

Name:

Datum:

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 201A

Gegeben ist eine Schar von Exponentialfunktionen f_k durch den Funktionsterm

$$f_k(x) = \frac{1}{2}(x^2 - k) \cdot e^{-x}, \quad k \in \mathbb{R}.$$

Die Graphen seien G_k .

Arbeitsaufträge:

I. Differentialrechnung

a) Diskutieren Sie f_k in Abhängigkeit vom Parameter k . Untersuchen Sie insbesondere, wie

a₁) der Schnittpunkt mit der y -Achse

a₂) die Anzahl und der Typ der Schnittpunkte mit der x -Achse

a₃) die Anzahl und der Typ der Extrempunkte

a₄) die Anzahl und der Typ der Wendepunkte

von G_k vom Parameter k abhängt.

b)

c) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k durch den Punkt $(-1 | e)$ verläuft.

d)

e) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k an der Stelle -1 einen Extrempunkt besitzt.

f) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Tangenten an G_k an der Stelle 0 .

g)

h)

i)

j)

k) • Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k die x -Achse berührt.

• Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k einen Sattelpunkt besitzt.

• Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k keinen Wendepunkt besitzt.

II. Integralrechnung

l) Zeigen Sie, dass die Funktion F_k mit $F_k(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 2x - k + 2) \cdot e^{-x}$ eine Stammfunktion der Schar f_k ist, und bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen G_k und der x -Achse in Abhängigkeit vom Parameter k .

m) Zeigen Sie, dass für $k = 1$ der Inhalt der Fläche zwischen G_k und der x -Achse den Wert $\frac{2}{e}$ hat.

n)