Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 201A - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$f(x) := \frac{1}{2} \cdot (x^2 - k) \cdot \exp(-x)$ "Done"

Bestimmen der Ableitungen

$\frac{d}{dx}(f(x))$ $\left(\frac{-(x^2)}{2} + x + \frac{k}{2}\right) \cdot e^{-x}$ $\quad fs(x) := \left(\frac{-(x^2)}{2} + x + \frac{k}{2}\right) \cdot e^{-x}$ "Done"

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $\left(\frac{x^2}{2} - 2 \cdot x - \frac{k}{2} + 1\right) \cdot e^{-x}$ $\quad fss(x) := \left(\frac{x^2}{2} - 2 \cdot x - \frac{k}{2} + 1\right) \cdot e^{-x}$ "Done"

$\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$ $\left(\frac{-(x^2)}{2} + 3 \cdot x + \frac{k}{2} - 3\right) \cdot e^{-x}$ $\quad fsss(x) := \left(\frac{-(x^2)}{2} + 3 \cdot x + \frac{k}{2} - 3\right) \cdot e^{-x}$ "Done"

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$f(0)$ $\frac{-k}{2}$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$\text{solve}(f(x) = 0, x)$ $x = -\sqrt{k}$ and $k \geq 0$ or $x = \sqrt{k}$ and $k \geq 0$

$xn1 := -\sqrt{k}$ $-\sqrt{k}$ $\quad yn1 := f(xn1)$ 0

$xn2 := \sqrt{k}$ $\sqrt{k}$ $\quad yn2 := f(xn2)$ 0

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$\text{solve}(fs(x) = 0, x)$ $x = -(\sqrt{k+1} - 1)$ or $x = \sqrt{k+1} + 1$

$xe1 := -(\sqrt{k+1} - 1)$ $-(\sqrt{k+1} - 1)$ $\quad fss(xe1)$ $\sqrt{k+1} \cdot e^{(\sqrt{k+1} - 1)}$

$ye1 := f(xe1)$ $-(\sqrt{k+1} - 1) \cdot e^{(\sqrt{k+1} - 1)}$

$xe2 := \sqrt{k+1} + 1$ $\sqrt{k+1} + 1$ $\quad fss(xe2)$ $-\sqrt{k+1} \cdot e^{(-\sqrt{k+1} - 1)}$

$ye2 := f(xe2)$ $(\sqrt{k+1} + 1) \cdot e^{(-\sqrt{k+1} - 1)}$

a$_4$) Bestimmen der Wendepunkte

$\text{solve}(\text{fss}(x) = 0, x)$ $\quad x = -\left(\sqrt{k+2} - 2\right) \text{ or } x = \sqrt{k+2} + 2$

$xw1 := -\left(\sqrt{k+2} - 2\right)$ $\quad -\left(\sqrt{k+2} - 2\right)$ $\quad \text{fsss}(xw1)$ $\quad -\sqrt{k+2}\cdot e^{\left(\sqrt{k+2} - 2\right)}$

$yw1 := f(xw1)$ $\quad -\left(2\cdot\sqrt{k+2} - 3\right)\cdot e^{\left(\sqrt{k+2} - 2\right)}$

$xw2 := \sqrt{k+2} + 2$ $\quad \sqrt{k+2} + 2$ $\quad \text{fsss}(xw2)$ $\quad \sqrt{k+2}\cdot e^{\left(-\sqrt{k+2} - 2\right)}$

$yw1 := f(xw2)$ $\quad \left(2\cdot\sqrt{k+2} + 3\right)\cdot e^{\left(-\sqrt{k+2} - 2\right)}$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes
c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

$\text{solve}(f(-1) = \exp(1), k)$ $\quad k = -1$

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung
e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

$\text{solve}(\text{fs}(-1) = 0, k)$ $\quad k = 3$

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$xt := 0$ $\quad 0$ $\quad yt := f(xt)$ $\quad \frac{-k}{2}$

$m := \text{fs}(xt)$ $\quad \frac{k}{2}$ $\quad \text{solve}(yt = m\cdot xt + n, n)$ $\quad n = \frac{-k}{2}$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt
h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt
i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte
j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte
k) Besonderes

$\text{solve}(\text{fs}(0) = 0, k)$ $\quad k = 0$ oder $\text{solve}(xn1 = xn2, k)$ $\quad k = 0$

$\text{solve}(xe1 = xe2, k)$ $\quad k = -1$

$\text{solve}(k + 2 < 0, k)$ $\quad k < -2$

Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x))\,dx \qquad \frac{-(x^2+2\cdot x-k+2)\cdot e^{-x}}{2}$$

l) Berechnen eines Flächeninhalts

$$\left|\int_{xn1}^{xn2} (f(x))\,dx\right| \qquad \left|e^{-\sqrt{k}}\cdot\left(\left(e^{(2\cdot\sqrt{k})}+1\right)\cdot\sqrt{k}-e^{(2\cdot\sqrt{k})}+1\right)\right|$$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$$\text{solve}\left(\left|\int_{xn1}^{xn2} (f(x))\,dx\right| = \frac{2}{\exp(1)}, k\right)$$

$k = 1.$ or $k = 1.$
Warning: Questionable accuracy
Warning: More solutions may exist

m) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt