

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 102D - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$$f(x) := (-x - k) \cdot \exp\left(\frac{-x}{k}\right) \quad \text{"Done"}$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \quad \frac{x \cdot e^{-x/k}}{k} \quad f_s(x) := \frac{x \cdot e^{-x/k}}{k} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \left(\frac{1}{k} - \frac{x}{k^2}\right) \cdot e^{-x/k} \quad f_{ss}(x) := \frac{(-x - k) \cdot e^{-x/k}}{k^2} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \frac{(x - 2 \cdot k) \cdot e^{-x/k}}{k^3} \quad f_{sss}(x) := \frac{(x - 2 \cdot k) \cdot e^{-x/k}}{k^3} \quad \text{"Done"}$$

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad -k$$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = -k$$

$$x_n := -k \quad -k \quad y_n := f(x_n) \quad 0$$

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f_s(x) = 0, x) \quad x = 0$$

$$x_e := 0 \quad 0 \quad f_{ss}(x_e) \quad \frac{1}{k} \quad y_e := f(x_e) \quad -k$$

a4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f_{ss}(x) = 0, x) \quad x = k$$

$$x_w := k \quad k \quad f_{sss}(x_w) \quad \frac{-(e^{-1})}{k^2} \quad y_w := f(x_w) \quad -2 \cdot k \cdot e^{-1}$$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes

$$f(-k) \quad 0$$

c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

$$f_s(-k) \quad -e$$

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := -k \quad -k \quad yt := f(xt) \quad 0$$

$$m := fs(xt) \quad -e \quad solve(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = -k \cdot e$$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt

h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt

i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$$solve(x = xw, k) \quad k = x \quad y = yw \mid k = x \quad y = -2 \cdot e^{-1} \cdot x$$

k) Besonderes

$$A(x) := \left| \frac{1}{2} \cdot (2 + x) \cdot f(x) \right| \mid k = 2 \quad \text{"Done"}$$

$$solve\left(\frac{d}{dx}(A(x)) = 0, x\right) \quad x = 2 \text{ or } x = -2 \quad \frac{d^2}{dx^2}(A(x)) \mid x = 2 \quad -(e^{-1}) \quad A(2) \quad 8 \cdot e^{-1}$$

Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad k \cdot (x + 2 \cdot k) \cdot e^{-x/k}$$

1) Berechnen eines Flächeninhalts

$$11) \left| \int_{-k}^0 (f(x)) dx \right| \quad k^2 \cdot (e - 2)$$

$$12) \int_{-k}^t (f(x)) dx \quad k \cdot (t + 2 \cdot k) \cdot e^{-t/k} - k^2 \cdot e$$

$$\frac{\frac{d}{dt}(-k \cdot (t + 2 \cdot k))}{\frac{d}{dt} e^{t/k}} \quad -(k^2) \cdot e^{-t/k}$$

strebt gegen 0 für $t \rightarrow \infty$,

also strebt das gesamte Integral gegen $k^2 \cdot e$, also ist der Flächeninhalt $k^2 \cdot e$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$$solve\left(\left| \int_{-k}^0 (f(x)) dx \right| = \exp(1) - 2, k\right) \quad k = 1 \text{ or } k = -1$$

n) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt