

Aufg.-Nr.: 4	Bereich: ganzrat. Funktion	Kursart: GK	CAS
--------------	----------------------------	-------------	-----

Tunnel

Nach dem nebenstehenden Foto soll ein Tunnel errichtet werden.

Man interessiert sich für die Gestaltung des Eingangs (Portal), sucht eine geeignete Funktion, die den gekrümmten Verlauf möglichst passend beschreibt.



Betrachten Sie nun die beigelegte Skizze auf dem separaten Blatt. Dazu hat man die 6 Punkte A bis F mit ihren Koordinaten ermittelt. Sie dienen als Rechenbasis.

- a) Mit A, D und F erstellt man eine Parabel (2. Ordnung). Bestimmen Sie den Term geeignet, lösen Sie Ihre Gleichungen per Hand.
(zur Kontrolle: $f(x) = -0.07x^2 + 0.75x + 8$)
- b) Zur weiteren Diskussion der Ingenieure stehen eine Funktion 3. Grades (mit A, C, D und F) sowie eine Funktion 4. Grades (mit A, C, D, E und F) zur Auswahl. Erstellen Sie für jede Funktion die jeweiligen Bestimmungsgleichungen und bestimmen Sie die gesuchten Terme der beiden Funktionen (mit dem CAS).

(zur Kontrolle: $g(x) = -\frac{1}{350}x^3 - \frac{19}{700}x^2 + \frac{17}{28}x + 8$;

$$h(x) = \frac{101}{50400}x^4 - \frac{109}{2800}x^3 + \frac{8227}{50400}x^2 + \frac{103}{336}x + 8$$

- c) Übertragen Sie die drei mit Hilfe des CAS ermittelten Graphen als Skizze (Unterschiede sollen deutlich werden!) in Ihre Unterlagen.
- d) Der Tunnel soll seine größte Höhe in der Mitte der Fahrbahn haben. Bestimmen Sie diejenige Funktion (f, g oder h), die diese Bedingung am „genauesten“ erfüllt. Erläutern Sie Ihr Verfahren.
- e) Man entscheidet sich für g als Randfunktion: Bestimmen Sie das Luftvolumen, das dann der 130 m lange Tunnel hat.
- f) Nun sucht man den oberen Rand des Tunnels (h(x)) als „Parallele“ zu g:

$$h(x) = g(x) + c.$$

h ist also „etwas“ nach oben verschoben im Vergleich zu g.

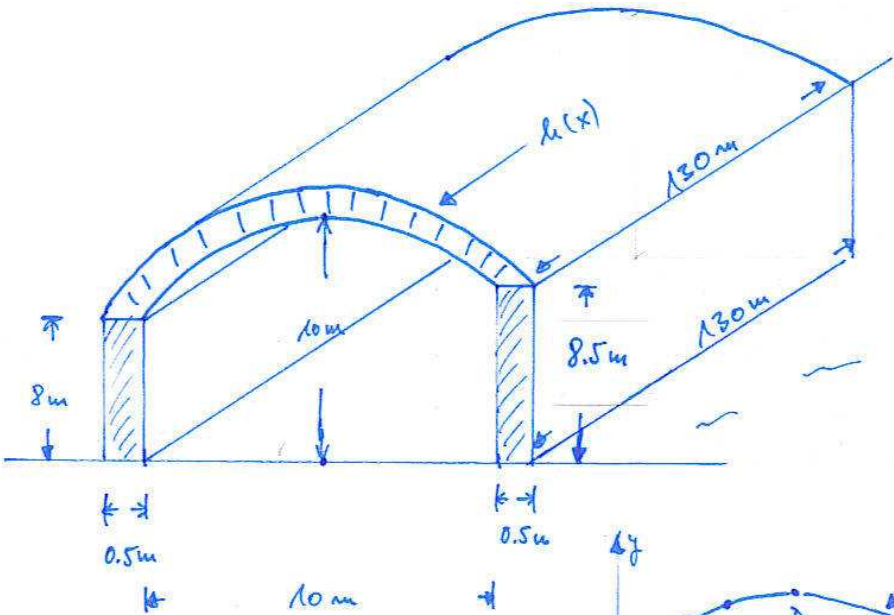
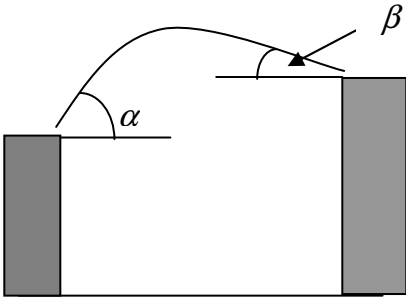
Der obere Rand soll aber – wie in der Skizze zu sehen - rechts und links auf den $\frac{1}{2}m$

breiten Mauern aufliegen. Geben Sie ein Verfahren an, um den möglichst exakten Term für h zu finden. (Verwenden Sie nur Zehntel-Veränderungen für den Wert von c).

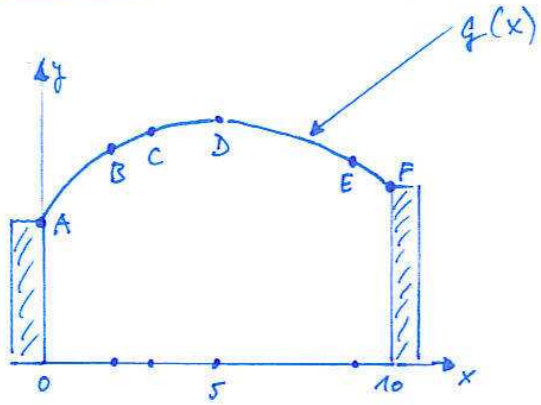
- g) Sollten Sie bei f) kein Ergebnis haben, so verwenden Sie für den oberen Rand die Verschiebung $c=0.4$. Berechnen Sie für diesen Fall das Betonvolumen für den gewölbten Tunneldeckel.

Aufg.-Nr.: 4	Bereich: ganzrat. Funktion	Kursart: GK	CAS
--------------	----------------------------	-------------	-----

h) Die bisher betrachteten Funktionen f , g und h erscheinen den Ingenieuren nicht geeignet, weil durch ihre Form der Betondeckel „zu flach“ auf den Seitenmauern aufliegt. Geben Sie die Winkelgrößen für α und β an, die bisher durch die drei Funktionen f , g und h erzeugt wurden.



A(0|8) B(2|9) C(3|9.5)
D(5|10) E(9|8.75) F(10|8.5)



Alle Angaben in Metern (m)!