

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 103A - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$$f(x) := (x - k) \cdot \exp\left(\frac{x}{k} + k\right) \quad \text{"Done"}$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \quad \frac{x \cdot e^{(x/k+k)}}{k} \quad fs(x) := \frac{x \cdot e^{(x/k+k)}}{k} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \left(\frac{e^k \cdot x}{k^2} + \frac{e^k}{k}\right) \cdot e^{x/k} \quad fss(x) := \left(\frac{x+k}{k^2}\right) \cdot e^{(x/k+k)} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \frac{(x+2 \cdot k) \cdot e^{(x/k+k)}}{k^3} \quad fsss(x) := \frac{(x+2 \cdot k) \cdot e^{(x/k+k)}}{k^3} \quad \text{"Done"}$$

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad -k \cdot e^k$$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = k$$

$$xn := k \quad k \quad yn := f(xn) \quad 0$$

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(fs(x) = 0, x) \quad x = 0$$

$$xe := 0 \quad 0 \quad fss(xe) \quad \frac{e^k}{k} \quad ye := f(xe) \quad -k \cdot e^k$$

a4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(fss(x) = 0, x) \quad x = -k$$

$$xw := -k \quad -k \quad fsss(xw) \quad \frac{e^{(k-1)}}{k^2} \quad yw := f(xw) \quad -2 \cdot k \cdot e^{(k-1)}$$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes

$$f(k) \quad 0$$

c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

$$fs(k) \quad e^{(k+1)}$$

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := k \quad k \quad yt := f(xt) \quad 0$$

$$m := fs(xt) \quad e^{(k+1)} \quad solve(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = -k \cdot e^{(k+1)}$$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt

h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt

i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$$solve(x = xw, k) \quad k = -x \quad y = yw \mid k = -x \quad y = 2 \cdot x \cdot e^{(-x-1)}$$

k) Besonderes

$$A(x) := \left| \frac{1}{2} \cdot (-x + 2) \cdot f(x) \right| \mid k = 2 \quad \text{"Done"}$$

$$solve\left(\frac{d}{dx}(A(x)) = 0, x\right) \quad x = 2 \text{ or } x = -2 \quad \frac{d^2}{dx^2}(A(x)) \mid x = -2 \quad -e \quad A(-2) \quad 8 \cdot e$$

Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad k \cdot (x - 2 \cdot k) \cdot e^{(x/k+k)}$$

1) Berechnen eines Flächeninhalts

$$11) \left| \int_0^k (f(x)) dx \right| \quad k^2 \cdot e^k \cdot (e - 2)$$

$$12) \int_t^k (f(x)) dx \quad -k \cdot e^k \cdot \left((t - 2 \cdot k) \cdot e^{t/k} + k \cdot e \right)$$

$$\frac{\frac{d}{dt}(-k \cdot e^k \cdot (t - 2 \cdot k))}{\frac{d}{dt} e^{-(t)/k}} \quad k^2 \cdot e^{(t/k+k)}$$

strebt gegen 0 für $t \rightarrow \infty$,

also strebt das gesamte Integral gegen $-k \cdot e$, also ist der Flächeninhalt $k \cdot e$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

n) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt