

Name:

Datum:

Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen II - Wachstum einer Hopfenpflanze

Über 99% der deutschen Hopfenernte wird zum Bierbrauen verwendet. Prost! Dazu werden die gelben Dolden der weiblichen Hopfenpflanze genutzt. Hopfenpflanzen haben bis zu vier Meter lange Wurzeln und zeichnen sich durch eine enorme Wachstumsrate aus, die durchschnittlich meist bei 10cm pro Tag liegt, aber auch sehr viel größer sein kann.

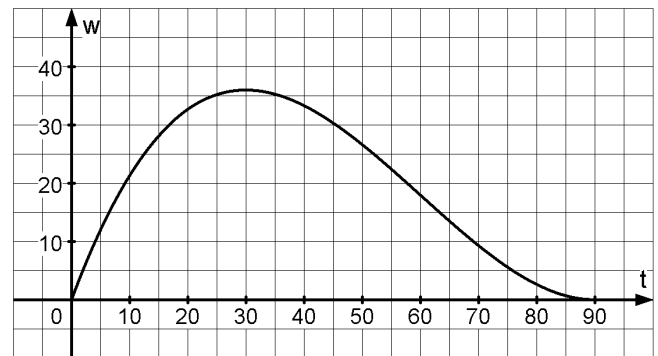


Die Wachstumsrate einer Hopfenpflanze werde nun näherungsweise beschrieben durch den folgenden Term:

$$w(t) = \frac{1}{3000} \cdot t^3 - \frac{180}{3000} \cdot t^2 + \frac{8100}{3000} \cdot t, \quad t \in [0;90]$$

Dabei steht t für die Zeit in Tagen nach der Keimung und $w(t)$ für die Wachstumsrate (Wachstumsgeschwindigkeit) in cm pro Tag t Tage nach der Keimung.

Der Graph zum Term $w(t)$ ist rechts abgebildet.



- Beschreiben Sie den Verlauf der Wachstumsrate der Pflanze in Worten.
- Berechnen Sie $w(20)$ und erläutern Sie die Bedeutung dieses Wertes im Sinne der Sachaufgabe.
- Berechnen Sie die Nullstellen des Terms $w(t)$ und erläutern Sie deren Bedeutung im Sinne der Sachaufgabe.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, an welchem die Wachstumsrate der Hopfenpflanze maximal ist, und bestimmen Sie rechnerisch den Wert der Wachstumsrate zu diesem Zeitpunkt.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, an welchem sich die Wachstumsrate am stärksten ändert.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Nullstelle der Wendetangente zum Graphen von $w(t)$ und erläutern Sie die Bedeutung dieser Nullstelle im Sinne der Sachaufgabe.
- Bestimmen Sie näherungsweise die Gesamthöhe der Hopfenpflanze nach 90 Tagen, indem Sie die entsprechende Fläche durch zwei Dreiecke annähern; wählen Sie als einen gemeinsamen Eckpunkt der beiden Dreiecke den Hochpunkt des Graphen zum Term $w(t)$.
- Zeigen Sie rechnerisch, dass die Höhe der Pflanze durch den folgenden Term beschrieben wird:
$$h(t) = \frac{1}{12000} \cdot t^4 - \frac{1}{50} \cdot t^3 + \frac{27}{20} \cdot t^2;$$
hierbei steht $h(t)$ für die Höhe der Hopfenpflanze in cm t Tage nach der Keimung.
- Berechnen Sie die Höhe der Pflanze zum Zeitpunkt ihres maximalen Wachstums und die Höhe der ausgewachsenen Pflanze.
- Geben Sie die Gleichung an, deren Lösung die Zeit ist, zu der die Pflanze eine Höhe von sieben Metern hat. Diese Gleichung ist nicht (!) zu lösen.
- Berechnen Sie die mittlere Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze.
- Skizzieren Sie den Graphen des Terms $h(t)$.