

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 201C - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$$f(x) := -\frac{(1)}{2} \cdot (x^2 - k) \cdot \exp(-x) \quad \text{"Done"}$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\frac{d}{dx}(f(x)) \quad \left(\frac{x^2}{2} - x - \frac{k}{2}\right) \cdot e^{-x} \quad f_s(x) := \left(\frac{x^2}{2} - x - \frac{k}{2}\right) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \left(\frac{-(x^2)}{2} + 2 \cdot x + \frac{k}{2} - 1\right) \cdot e^{-x} \quad f_{ss}(x) := \left(\frac{-(x^2)}{2} + 2 \cdot x + \frac{k}{2} - 1\right) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

$$\frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \left(\frac{x^2}{2} - 3 \cdot x - \frac{k}{2} + 3\right) \cdot e^{-x} \quad f_{sss}(x) := \left(\frac{x^2}{2} - 3 \cdot x - \frac{k}{2} + 3\right) \cdot e^{-x} \quad \text{"Done"}$$

a1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad \frac{k}{2}$$

a2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = -\sqrt{k} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \sqrt{k} \text{ and } k \geq 0$$

$$xn1 := -\sqrt{k} \quad -\sqrt{k} \quad yn1 := f(xn1) \quad 0$$

$$xn2 := \sqrt{k} \quad \sqrt{k} \quad yn2 := f(xn2) \quad 0$$

a3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f_s(x) = 0, x) \quad x = -(\sqrt{k+1} - 1) \text{ or } x = \sqrt{k+1} + 1$$

$$xe1 := -(\sqrt{k+1} - 1) \quad -(\sqrt{k+1} - 1) \quad f_{ss}(xe1) \quad -\sqrt{k+1} \cdot e^{(\sqrt{k+1} - 1)}$$

$$ye1 := f(xe1) \quad (\sqrt{k+1} - 1) \cdot e^{(\sqrt{k+1} - 1)}$$

$$xe2 := \sqrt{k+1} + 1 \quad \sqrt{k+1} + 1 \quad f_{ss}(xe2) \quad \sqrt{k+1} \cdot e^{(-\sqrt{k+1} - 1)}$$

$$ye2 := f(xe2) \quad -(\sqrt{k+1} + 1) \cdot e^{(-\sqrt{k+1} - 1)}$$

a4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f_{ss}(x) = 0, x) \quad x = -(\sqrt{k+2} - 2) \text{ or } x = \sqrt{k+2} + 2$$

$$xw1 := -(\sqrt{k+2} - 2) \quad -(\sqrt{k+2} - 2) \quad f_{sss}(xw1) \quad \sqrt{k+2} \cdot e^{(\sqrt{k+2} - 2)}$$

$$yw1 := f(xw1) \quad (2\sqrt{k+2} - 3) \cdot e^{(\sqrt{k+2} - 2)}$$

$$xw2 := \sqrt{k+2} + 2 \quad \sqrt{k+2} + 2 \quad f_{sss}(xw2) \quad -\sqrt{k+2} \cdot e^{(-\sqrt{k+2} - 2)}$$

$$yw2 := f(xw2) \quad -(2\sqrt{k+2} + 3) \cdot e^{(-\sqrt{k+2} - 2)}$$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes

c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

$$\text{solve}(f(-1) = -\exp(1), k) \quad k = -1$$

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}(f'(-1) = 0, k) \quad k = 3$$

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := 0 \quad 0 \quad yt := f(xt) \quad \frac{k}{2}$$

$$m := f'(xt) \quad \frac{-k}{2} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = \frac{k}{2}$$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt

h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt

i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

k) Besonderes

$$\text{solve}(f(0) = 0, k) \quad k = 0 \quad \text{oder} \quad \text{solve}(xw1 = xw2, k) \quad k = 0$$

$$\text{solve}(xe1 = xe2, k) \quad k = -1$$

$$\text{solve}(k + 2 < 0, k) \quad k < -2$$

Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx = \frac{(x^2 + 2 \cdot x - k + 2) \cdot e^{-x}}{2}$$

l) Berechnen eines Flächeninhalts

$$\left| \int_{xn1}^{xn2} (f(x)) dx \right| = \left| e^{-\sqrt{k}} \cdot \left((e^{(2 \cdot \sqrt{k})} + 1) \sqrt{k} - e^{(2 \cdot \sqrt{k})} + 1 \right) \right|$$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$$\text{solve} \left(\left| \int_{xn1}^{xn2} (f(x)) dx \right| = \frac{2}{\exp(1)}, k \right)$$

$k = 1.$ or $k = 1.$
Warning: Questionable accuracy
Warning: More solutions may exist

m) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt