

Name:

Datum:

Kurvendiskussion mit Exponentialfunktionenscharen II - Aufgabe 303A

Gegeben ist eine Schar ganzrationaler Funktionen f_k durch den Funktionsterm

$$f_k(x) = x \cdot e^{-k \cdot x^2}, \quad k \in \mathbb{R}.$$

Die Graphen seien G_k .

Arbeitsaufträge:

I. Differentialrechnung

- a) Diskutieren Sie f_k in Abhängigkeit vom Parameter k . Untersuchen Sie insbesondere, wie
 - a₁) der Schnittpunkt mit der y -Achse
 - a₂) die Anzahl und der Typ der Schnittpunkte mit der x -Achse
 - a₃) die Anzahl und der Typ der Extrempunkte
 - a₄) die Anzahl und der Typ der Wendepunktevon G_k vom Parameter k abhängt.
- b) Zeigen Sie, dass alle Graphen durch den Punkt $(0|0)$ verlaufen.
- c) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k durch den Punkt $(1|3)$ verläuft.
- d) Zeigen Sie, dass alle Graphen G_k an der Stelle 0 eine Tangente mit der Steigung 1 besitzen.
- e) Bestimmen Sie den Parameter k so, dass G_k an der Stelle -1 eine horizontale Tangente besitzt.
- f) Bestimmen Sie die Funktionsterme der Wendetangenten von G_k .
- g)
- h)
- i) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion tp , auf deren Graph alle Extrempunkte von G_k liegen.
- j) Bestimmen Sie den Funktionsterm der Funktion wp , auf deren Graph alle Wendepunkte von G_k liegen.
- k)

II. Integralrechnung

- l) Zeigen Sie, dass die Funktion F_k mit $F_k(x) = -\frac{1}{2 \cdot k} \cdot e^{-k \cdot x^2}$ eine Stammfunktion der Schar f_k ist, und bestimmen Sie den Inhalt der Fläche zwischen G_k und der x -Achse im 1. Quadranten.
- m)