))\, dx \right| = \exp(1) - 2, k \right)$ $\quad k = 1 \text{ or } k = -1$

n) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt