Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2008/2009

27. Februar 2009

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer - Haupttermin

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeines

1. Die zuständige Fachlehrkraft erhält die beiden Prüfungsteile 1 (mit Aufgabe I) und 2 (mit den Aufgaben II, III, IV und V) und wählt aus den Aufgaben II, III, IV und V genau **drei Aufgaben** aus.

2. Zu Beginn der schriftlichen Überprüfung werden beide Prüfungsteile (Aufgabe I und die von der Fachlehrkraft ausgewählten drei Aufgaben) an die Schülerinnen und Schüler verteilt.
   Bei Prüfungsteil 1 erhalten nebeneinander sitzende Schüler unterschiedliche Gruppen A/B.
   Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten wird gewährt.

3. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin seinen/ihren Taschenrechner ausgehändigt.
   Für die Bearbeitung des zweiten Prüfungsteils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

4. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die <u>nicht</u> in der Klasse unterrichtet.

5. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

6. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgabenblätter und gegebenenfalls zugehörige Anlagen mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

7. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der drei Aufgaben des Prüfungsteils 2 ist separates Papier zu verwenden.

8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

9. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber <u>nicht</u> den ihrer eigenen Klasse.

10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

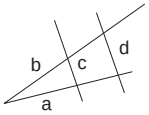
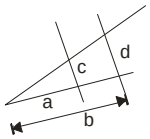
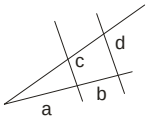
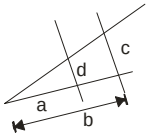
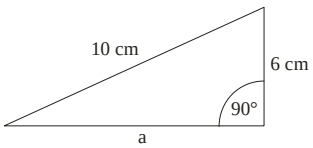
11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 24 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
    Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

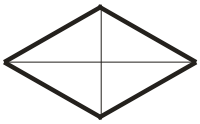
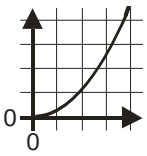
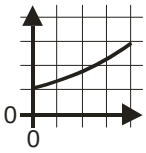
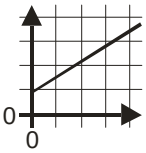
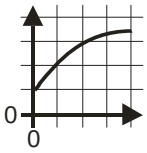
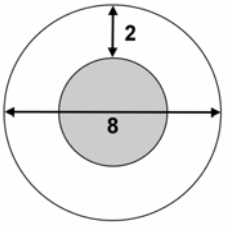
12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz, Tel. 428 01 34 53, Fax 428 55 519, E-Mail: w.renz@arcor.de .

II Aufgaben Gruppe A

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten) (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 P)

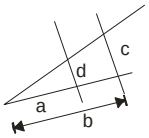
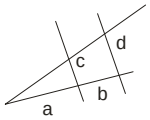
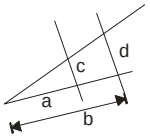
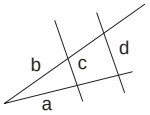
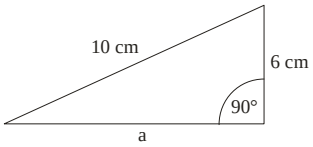
	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$1{,}2\ \text{m}^2 =$	$1{,}2 \cdot 10^4\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^5\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^6\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^7\ \text{cm}^2$	
b)	Ein Pullover kostet 80 €. Der Preis wird um 30 % reduziert. Man bezahlt	50,00 €	24,00 €	56,00 €	77,00 €	
c)	Welche Zeichnung passt zu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?					
d)		$a = 4$ cm	$a = \sqrt{136}$	$a = 8$ cm	$a = 7{,}2$ cm	
e)	Vier Kinder drängeln sich beim Eismann. Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es, in der sie ihr Eis bekommen können?	4	16	24	256	
f)	Welche Formel gilt für alle a, b, n ($a > 0$, $b > 0$, $n \in \mathbb{N}$)?	$a^n = \frac{1}{a^n}$	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[n]{a}^m$	$a^n + b^n = (a+b)^n$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	
g)	$\sqrt{a} \cdot \left(\sqrt{a}\right)^3 =$	a	a^2	a^3	$\sqrt{a}$	
h)	$\frac{2}{3}^6 =$	$\frac{12}{3}$	$\frac{64}{3}$	$\frac{64}{729}$	$\frac{12}{18}$	

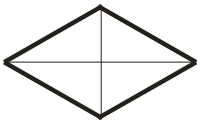
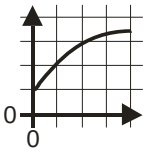
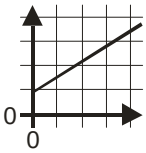
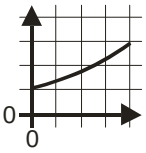
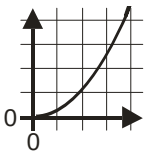
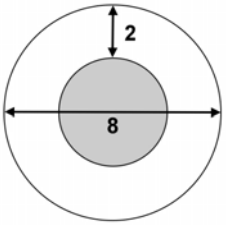
	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
i)	In einer Urne sind 3 rote und 4 blaue Kugeln. Du ziehst nacheinander dreimal eine Kugel mit Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 3 rote Kugeln zu ziehen?	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{343}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{35}$	
j)	$5^{3x+2} = 5^{4x}$ gilt für:	$x = 5$	$x = -2$	$x = 2$	kein x	
k)	Die Höhe einer Pyramide wird bei gleich bleibender Grundfläche verdoppelt. Mit welchem Faktor verändert sich das Volumen ?	2	4	8	16	
l)	 Die eine Diagonale der Raute hat die Länge 6 cm, die andere 4 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt der Raute.	24 cm^2	12 cm^2	25 cm^2	10 cm^2	
m)	Die Bevölkerung Transsilvaniens wächst jährlich um 30 %. Welcher Graph kann das beschreiben?					
n)	 Die beiden Kreise haben den gleichen Mittelpunkt. Wie groß ist der Anteil des grauen Kreises am großen Kreis?	π %	25 %	12,5 %	20 %	

Gruppe B

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten) (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$1{,}2\ \text{m}^2 =$	$1{,}2 \cdot 10^7\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^6\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^5\ \text{cm}^2$	$1{,}2 \cdot 10^4\ \text{cm}^2$	
b)	Ein Pullover kostet 80 €. Der Preis wird um 30 % reduziert. Man bezahlt	77,00 €	56,00 €	24,00 €	50,00 €	
c)	Welche Zeichnung passt zu $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?					
d)		$a = 7{,}2$ cm	$a = 8$ cm	$a = \sqrt{136}$	$a = 4$ cm	
e)	Vier Kinder drängeln sich beim Eismann. Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es, in der sie ihr Eis bekommen können?	256	24	16	4	
f)	Welche Formel gilt für alle a, b, n ($a > 0$, $b > 0$, $n \in \mathbb{N}$)?	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$a^n + b^n = (a + b)^n$	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[n]{a}^m$	$a^n = \frac{1}{a^n}$	
g)	$\sqrt{a} \cdot \left(\sqrt{a}\right)^3 =$	$\sqrt{a}$	a^3	a^2	a	
h)	$\frac{2}{3}^6 =$	$\frac{12}{18}$	$\frac{64}{729}$	$\frac{64}{3}$	$\frac{12}{3}$	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
i)	In einer Urne sind 3 rote und 4 blaue Kugeln. Du ziehst nacheinander dreimal eine Kugel mit Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 3 rote Kugeln zu ziehen?	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{27}{343}$	$\frac{27}{64}$	
j)	$5^{3x+2} = 5^{4x}$ gilt für:	kein x	$x = 2$	$x = -2$	$x = 5$	
k)	Die Höhe einer Pyramide wird bei gleich bleibender Grundfläche verdoppelt. Mit welchem Faktor verändert sich das Volumen ?	16	8	4	2	
l)	 Die eine Diagonale der Raute hat die Länge 6 cm, die andere 4 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt der Raute.	10 cm^2	25 cm^2	12 cm^2	24 cm^2	
m)	Die Bevölkerung Transsilvaniens wächst jährlich um 30 %. Welcher Graph kann das beschreiben?					
n)	 Die beiden Kreise haben den gleichen Mittelpunkt. Wie groß ist der Anteil des grauen Kreises am großen Kreis?	20 %	12,5 %	25 %	π %	

2. Gleichungen.

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen:

a) $4x^2 + 8x - 32 = 0$ (5P)

b) $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+4}$ (5P)

c) $x^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (2P)

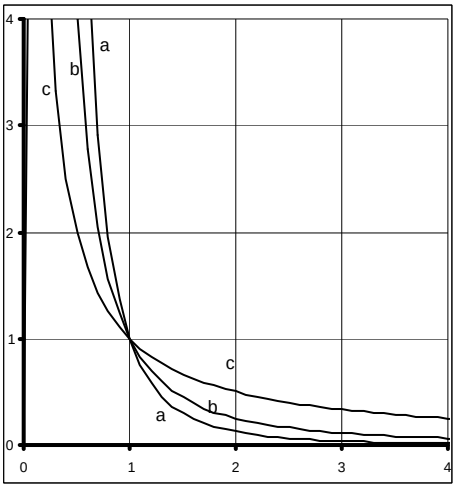
3. Graphen (3P)

Die Abbildung zeigt Teile der Graphen von

$$f_1(x) = \frac{1}{x},\ f_2(x) = \frac{1}{x^2} \text{ und } f_3(x) = \frac{1}{x^3}.$$

Ordne die Buchstaben den Funktionsgleichungen zu.

Funktion	$f_1(x) = \frac{1}{x}$	$f_2(x) = \frac{1}{x^2}$	$f_3(x) = \frac{1}{x^3}$
Graph			



4. Wahrscheinlichkeit (5P)

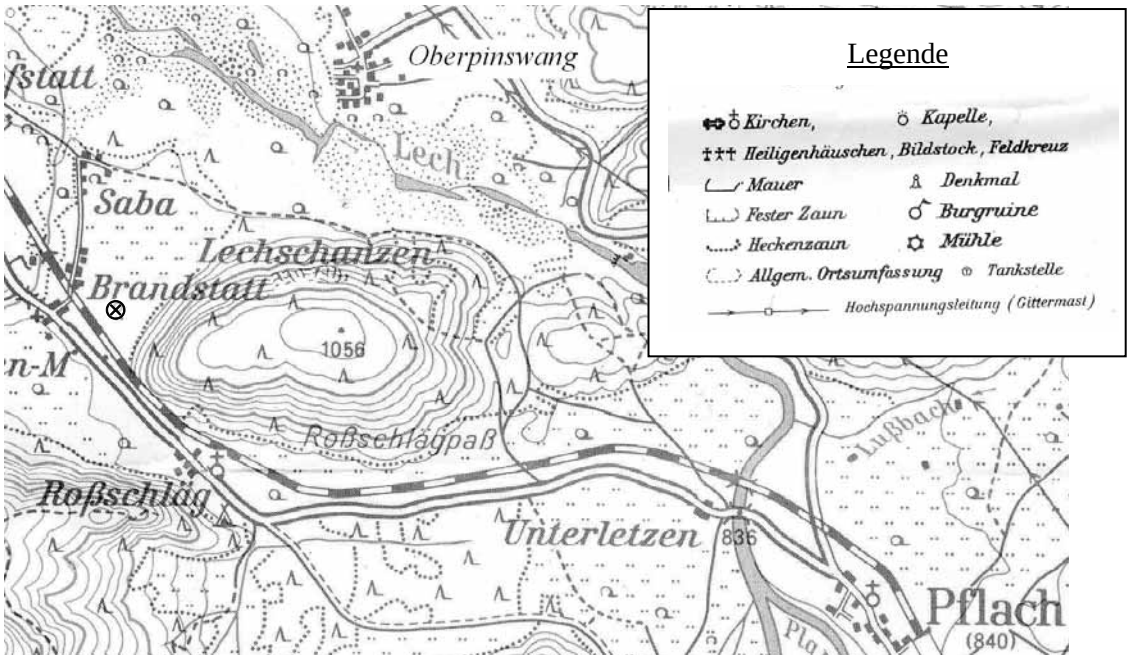
In einer Urne mit 6 blauen Kugeln, 4 gelben Kugeln, 1 roten Kugel und 1 grünen Kugel werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei Kugeln der gleichen Farbe zu ziehen?

Hinweis: Das Ergebnis soll als Bruch angegeben werden.

Idee der Zahl und des Messens

Aufgabe II Seilbahn (22 P)

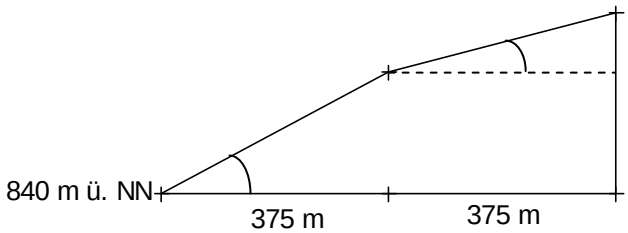
Auf der abgebildeten Karte ist ein Ausschnitt von Österreich zu sehen. Der Maßstab der Karte beträgt 1:25 000. Die Zahlen auf der Karte geben die Höhe über dem Meeresspiegel (über NN) an.



a) Bestimme die Luftlinienentfernung zwischen der Kirche von Roßschläg und der Kirche von Pflach. (4P)

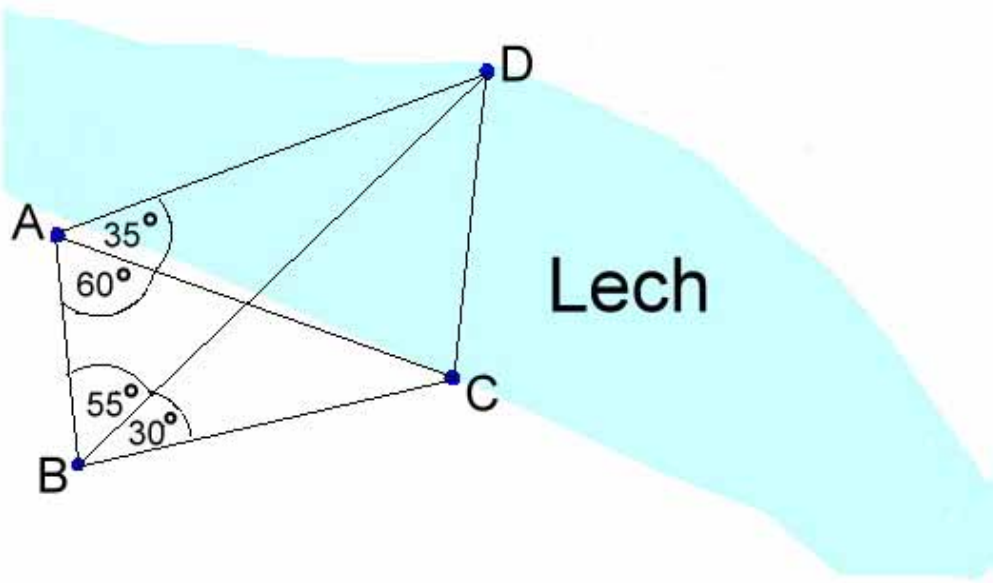
b) Vom Punkt ⊗ beim Ort Brandstatt (840 m über NN) soll eine Seilbahn zur östlich angrenzenden Bergspitze (1056 m über NN) errichtet werden. Da der Berg am Anfang stark ansteigt, soll die Bahn aus zwei unterschiedlich steilen Streckenabschnitten bestehen, die durch eine Zwischenstation (1020 m über NN) verbunden werden.

Vervollständige die folgende Skizze mit den Angaben aus dem Text und berechne die Steigungswinkel beider Streckenabschnitte. (9P)



c) Damit die Seilbahn von Oberpinswang aus besser erreicht werden kann, soll zwischen den Punkten *C* und *D* eine Brücke über den Fluss Lech gebaut werden. Zur Bestimmung der Länge der Strecke $\overline{CD}$ wurden zwei Punkte *A* und *B* gewählt, die auf gleicher Höhe (über NN) mit *C* und *D* liegen. Von *A* und *B* aus wurden folgende Längen und Winkelgrößen gemessen:

$|AC| = 60{,}8\text{ m}$, $|AB| = 35\text{ m}$, Winkelgrößen siehe Skizze (nicht maßstabsgerecht).



Die Entfernung zwischen den Punkten *A* und *D* soll angeblich etwa 57 m betragen.

- Bestätige bzw. widerlege dieses Ergebnis. (5P)
- Bestimme die Entfernung zwischen den Punkten *C* und *D*. (4P)

Idee von Raum und Form

Aufgabe III Wasserspender (22 P)

In vielen Firmen oder Arztpraxen wird Trinkwasser in Wasserspendern angeboten (siehe nebenstehende Abbildung).

Das Wasser befindet sich in austauschbaren, zylindrischen „Flaschen“ (die Verdickungen und die Abschrägungen sollen unberücksichtigt bleiben). Der Innendurchmesser dieser Flaschen beträgt 23 cm und die Höhe 45,5 cm.

a) Bestimme, wie viele Liter Wasser in eine solche vollständig gefüllte Flasche passen. (5P)

Häufig möchte man vermeiden, dass die Trinkbecher nach Gebrauch einfach irgendwo abgestellt werden.
Daher werden Kegelbecher aus Papier verwendet (siehe nebenstehende Abbildung).

b) Ein solcher Becher hat eine Höhe von 7,8 cm und ein Volumen von 0,1 Liter. Bestimme den Durchmesser der Öffnung eines solchen Bechers. (5P)

Zur Kontrolle: Die Öffnung hat einen Durchmesser von etwa 7 cm.

c) Bestimme, wie viel Papier für die Herstellung eines solchen Bechers benötigt wird, wenn für die Überlappung 15 % der benötigten Mindestfläche hinzugegeben werden. (7P)

Die Becher werden nicht ganz befüllt, da das Wasser sonst überschwappen würde.

d) Berechne, um wie viel Zentimeter der Wasserstand <u>in der Vorratsflasche</u> sinkt, wenn 10 dieser Becher jeweils zu 80 % gefüllt werden. (5P)

Idee des funktionalen Zusammenhangs

Aufgabe IV Sauerkraut (22 P)

Sauerkraut wird aus Weißkohl hergestellt, der mithilfe von Milchsäurebakterien vergoren wird. Bei der industriellen Herstellung werden dem Weißkohl bestimmte Milchsäurebakterien zugesetzt, um die Gärung gezielt in Gang zu bringen.

a) In einem Betrieb werden Bakterien zum Weißkohl hinzugefügt, die sich vermehren, wie die Funktion *f* mit folgender Gleichung beschreibt:

$f(t) = 50 \cdot 1{,}7^t$, t in Tagen und $f(t)$ in Gramm.

- Beschreibe die Bedeutung der Zahlen 50 und 1,7 in der Funktionsgleichung.
- Bestimme die Masse an Bakterien, die nach fünf Tagen vorhanden ist. (7P)

b) Die Vermehrung der Milchsäurebakterien findet nur so lange statt, bis ihre Menge 2 % des zu Beginn vorhandenen Weißkohls ausmacht.
Der angesetzte Weißkohl hat eine Masse von 2 000 kg.

Bestimme, wie viele Tage die Vermehrung der Bakterien ungehindert abläuft. (7P)

c) Um den Geschmack des Sauerkrauts zu verbessern, wird der Einsatz einer anderen Bakterienart erprobt. Diese neuen Bakterien haben eine Verdoppelungszeit von 1,5 Tagen. Es werden davon zu Beginn 60 g zugesetzt.

- Gib die Funktionsvorschrift einer Funktion *h* an, mit der man die Menge der Bakterien berechnen kann, die nach t Tagen im Silo vorhanden ist.
- Bestimme auch die Zeitspanne, nach der von den neuen Bakterien die gleiche Menge vorhanden ist wie von den herkömmlichen. (8P)
  Hinweis: Wenn Du den Term $h(t)$ nicht bestimmen konntest, verwende die Ersatzfunktion i mit: $i(t) = 70 \cdot 1{,}60^t$ (i und h stimmen nicht überein).

Idee der Wahrscheinlichkeit

Aufgabe V Prüfung (22 P)

In einem deutschen Bundesland werden am Ende des 10. Schuljahres Prüfungsarbeiten in Mathematik geschrieben. Die Prüfung gilt als „bestanden“, wenn die Arbeit mit „ausreichend oder besser“ bewertet wurde. Die folgende Tabelle zeigt das Ergebnis der Prüfungsarbeit in einem Schulbezirk.

	Schüler	Schülerinnen	zusammen
sehr gut (1)	8	13	21
gut (2)	33	63	96
befriedigend (3)	45	60	105
ausreichend (4)	59	60	119
mangelhaft (5)	26	33	59
zusammen	171	229	400

a) Berechne die Durchschnittszensur aller Teilnehmer. (5P)

b) Aus dem Stapel aller Arbeiten wird eine Arbeit zufällig ausgewählt.
Berechne die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse
- „die Arbeit wurde von einer Schülerin geschrieben.“
- „die Arbeit wurde mit einer „5“ bewertet.“ (2P)

c) Nur aus den erfolgreichen Teilnehmern (Zensur „4“ oder besser) wird eine Person zufällig ausgewählt. Berechne die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „die Person hat mit befriedigend oder besser abgeschnitten“. (2P)

d) Es soll nun der Zusammenhang zwischen dem Geschlecht der Prüflinge und den Prüfungsergebnissen untersucht werden.
Trage in die Vierfeldertafel <u>oder</u> in das Baumdiagramm (s. Anlage) die Wahrscheinlichkeiten ein. Verwende Brüche oder auf zwei Nachkommastellen gerundete Dezimalzahlen. (8P)

Hinweis: Falls du d) nicht lösen konntest, verwende für den Aufgabenteil e) die nachfolgende Ersatztafel. Diese Ersatztafel ist nicht die richtige Lösung der Aufgabe.

	bestanden	nicht bestanden	Summe
Schüler	0,32	0,08	
Schülerin	0,48	0,12	
Summe			

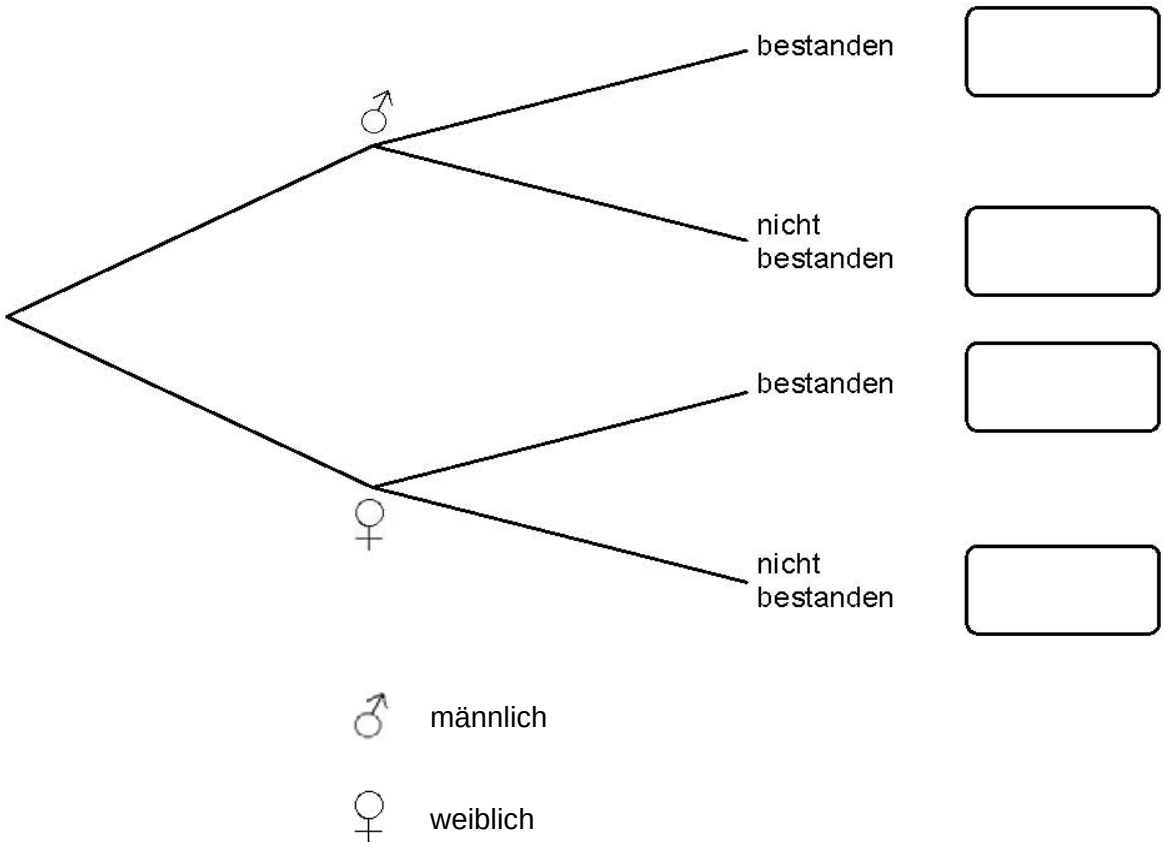
e) Aus allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern der Prüfungsarbeit werden zufällig einige Dreiergruppen gebildet. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer solchen Gruppe genau zwei Schülerinnen sind. (5P)

Anlage zur Aufgabe „Prüfung“

Trage Brüche oder Dezimalzahlen (auf zwei Stellen gerundet) in die Tabelle oder in das Baumdiagramm ein.

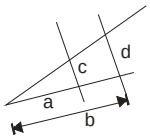
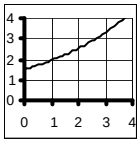
	bestanden	nicht bestanden	Summe
Schüler			
Schülerin			
Summe			

oder



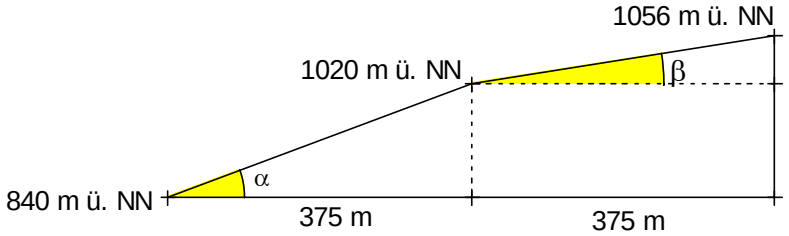
III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

Aufgabe I

	Lösungsskizze				Zuordnung Bewertung		
			Gruppe A	**Gruppe B**	I	II	III
1	a)	$1{,}2 \cdot 10^4\ \text{cm}^2$	**A**	**D**		1	
	b)	56,00 €	**C**	**B**		1	
	c)		**B**	**C**		1	
	d)	$a = 8$ cm	**C**	**B**	1		
	e)	$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$	**C**	**B**		1	
	f)	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	**D**	**A**	1		
	g)	$\sqrt{a} \cdot \left(\sqrt{a}\right)^3 = a^2$	**B**	**C**	1		
	h)	$\frac{2}{3}^6 = \frac{64}{3}$	**B**	**C**	1		
	i)	$\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{27}{343}$	**B**	**C**		1	
	j)	$x = 2$	**C**	**B**	1		
	k)	Das Volumen verdoppelt sich.	**A**	**D**	1		
	l)	$12\ \text{cm}^2$	**B**	**C**	1		
	m)		**B**	**C**	1		
	n)	25 %	**B**	**C**			1

		Lösungsskizze			Zuordnung Bewertung		
			Gruppe A	**Gruppe B**	I	II	III
2	a)	$4x^2+8x-32=0$ $x^2+2x-8=0$ $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+8}$ $x_{1,2}=-1\pm 3$ $x_1=2$ $x_2=-4$ oder $4x^2+8x-32=0$ $x^2+2x-8=0$ $(x-2)(x+4)=0$ $x_1=2$ $x_2=-4$			5		
	b)	$\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x+4}$ $x+4=2\cdot(x+1)$ $x+4=2x+2$ $x=2$ Die Gleichung ist für $x = 2$ definiert, also ist $x = 2$ Lösung. *Fehlt der Hinweis auf die Definitionsmenge, ist 1 P. abzuziehen.*			5		
	c)	$x^{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ $x=\frac{1}{16}$			2		
3		Einsetzen eines Wertes für x und bestimmen der Funktionswerte ergibt: f_1 gehört zu c, f_2 gehört zu b und f_3 gehört zu a.			3		
4		Es können zwei blaue Kugeln bzw. zwei grüne Kugeln gezogen werden. p(„zwei blaue Kugeln“) = $\frac{6}{12}\cdot\frac{5}{11}=\frac{5}{22}$ p(„zwei grüne Kugeln“) = $\frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$ und damit p(„zwei Kugeln gleicher Farbe“) = $\frac{5}{22}+\frac{1}{11}=\frac{5}{22}+\frac{2}{22}=\frac{7}{22}$.				3	2
		Insgesamt 34 BWE			23	8	3

Aufgabe II „Seilbahn“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Da der Maßstab 1:25 000 beträgt und der Abstand der beiden Kirchen auf der Karte 8,8 cm, beträgt die Luftlinienentfernung: $8{,}8 \cdot 25\,000 \text{ cm} = 220\,000 \text{ cm} = 2\,200 \text{ m} = 2{,}2 \text{ km}$. *Das Ergebnis ist anhand des Aufgabenblattes vor Ort zu prüfen. Verzerrungen durch die Vervielfältigung sind zu berücksichtigen.*	1	3	
b)	Skizze (nicht maßstabsgerecht):  $\tan\alpha = \frac{1020-840}{375} = \frac{12}{25} = 0{,}48$, daraus folgt $\alpha = 25{,}641\ldots$. $\tan\beta = \frac{1056-1020}{375} = \frac{12}{125} = 0{,}096$, daraus folgt $\beta = 5{,}483\ldots$ Die Steigungswinkel betragen: auf dem ersten Streckenabschnitt ca. 25,6°, auf dem zweiten Streckenabschnitt ca. 5,5°.	4	5	
c)	• Im Dreieck *ABD* beträgt der Winkel in *D*: 180°– 35°– 60°– 55° = 30°. Damit gilt nach dem Sinussatz: $\lvert AD\rvert = 35 \cdot \frac{\sin 55°}{\sin 30°} \approx 57{,}34$. Die Aussage stimmt. Die Entfernung zwischen *A* und *D* beträgt etwa 57 m.		5	
	• Die Länge der Strecke $\overline{CD}$ kann dann über den Kosinussatz berechnet werden: $\lvert CD\rvert^2 = \sqrt{\lvert AC\rvert^2 + \lvert AD\rvert^2 - 2 \cdot \lvert AC\rvert \cdot \lvert AD\rvert \cdot \cos 35°}$ $= \sqrt{60{,}8^2 + \lvert AD\rvert^2 - 2 \cdot 60{,}8 \cdot \lvert AD\rvert \cdot \cos 35°}$ $= 35{,}678\ldots$ Die Punkte *C* und *D* sind etwa 36 m voneinander entfernt.			4

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
	Anmerkung: Auch wenn wir uns hier in der Bergwelt befinden, findet hier die Messung zwischen Punkten gleicher Höhe (über NN) statt. Das so genannte Verfahren „Vorwärtseinschneiden nach zwei Punkten“ funktioniert allerdings auch dann, wenn die beiden Messpunkte auf unterschiedlichen Höhen gemessen werden. Die Winkel dürfen dann allerdings nicht parallel zur Erdoberfläche gemessen werden.			
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4

Aufgabe III „Wasserspender“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = \pi r^2 h$ $V = \pi \cdot 11{,}5^2 \cdot 45{,}5$ $V = 18904{,}141...$ In eine vollständig gefüllte Flasche passen etwa 18,9 Liter.	4	1	
b)	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $r^2 = \frac{3V}{\pi h}$ $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ $r = \sqrt{\frac{3 \cdot 100}{\pi \cdot 7{,}8}}$ $r = 3{,}49...$ Der Durchmesser der Öffnung beträgt etwa 7 cm.		4	1
c)	Die Mantelfläche eines Kegels berechnet sich gemäß: $A_M = \pi r s$ Bestimmung von s über den Satz des Pythagoras: $s = \sqrt{h^2 + r^2}$. Einsetzen ergibt: $s = \sqrt{7{,}8^2 + 3{,}5^2} = 8{,}54...$. Daraus folgt für die Mantelfläche: $A_M = \pi \cdot 3{,}5 \cdot s = 94{,}004...$. Mantelfläche einschließlich Zugabe: $A_M \cdot 1{,}15 = 108{,}10...$. Es werden pro etwa Becher 108 cm^2 Papier benötigt.		5	2
d)	Umstellen der Volumenformel: $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$. 10 Becher mit je 80 % Füllung: $10 \cdot 0{,}8 \cdot 100\ cm^3 = 800\ cm^3$. Einsetzen ergibt: $h = \frac{800}{\pi \cdot 11{,}5^2} = 1{,}925...$ Der Wasserstand im Wasserspender sinkt um ca. 1,9 cm.		4	1
	Insgesamt 22 BWE	4	14	4

Aufgabe IV „Sauerkraut“

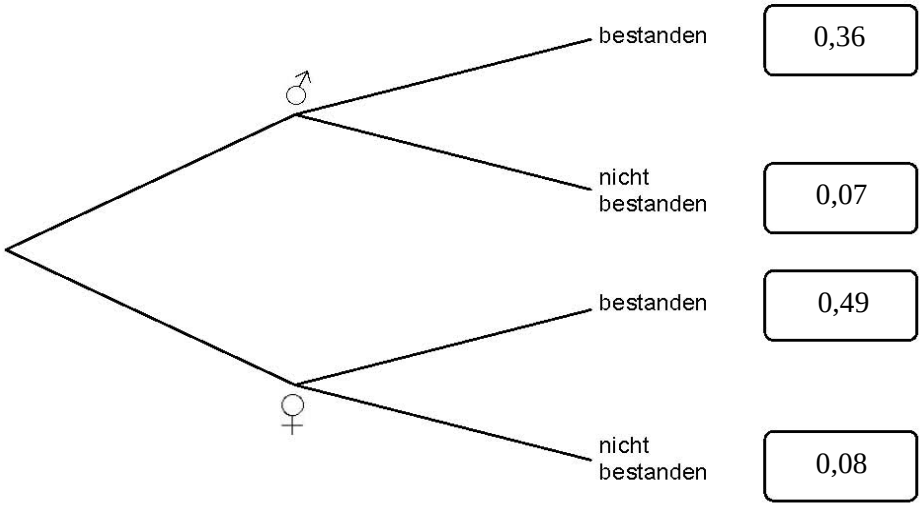
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	• $50 = f(0)$ ist die Menge an Bakterien zum Zeitpunkt 0, *also die Menge an Bakterien, die zu Beginn zugegeben wird.* 1,7 ist der Wachstumsfaktor. *Er lässt erkennen, dass sich die Menge der Bakterien in jeder Zeiteinheit (hier: Tage) um 70 % steigert.* • $f(5) = 50 \cdot 1{,}7^5 \approx 709{,}93$. Nach fünf Tagen sind etwa 710 g Bakterien vorhanden.	3	4	
b)	2 % von zwei Tonnen sind 40 Kilogramm. Zu lösen ist also die Gleichung: $40000 = 50 \cdot 1{,}7^t$ $800 = 1{,}7^t$ $t \cdot \log 1{,}7 = \log 800$ $t = \frac{\log 800}{\log 1{,}7}$ $t = 12{,}597...$ Die Vermehrung der Bakterien läuft also etwas länger als zwölfeinhalb Tage ungehindert ab.	2	5	
c)	Bei gegebener Zeit, gegebenem Start- und Funktionswert muss der Wachstumsfaktor bestimmt werden: $120 = 60 \cdot a^{\frac{3}{2}}$ $2 = a^{\frac{3}{2}}$ $a = 2^{\frac{2}{3}}$ Die Funktionsgleichung lautet also: $h(t) = 60 \cdot \left(2^{\frac{2}{3}}\right)^t$ oder $h(t) = 60 \cdot \left(\sqrt[3]{4}\right)^t$. *Zu akzeptieren, obwohl ungenau, ist auch* $h(t) = 60 \cdot 1{,}59^t$. Zu lösen ist folgende Exponentialgleichung: $50 \cdot 1{,}7^t = 60 \cdot \left(\sqrt[3]{4}\right)^t$ $\frac{5}{6} = \frac{\left(\sqrt[3]{4}\right)^t}{1{,}7^t} = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{1{,}7}\right)^t$			

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
	$t \cdot \log\left(\frac{\left(\sqrt[3]{4}\right)}{1,7}\right) = \log\left(\frac{5}{6}\right)$ $t = \frac{\log\left(\frac{5}{6}\right)}{\log\left(\frac{\left(\sqrt[3]{4}\right)}{1,7}\right)}$ $t = 2{,}660...$ Nach ca. 2 Tagen und 16 Stunden sind von beiden Bakteriensorten gleichviel vorhanden. *Wird mit dem gerundeten Wert 1,59 gerechnet, so kommt man zu folgendem Ergebnis:* $50 \cdot 1,7^t = 60 \cdot 1,59^t$ $\frac{5}{6} = \left(\frac{1,59}{1,7}\right)^t$ $t = \frac{\log 1,2}{\log\left(\frac{1,7}{1,59}\right)}$ $t = 2{,}725...$		4	4
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4

Aufgabe V „Prüfung“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	$\frac{21\cdot 1+96\cdot 2+105\cdot 3+119\cdot 4+59\cdot 5}{400}\approx 3{,}25$. Der Zensurendurchschnitt beträgt etwa 3,3.	5		
b)	$\frac{229}{400}=0{,}5725$. Die Wahrscheinlichkeit, die Arbeit einer Schülerin zu ziehen, beträgt ca. 57,3 %. $\frac{59}{400}=0{,}1475$. Die Wahrscheinlichkeit, eine mit „5“ bewertete Arbeit zu ziehen, beträgt ca. 14,8 %.	2		
c)	$\frac{222}{341}=0{,}6510...$ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein erfolgreicher Prüfling mit „befriedigend oder besser“ abgeschnitten hat, beträgt ca. 65,1 %.		2	
d)			8	

	bestanden	nicht bestanden	Summe
Schüler	$\frac{145}{400}\approx 0{,}36$	$\frac{26}{400}\approx 0{,}07$	$\frac{171}{400}\approx 0{,}43$
Schülerin	$\frac{196}{400}=0{,}49$	$\frac{33}{400}\approx 0{,}08$	$\frac{229}{400}\approx 0{,}57$
Summe	$\frac{341}{400}\approx 0{,}85$	$\frac{59}{400}\approx 0{,}15$	$\frac{400}{400}=1{,}00$



	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	Eine aus allen Personen zufällig ausgewählte Person ist mit $p = \frac{229}{400} = 0{,}5725$ eine Schülerin. $\binom{3}{2} \cdot 0{,}57^2 \cdot 0{,}43 = 0{,}419121$. Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 41,9 %. *(mit der Ersatztabelle:* $\binom{3}{2} \cdot 0{,}60^2 \cdot 0{,}40 = 0{,}432$ *)* Die Lösung durch „Ziehen ohne Zurücklegen (hypergeometrisch)“ ist ebenso als richtig zu bewerten. $\frac{\binom{229}{2}\binom{171}{1}}{\binom{400}{3}} \approx 0{,}422$.			5
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6