

Name:

Datum:

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 102D

Gegeben ist eine Schar von Exponentialfunktionen f_k durch den Funktionsterm

$$f_k(x) = (-x - k) \cdot e^{-\frac{x}{k}}, \quad k \in \mathbb{R}^+.$$

Die Graphen seien G_k .

Arbeitsaufträge:

I. Differentialrechnung

- a) Diskutieren Sie f_k in Abhängigkeit vom Parameter k . Untersuchen Sie insbesondere, wie
- der Schnittpunkt mit der y -Achse
 - die Anzahl und der Typ der Schnittpunkte mit der x -Achse
 - die Anzahl und der Typ der Extrempunkte
 - die Anzahl und der Typ der Wendepunkte von G_k vom Parameter k abhängt.
- b) Zeigen Sie, dass alle Graphen G_k durch den Punkt $(-k | 0)$ verlaufen.
- c)
- d) Zeigen Sie, dass alle Graphen G_k an der Stelle $-k$ die Steigung $-e$ besitzen.
- e)
- f) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Tangenten an G_k an der Stelle $-k$.
- g)
- h)
- i)
- j) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion w_p , auf deren Graph alle Wendepunkte von G_k liegen.
- k) Für diesen Aufgabenteil sei $k = 2$. Durch den Punkt $P(-2 | 0)$ werde eine Sekante gelegt, die den Graphen G_k unterhalb der x -Achse in einem weiteren Punkt $Q(u | v)$ schneidet. Die Sekante, die x -Achse und die Gerade $g : x = u$ bilden ein Dreieck.
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q so, dass der Flächeninhalt dieses Dreiecks maximal wird, und geben Sie diesen maximalen Flächeninhalt an.

II. Integralrechnung

- l) Zeigen Sie, dass die Funktion F_k mit $F_k(x) = (kx + 2k^2) \cdot e^{-\frac{x}{k}}$ eine Stammfunktion der Schar f_k ist, und
- bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen G_k und den beiden Koordinatenachsen im 3. Quadranten in Abhängigkeit vom Parameter k .
 - bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen G_k und der x -Achse in Abhängigkeit vom Parameter k .
- m) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass der Inhalt der Fläche zwischen G_k und den beiden Koordinatenachsen im 3. Quadranten den Wert $e - 2$ hat.
- n)