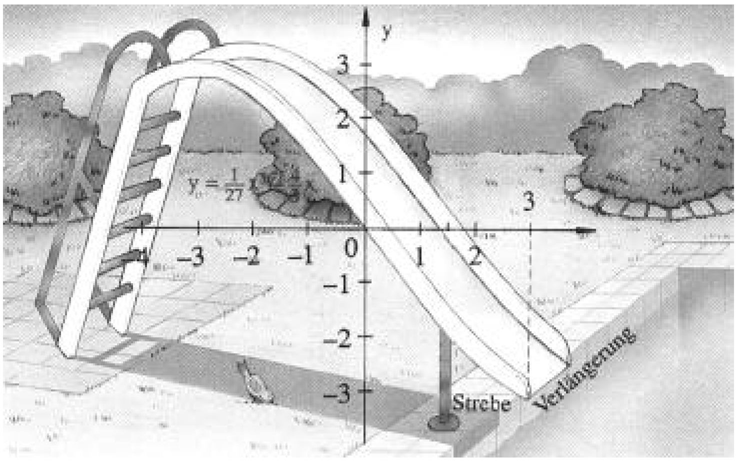
Name: **Datum:**

Bestimmen der Tangente Typ C - Anwendungsaufgabe 3

Die Rutschfläche der in Abbildung gezeichneten Rutsche wird durch eine Funktion mit dem Funktionsterm $y(x) = \frac{1}{27}x^3 - \frac{4}{3}x$ beschrieben. Vom Punkt $P_0(x_0 \mid y_0)$ aus soll an die Rutsche eine gerade Verlängerung bis zum Punkt $Q(9 \mid -5)$ auf der Wasseroberfläche angebracht werden.



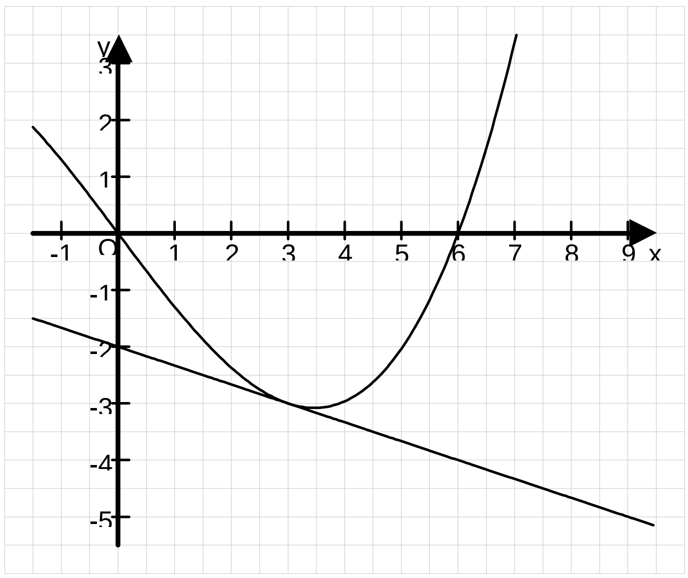
☞ Arbeitsaufträge:

a) Bestimme zuerst zeichnerisch so genau wie möglich den Punkt $P_0(x_0 \mid y_0)$, von dem aus die Verlängerung ausgeht und die Steigung der Verlängerung.

b) Bestimme nun rechnerisch den Punkt $P_0(x_0 \mid y_0)$, von dem aus die Verlängerung ausgeht und die Steigung der Verlängerung.

c) Berechne schließlich die Länge der Verlängerung.

Lösungen:



a) Siehe Abbildung

b) Zu lösen ist wegen der notwendigen Gleichheit der Steigung der Geraden durch die Punkte $Q(9 \mid -5)$ und $P_0(x_0 \mid y(x_0))$ und der Steigung $m(x_0)$ des Graphen an der Stelle x_0 die Gleichung $\frac{y(x)-(-5)}{x-9} = m(x)$ bzw. mit $y(x) = \frac{1}{27}x^3 - \frac{4}{3}x$ und $m(x) = \frac{1}{9}x^2 - 1\frac{1}{3}$ die Gleichung $\frac{(\frac{1}{27}x^3 - \frac{4}{3}x)-(-5)}{x-9} = \frac{1}{9}x^2 - 1\frac{1}{3}$. Diese Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{3; \frac{3}{4}(7+\sqrt{105}); \frac{3}{4}(7-\sqrt{105})\}$. Die gesuchte Lösung ist $x_0 = 3$ und mit $y(3) = -3$ ist der gesuchte Punkt $P_0(3 \mid -3)$.

Mit dem Punkt $P(3 \mid -3)$ und dem Punkt $Q(9 \mid -5)$ ergibt sich für die Tangente $t: y(x) = -\frac{1}{3}x - 2$.

c) Nach dem Satz des PYTHAGORAS ergibt sich für die Länge der Verlängerung $|\overline{PQ}| = 2\sqrt{10}$.

aus: Baum, M. u.a.: LS11. Mathematisches Unterrichtswerk für das Gymnasium. Ausgabe NRW. Stuttgart 2000. S.113.