Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2007/2008

5. Mai 2008

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer - Haupttermin

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeines

1. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**. Die Arbeit besteht aus zwei Teilen.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin die Aufgabenstellungen zum zweiten Teil (Aufgaben II, III und IV) sowie seinen/ihren Taschenrechner ausgehändigt.
   Für die Bearbeitung des zweiten Teils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

2. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

3. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Rechtschreiblexikon.

4. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgaben- und Arbeitsblätter mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

5. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der Aufgaben II, III und IV ist separates Papier zu verwenden.

6. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

7. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

8. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

9. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 20 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
   Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

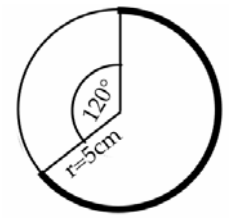
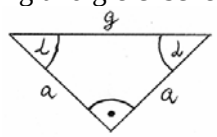
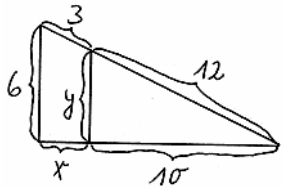
10. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz,
    Tel. 428 63 33 64, Fax 428 55 324, E-Mail: w.renz@arcor.de .

II Aufgaben

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten) (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (15 P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf mit zwei Würfeln zwei Fünfen zu werfen?	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	
b)	$0{,}05 : 0{,}002 =$	250	2,5	25	0,25	
c)	Von 12 Personen werden zwei ausgesucht. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?	36	66	72	56	
d)	$f(x) = 4x^3 + 2x$ hat die Ableitung $f'(x) =$	$7x^2 + 2$	$14x^3$	$12x^2 + 2$	$12x$	
e)	Exponentielles Wachstum um 5 % pro Zeiteinheit t wird beschrieben durch	$y = 1{,}05^t$	$y = 1 + 0{,}05^t$	$y = 1{,}5^t$	$y = 0{,}95^t$	
f)	$\frac{3}{7} + \frac{4}{9} =$	$\frac{7}{16}$	$\frac{12}{63}$	$\frac{55}{63}$	$\frac{27}{28}$	
g)	8 % von 439,62 ist etwa	35	30	12,4	55	
h)	Ein Quadrat hat die Kantenlänge a = 6 cm. Wie lang muss die Seitenlänge eines Quadrats sein, das den doppelten Flächeninhalt hat?	$\sqrt{2} \cdot 6$ cm	$2 \cdot \sqrt{6}$ cm	12 cm	$36 \cdot \sqrt{2}$ cm	
i)	8 000 € werden für 2 Jahre zu einem jährlichen Zinssatz von 5 % angelegt. Über welchen Betrag kann nach 2 Jahren verfügt werden?	8 200 €	8 800 €	8 820 €	8 900 €	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
j)	 Wie lang ist der fett gezeichnete Teil der Kreislinie ungefähr?	10 cm	20 cm	52 cm	8 cm	
k)	Das Dreieck ist rechtwinklig und gleichschenklig.  Welche Gleichung ist richtig?	$a^2 + a^2 = 2 \cdot g$	$(a+a)^2 = g^2$	$2 \cdot a = g$	$a^2 = \frac{g}{2} \cdot g$	
l)	Bei einem Zylinder werden die Höhe und der Durchmesser verdoppelt. Um welchen Faktor ändert sich das Volumen?	2	4	6	8	
m)	Strahlensatzfigur:  Es gilt:	$x = 3$ $y = 4{,}8$	$x = 2{,}5$ $y = 4{,}8$	$x = 3$ $y = 5$	$x = 2{,}5$ $y = 5$	
n)	Die Schüler einer Klasse werden befragt, wie viel Stunden sie gestern ferngesehen haben: <table><tr><th>Anzahl der Stunden</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr><tr><td>Anzahl der Schüler</td><td>5</td><td>4</td><td>4</td><td>5</td></tr></table> Der Durchschnitt beträgt	2,8	2,9	2,5	3,5	
o)	$45c^2 - 80a^2 =$	$(45c - 80a)^2$	$5(3c-4a)(3c+4a)$	$-35(c-a)(c+a)$	$\frac{45}{80}(c-a)^2$	

2. Gleichungen (7 P)

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$.

a) $3^x = 81$

b) $3x^2 = 18 - 15x$

c) $\frac{8}{x} = \frac{44}{121}$

3. Wahrscheinlichkeit (6 P)

Frank hat vor der Haustür eine Fußgängerampel (ohne „Gelb“ und ohne Schaltung durch Knopfdruck). Wenn er vor die Tür tritt, ist diese mit der Wahrscheinlichkeit 0,8 rot.

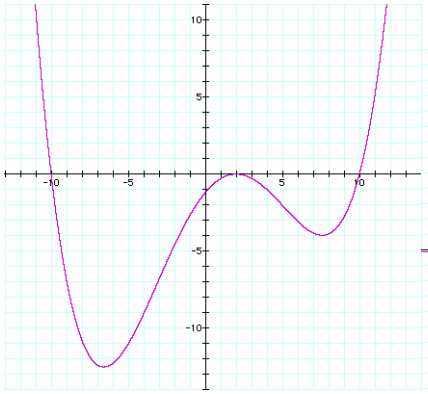
a) Frank verlässt an einem bestimmten Tag zweimal das Haus. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Ampel beide Male grün ist.

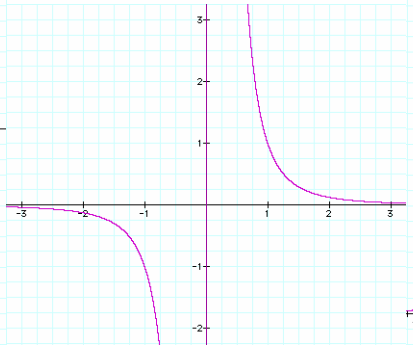
b) An einem anderen Tag verlässt er dreimal das Haus. Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Ampel dann mindestens einmal grün ist.

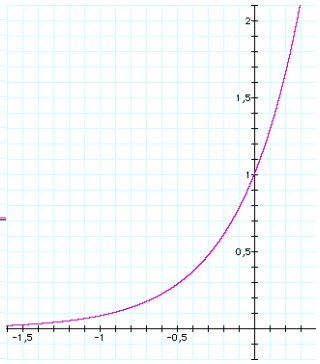
c) Frank verlässt im April täglich zweimal sein Haus.
Berechne, wie oft er durchschnittlich erwarten kann, dass die Fußgängerampel rot ist.

4. Graphen (3 P)

Ordne jedem Graphen die richtige Funktionsgleichung zu, indem du den zugehörigen Buchstaben in das Kästchen schreibst.







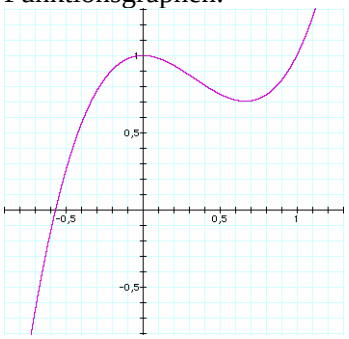
A: $d(x) = e^{2,5x}$ **B**: $e(x) = -\frac{3}{x^2}$ **C**: $f(x) = 0,003(x^2 - 100)(x-2)^2$

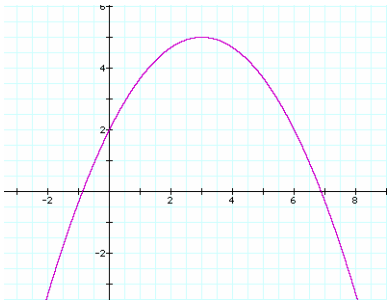
D: $g(x) = \frac{1}{x^3}$ **E**: $h(x) = 0,02(x+2)(x+10)(x-10)$

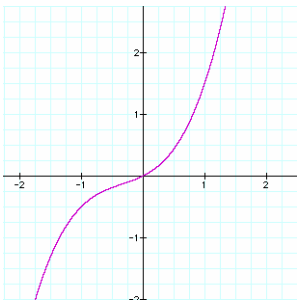
5. Ableitungen (3 P)

Ordne jedem Funktionsgraphen den Graphen seiner Ableitungsfunktion zu, indem du den zugehörigen Buchstaben in das Kästchen schreibst.

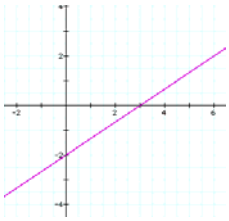
Funktionsgraphen:

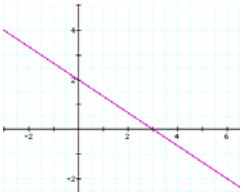


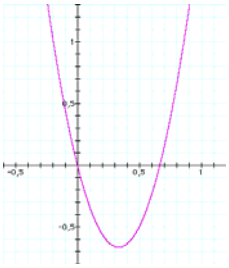


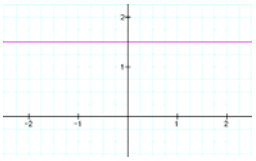


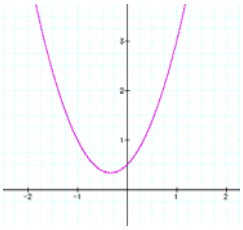
Ableitungsgraphen:











A **B** **C** **D** **E**

Idee der Zahl und des funktionalen Zusammenhangs

Aufgabe II Barbecue (22 P)

In den Wirtschaftswissenschaften versucht man, wirtschaftliche Prozesse mithilfe von mathematischen Funktionen zu beschreiben. Die bei der Produktion von Waren entstehenden Kosten lassen sich häufig durch ganzrationale Funktionen dritten Grades beschreiben.

Eine Firma stellt exklusive Barbecue-Grills her. Die Produktionskosten K für x Stück betragen

$$K(x) = 0{,}025x^3 - 3{,}5x^2 + 175x + 2500\,.$$

Das Diagramm in der Anlage zeigt den Graphen der Funktion K.

a) Gib den y-Achsenabschnitt des Graphen von K an und erläutere die Bedeutung dieses Wertes in Bezug auf die Produktionskosten.
Bestimme die Produktionskosten für 40 Stück. (5 P)

Die Grills werden pro Stück für 150 € verkauft. Man sagt auch: Der Erlös pro Grill beträgt 150 €.

b) Gib die Funktionsgleichung für den Erlös E in Abhängigkeit von x an.
Zeichne den Graphen der Funktion E in das Koordinatensystem in der Anlage ein.
Bestimme durch Ablesen in der Zeichnung, ab welcher Stückzahl das Unternehmen Gewinn macht und bei welcher Stückzahl die Gewinnzone endet.
Hinweis: Gewinn wird gemacht, wenn der Erlös höher ist als die Kosten. (4 P)

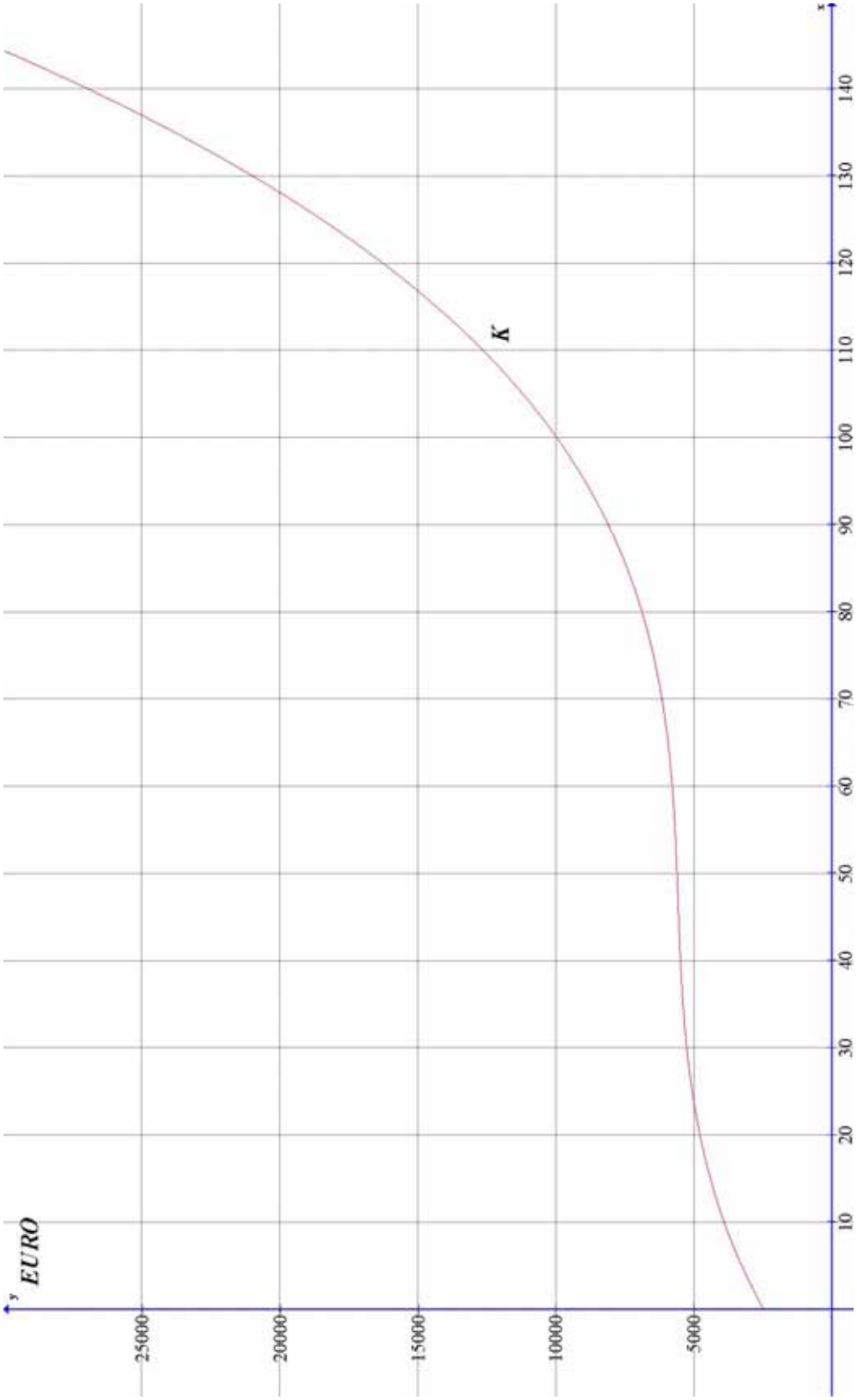
c) Für die Gewinnfunktion G gilt: $G(x) = E(x) - K(x)$. Bestimme die Gleichung der Gewinnfunktion und berechne die Produktionsmenge, für die der Gewinn maximal ist. (8 P)

Hinweis: Solltest du die Gleichung der Gewinnfunktion nicht bestimmen können, verwende folgende Ersatzgleichung, die nicht mit der gesuchten Gleichung übereinstimmt:
$G(x) = -0{,}018 \cdot x^3 + 2{,}7 \cdot x^2 - 35 \cdot x - 3500\,.$

d) Leider können gar nicht so viele Grillgeräte abgesetzt werden, wie in c) berechnet.
Marktanalysen zeigen, dass bei einem Preis von 80 € ein reißender Absatz zu erwarten wäre.
Beurteile den Vorschlag, die Grillgeräte zu diesem Preis zu verkaufen.
Hinweis: Eine Argumentation ohne Rechnung und nur mithilfe der zeichnerischen Darstellung in der Anlage reicht aus. (5 P)

Anlage zur Aufgabe „Barbecue“

Name: _____ **Klasse:** _____



Idee der Zahl und des funktionalen Zusammenhangs

Aufgabe III Abbau eines Wirkstoffes (22 P)

Eine Tablette (1 g) eines Medikamentes besteht zu 5 % aus dem Wirkstoff „Wirkin“. Die übrigen 95 % bestehen aus unwirksamen und unschädlichen Füllstoffen. Wird die Tablette eingenommen, gelangen 35 % des Wirkstoffes „Wirkin“ ins Blut und somit in den Körper. Der Rest wird ausgeschieden. Innerhalb eines Tages werden 25 % der (noch) vorhandenen Menge des Wirkstoffes vom Körper abgebaut.

a) Berechne die Menge des Wirkstoffes in mg, die bei der Einnahme einer Tablette (1g) ins Blut gelangt. (2 P)

Eine Person schluckt morgens eine Tablette dieses Medikamentes.

b)
- Gib eine Funktionsgleichung einer Funktion f an, mit der man die Menge des Wirkstoffes berechnen kann, die nach t Tagen noch im Körper vorhanden ist.
  Begründe die Funktionsgleichung.
- Berechne die Menge des Wirkstoffes, die nach 3 Tagen noch vorhanden ist, wenn die Person in diesen Tagen keine weitere Tablette einnimmt.
  Bestimme auch, wie viel Prozent der Ausgangsmenge das sind. (8 P)

Eine Person nimmt jeden Tag eine Tablette des Medikamentes ein.

c) Bestimme die Ansammlung des Wirkstoffes nach 3 Tagen, **bevor** die Person erneut das Medikament zu sich nimmt. Gehe davon aus, dass vor der ersten Einnahme keine Restmenge des Wirkstoffes im Körper vorhanden ist. (8 P)

d) Eine Person nimmt über einen langen Zeitraum jeden Morgen eine Tablette ein. Die Wirkstoffmenge im Blut <u>vor</u> der Einnahme der neuen Tablette ist an jedem Morgen genau gleich dem Wert vom Vortag.
Ermittle die Menge des Wirkstoffs, die jeden Morgen vor der Einnahme der Tablette im Blut ist. (4 P)

Idee der Wahrscheinlichkeit

Aufgabe IV Führerscheinprüfung (22 P)

In einer Fahrschule wird seit Jahren mit den Fahrschülern probehalber eine Vorprüfung durchgeführt, kurz bevor sie sie zur theoretischen Führerscheinprüfung ins Verkehrsamt gehen. Unabhängig davon, ob sie diese Vorprüfung bestanden haben oder nicht, können sie dann die theoretische Führerscheinprüfung im Verkehrsamt ablegen.

Ein Fahrlehrer hat die Ergebnisse der letzten Jahre von über 2000 Fahrschülern als Prozentsätze gerundet in einer sogenannten Vierfeldertafel zusammengefasst:

	Theorieprüfung bestanden	Theorieprüfung nicht bestanden	Summe
Vorprüfung bestanden	76 %	14 %	90 %
Vorprüfung nicht bestanden	4 %	6 %	10 %
Summe	80 %	20 %	100 %

Der Fahrlehrer will diese Tabelle nutzen, um seinen neuen Fahrschülern Anhaltspunkte zu geben für den Fall, dass sie sich weder besser noch schlechter vorbereiten als ihre Vorgänger.

a) Man kann diese Daten im Lichte der Wahrscheinlichkeitsrechnung interpretieren.
Gib beispielhaft eine Interpretation des Eintrags 14 % in der ersten Zeile an. (3 P)

b) Man kann aus den Daten der Tabelle auch ein Baumdiagramm anfertigen (siehe Anlage).
Gib in dem Baumdiagramm an den einzelnen Zweigen die Wahrscheinlichkeiten an. (6 P)

c) Bestimme die Wahrscheinlichkeit,

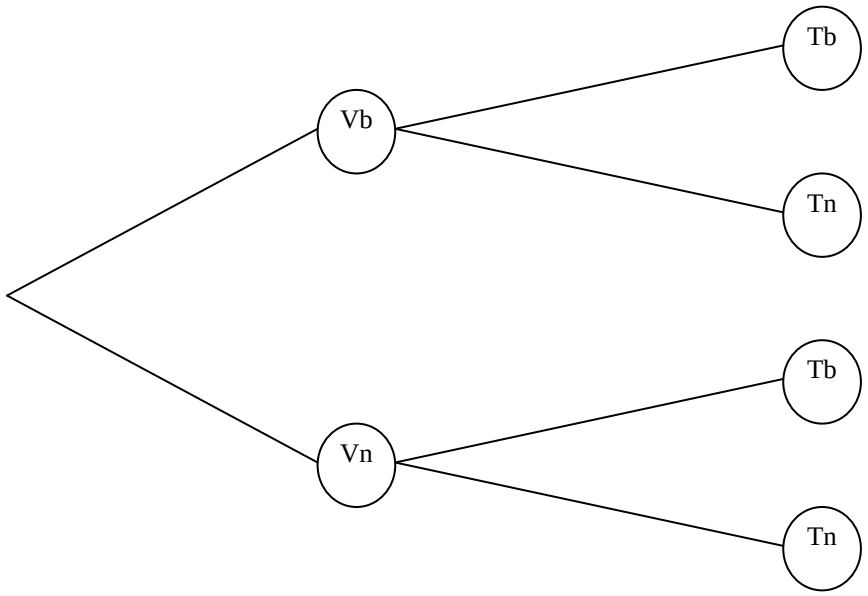
- dass ein Fahrschüler, der die Vorprüfung besteht, die theoretische Führerscheinprüfung nicht besteht,
- dass ein Fahrschüler, der die Vorprüfung nicht besteht, die theoretische Führerscheinprüfung trotzdem besteht,
- dass ein Fahrschüler, der die theoretische Führerscheinprüfung nicht bestanden hat, schon vorher die Vorprüfung nicht bestanden hat. (6 P)

d) Ein Fahrschüler, der die theoretische Führerscheinprüfung nicht bestanden hat und sie neu versuchen will, rechnet seinem Fahrlehrer vor:
„Die Wahrscheinlichkeit, nicht zu bestehen, ist 0,2; dann muss die Wahrscheinlichkeit, zweimal nicht zu bestehen, $0,2 \cdot 0,2$ sein, und das sind 0,04, also gerade mal 4 %. Meine Chance, dieses Mal die Prüfung zu bestehen, ist also 96 %!“
Begründe, dass der Fahrschüler nicht korrekt argumentiert. (3 P)

e) Zum nächsten Kurs haben sich 25 Fahrschüler neu angemeldet.
Die angenommenen Wahrscheinlichkeiten sollen alle unverändert gelten. Bestimme damit die Wahrscheinlichkeit, dass diesmal mindestens ein Fahrschüler die Vorprüfung nicht besteht.
Gib auch eine Begründung für deine Rechnung an. (4 P)

Anlage zur Aufgabe „Führerscheinprüfung“

Name: _____ **Klasse:** _____



(Abkürzungen: „Vb“ für „Vorprüfung bestanden“,
„Vn“ für „Vorprüfung nicht bestanden“,
„Tb“ für „Theoretische Fahrprüfung bestanden“,
„Tn“ für „Theoretische Fahrprüfung nicht bestanden“.

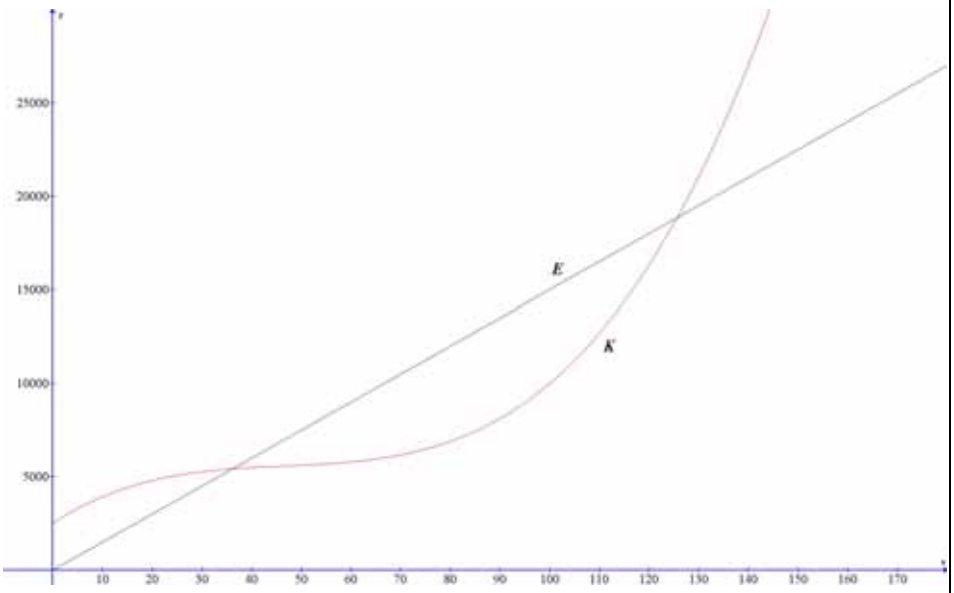
III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

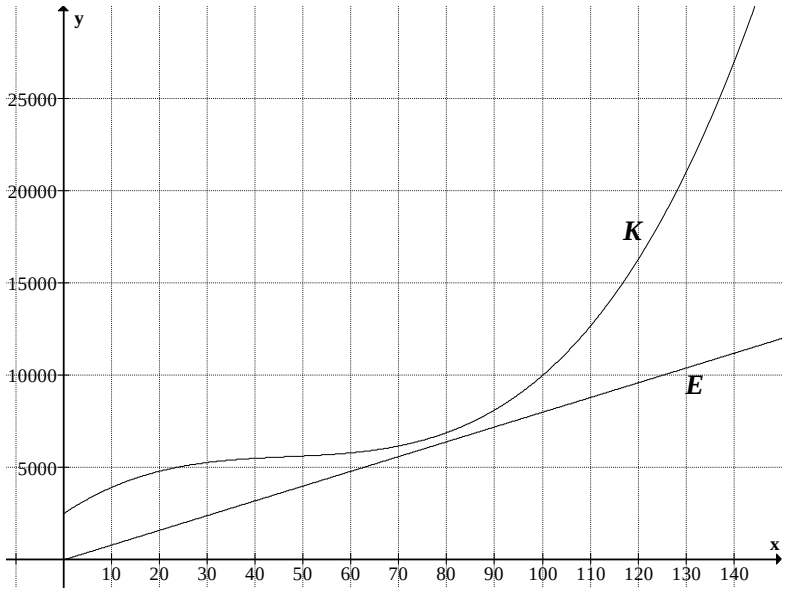
Aufgabe I

		Lösungsskizze		Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
1.	a)	$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$.	**A**	1		
	b)	$0{,}05:0{,}002=\frac{50}{2}=25$.	**C**	1		
	c)	$\frac{12\cdot 11}{2}=66$.	**B**	1		
	d)	$f'(x)=12x^2+2$.	**C**	1		
	e)	$y=(1+\frac{5}{100})^x=1{,}05^x$.	**A**	1		
	f)	$\frac{3}{7}+\frac{4}{9}=\frac{3\cdot 9+4\cdot 7}{63}=\frac{55}{63}$.	**C**	1		
	g)	8 % von 439,62 ist etwa 35.	**A**		1	
	h)	$\sqrt{2\cdot 36}=\sqrt{2}\cdot 6$.	**A**		1	
	i)	8 820 €	**C**		1	
	j)	$2\cdot\pi\cdot 5\cdot\frac{2}{3}\approx 20$.	**B**		1	
	k)	*Kathetensatz* $a^2=\frac{g}{2}\cdot g$.	**D**		1	
	l)	Das Volumen vergrößert sich auf das 8-fache.	**D**			1
	m)	$\frac{x}{10}=\frac{3}{12}\Rightarrow x=2{,}5 \quad \frac{y}{6}=\frac{12}{15}\Rightarrow y=4{,}8$.	**B**			1
	n)	Der Durchschnitt beträgt 2,5.	**C**		1	
	o)	$45c^2-80a^2=5(9c^2-16a^2)=5(3c-4a)(3c+4a)$.	**B**			1

		Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
2.	*Ausführliche Rechnungen sind nicht erforderlich.* *Bewertet wird die Richtigkeit der Lösungen.*				
	a)	$3^x = 81 \Leftrightarrow x = 4$.	2		
	b)	$3x^2 = 18 - 15x$ $x^2 + 5x - 6 = 0$ $x_{1,2} = -2,5 \pm \sqrt{6,25 + 6}$ $x_{1,2} = -2,5 \pm 3,5$ $x_1 = -6$ $x_2 = 1$		3	
	c)	$\frac{8}{x} = \frac{44}{121}$ $\frac{x}{8} = \frac{121}{44}$ $x = 8 \cdot \frac{121}{44}$ $x = 22$		2	
3.	a)	w(„Ampel grün“) = $1 - 0,8 = 0,2$. w(„Ampel beide Male grün“) = $0,2^2 = 0,04 = 4$ %.	2		
	b)	w(„Ampel alle drei Male rot“) = $0,8^3 = 0,512$. w(„Ampel mindestens einmal grün“) = $1 - 0,512 = 0,488 \approx 49$ %.		2	
	c)	60 Versuche mit 0,8 Erfolgswahrscheinlichkeit, also 48-mal.		2	
4.	Von links nach rechts: C, D, A			2	1
5.	Von links nach rechts: C, B, E			2	1
		Insgesamt 34 BWE	10	19	5

Aufgabe II Barbecue

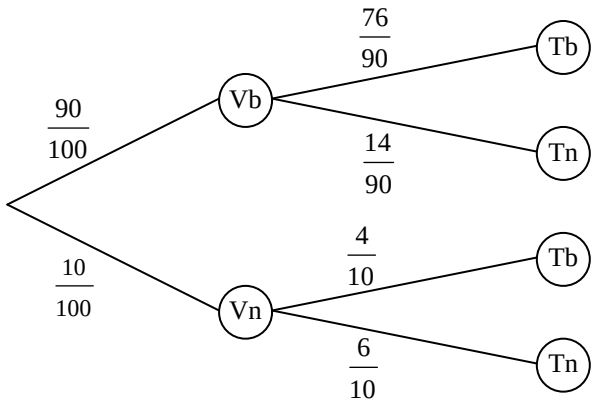
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Der Graph der Kostenfunktion hat einen *y*-Achsenabschnitt von 2500 (€). Dies sind die fixen Kosten, die bereits bei ruhender Produktion entstehen (wie z.B. Mietkosten, Gehälter). $K(40) = 0{,}025 \cdot 40^3 - 3{,}5 \cdot 40^2 + 175 \cdot 40 + 2\,500 = 5\,500$. Bei der Produktion von 40 Grills entstehen Kosten in Höhe von 5 500 €.	3	2	
b)	$E(x) = 150x$. Graph:  Das (ganzzahlige) Intervall, in dem (beim Verkauf der gesamten Produktion) Gewinn gemacht wird, ist $[36;126]$. *Die exakten Werte sind [36,2 ; 125,7].* Als richtig zu bewerten ist eine untere Grenze von 34 bis 38 und eine obere Grenze von 124 bis 128 Grills.	2	2	
c)	Gewinnfunktion $G = E - K$: $G(x) = 150x - (0{,}025x^3 - 3{,}5x^2 + 175x + 2500)$ $= -0{,}025x^3 + 3{,}5x^2 - 25x - 2500$ Notwendige Bedingung für ein lokales Maximum ist $G'(x) = 0$ $G'(x) = -0{,}075x^2 + 7x - 25$ $0 = -0{,}075x^2 + 7x - 25$ $0 = x^2 - 93{,}\overline{3}x + 333{,}\overline{3}$			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	$x_{1,2} = \frac{140}{3} \pm \sqrt{\frac{19600-3000}{9}} = \frac{140}{3} \pm \frac{128,84...}{3}$ $x_1 = 89,61...$ und $x_2 = 3,719...$ Das Maximum kann anhand der grafischen Darstellung identifiziert werden. Maximaler Gewinn wird bei Produktion und Verkauf von ca. 90 Grillgeräten erzielt. *Eine präzisere Überprüfung (x = 89 oder x = 90) ist hier nicht gefordert.* Der Nachweis mithilfe der zweiten Ableitung bzw. des Vorzeichenwechselkriteriums ist auch möglich. *Ersatzlösung:* $G(x) = -0,018 \cdot x^3 + 2,7 \cdot x^2 - 35 \cdot x - 3500$ $G'(x) = -0,054 \cdot x^2 + 5,4 \cdot x - 35$ $x^2 - 100 \cdot x + 648,\overline{148} = 0$ $x_{1,2} = 50 \pm \sqrt{2500 - 648,\overline{148}}$ $x_1 = 93,033...$ $x_2 = 6,966...$ *Maximaler Gewinn wird bei Produktion und Verkauf von ca. 93 Grillgeräten erzielt.*		6	2
d)	Wird der Verkaufspreis auf 80 € pro Grillgerät gesenkt, dann hat die zugehörige Erlösfunktion die Gleichung $E(x) = 80x$.  Der Grafik kann entnommen werden, dass der Graph von E für $x \geq 0$ vollständig unterhalb des Graphen von K verläuft. Bei einem Verkaufspreis von 80 € wird also bei keiner Produktionsmenge Gewinn gemacht. Der Vorschlag ist damit unbrauchbar.			5
	Insgesamt 22 BWE	5	10	7

Aufgabe III Abbau eines Wirkstoffes

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	*Bemerkung: Rechnungen sind sowohl in Milligramm als auch in Gramm möglich. Maßeinheiten müssen erst beim Ergebnis (z.B. Antwortsatz) angegeben werden.* 5 % vom 1 g = 50 mg, 35 % von 50 mg = 17,5 mg. Es gelangen 17,5 mg des Wirkstoffes in den Körper.	2		
b)	Die allgemeine Gleichung lautet: $f(t) = c \cdot a^t$. Da es sich um einen Abbauprozess handelt, ist $0 < a < 1$, $a = 1 - p\,\% = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$. Der Anfangswert ist $c = f(0) = 17{,}5$, also $f(t) = 17{,}5 \cdot 0{,}75^t$, t in Tagen. $f(3) = 17{,}5 \cdot 0{,}75^3 \approx 7{,}383$. Nach drei Tagen sind noch etwa 7,4 mg des Wirkstoffes im Körper vorhanden. *Bemerkung: Es kann auch Tag für Tag die noch vorhandene Menge des Wirkstoffes berechnet werden.* Dies sind 42 % der Ausgangsmenge.	4	4	
c)	Nach einem Tag: $17{,}5 \cdot 0{,}75 = 13{,}125$. Nach zwei Tagen: $(13{,}125 + 17{,}5) \cdot 0{,}75 \approx 22{,}969$. Nach drei Tagen: $(22{,}969 + 17{,}5) \cdot 0{,}75 \approx 30{,}352$. Nach drei Tagen befinden sich schon 30,352 mg des Wirkstoffes im Körper. *Alternativ*: $17{,}5 \cdot (0{,}75^3 + 0{,}75^2 + 0{,}75) \approx 30{,}4$. *Weitere Alternative*: $f(3) + f(2) + f(1) \approx 30{,}4$.		8	
d)	Zu lösen ist folgende Gleichung: $(x + 17{,}5) \cdot 0{,}75 = x$. $0{,}75 \cdot x + 13{,}125 = x$ $0{,}25 \cdot x = 13{,}125$ $x = 52{,}5$. Die Wirkstoffmenge im Blut vor der Einnahme der neuen Tablette beträgt jeden Morgen 52,5 mg. Ein alternativer Ansatz ist: $(x + 17{,}5) \cdot 0{,}25 = 17{,}5$. Er führt zum demselben Ergebnis und soll gleichermaßen bewertet werden. *Bemerkung: Die Fortsetzung der Rechnungen aus c) ist möglich, aber umständlich.*			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe IV Führerscheinprüfung

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	In der Tabelle stehen (prozentual angegebene) relative Häufigkeiten von Ereignissen. Relative Häufigkeiten kann man dann bei genügend hoher Versuchszahl, d.h. hier Teilnehmerzahl, als Schätzwerte für die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten verwenden. So kann man sagen, dass ein Fahrschüler, der sich ähnlich vorbereitet wie seine Vorgänger, ungefähr mit der Wahrscheinlichkeit 14 % „die Vorprüfung besteht, aber die eigentliche theoretische Prüfung nicht“. *<u>Bemerkung:</u> Das Wort „<u>aber</u>“ hat hier die gleiche logische Bedeutung wie das Wort „<u>und</u>“, es handelt sich hier also um die „<u>und-Verknüpfung</u>“ der beiden Ereignisse „der Schüler besteht die Vorprüfung“ und „der Schüler besteht die eigentliche theoretische Prüfung nicht“. Hier ist in der Formulierung Sorgfalt geboten, denn im Gegensatz dazu handelt es sich auf der zweiten Stufe des Baumdiagramms in b) und im Aufgabenteil c) um <u>bedingte Wahrscheinlichkeiten!</u>*	3		
b)	 Die Brüche können auch (teilweise) gekürzt, als Dezimalbrüche oder Prozentangaben geschrieben werden: $\frac{90}{100}=\frac{9}{10}=0{,}9=90\%$ $\quad$ $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}=0{,}1=10\,\%$. $\frac{76}{90}=\frac{38}{45}\approx 0{,}844=84{,}4\%$ $\quad$ $\frac{14}{90}=\frac{7}{45}\approx 0{,}156=15{,}6\,\%$. $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}=0{,}4=40\%$ $\quad$ $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}=0{,}6=60\,\%$.	4	2	
c)	• Die gefragte bedingte Wahrscheinlichkeit kann man direkt aus dem Baumdiagramm als Wert rechts am zweiten Ast von oben ablesen: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrschüler, der die die Vorprüfung besteht, die theoretische Führerscheinprüfung nicht besteht, ist etwa 15,6 %. • Die gefragte bedingte Wahrscheinlichkeit kann man direkt aus dem Baumdiagramm als Wert rechts am dritten Ast von oben ablesen: die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrschüler, der die Vorprüfung nicht besteht, die theoretische Führerscheinprüfung trotzdem besteht, ist etwa 40 %.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Bemerkung: Da im Aufgabenteil vorher das Baumdiagramm verlangt war, ist der genannte Lösungsweg naheliegend, aber man hätte die Ergebnisse natürlich auch leicht direkt aus der gegebenen Vierfeldertafel ausrechnen können. Es handelt sich ja um bedingte Wahrscheinlichkeiten, für die folgende Formel gilt: $P(A\|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$. *Nenner und Zähler stehen direkt in der Vierfeldertafel.* • Mit Hilfe der vorangehenden Bemerkung kann auch die dritte gefragte bedingte Wahrscheinlichkeit direkt bestimmt werden: Für die Wahrscheinlichkeit p_3, dass ein Fahrschüler, der die theoretische Führerscheinprüfung nicht bestanden hat, schon vorher die Vorprüfung nicht bestanden hat, gilt $p_3=\frac{6\,\%}{20\,\%}=30\,\%$. *<u>Bemerkung:</u> Man hätte auch zur Bestimmung von p_3 ein neues Baumdiagramm anlegen können, bei dem der Ausgang der theoretischen Prüfung auf der ersten Stufe und der Ausgang der Vorprüfung auf der zweiten Stufe modelliert wird. Auch wenn der zeitliche Ablauf andersherum ist, spricht nichts dagegen, das Baumdiagramm so zu verwenden. Aber das Umgehen mit entsprechenden Baumdiagrammen ist im Grunde überflüssig, wenn die zugehörige Vierfeldertafel – wie in dieser Aufgabe – bereits bekannt ist.*		6	
d)	• Nach der Voraussetzung, dass die Theorie-Prüfung schon einmal nicht bestanden ist, müsste eine diesbezüglich <u>bedingte</u> Wahrscheinlichkeit angesetzt werden; hierüber sind keine Erfahrungswerte bekannt. Die vorgeführte einfache Quadrierung geht hingegen von Unabhängigkeit bzw. Unbedingtheit aus. • Die (bedingte) Wahrscheinlichkeit ist beeinflussbar durch Lernanstrengungen; die Prüfung ist kein Zufallsexperiment. *<u>Bemerkung:</u>* *Eine der beiden Begründungen ist ausreichend für die volle Punktzahl.* *Es liegt im Ermessen der korrigierenden Lehrkraft, andere Argumentationen ähnlich zu bewerten.*			3
e)	Die 25 Personen sind „gleichberechtigt“, d.h. für jede beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass sie die Vorprüfung nicht besteht, 10 %. Man kann auch aus dem Nichtbestehen der Vorprüfung einer Person nicht auf das Bestehen oder Nichtbestehen der anderen Personen schließen. Es ist also sinnvoll, stochastische Unabhängigkeit anzunehmen. Dann gilt für die Wahrscheinlichkeit p_4, dass alle 25 Personen die Vorprüfung bestehen: $p_4=0{,}9^{25}\approx 7{,}2\,\%$. Die Wahrscheinlichkeit, dass diesmal wenigstens ein Fahrschüler die Vorprüfung nicht besteht, beträgt also 92,8 %.		2	2
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6