Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien – Klasse 10

Schuljahr 2010/2011

25. Februar 2011

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer – **Haupttermin**

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

1. Die zuständige Fachlehrkraft erhält die beiden Prüfungsteile 1 (Aufgabe I) und 2 (Aufgaben II, III, IV und V) und wählt aus den Aufgaben II, III, IV und V genau **drei Aufgaben** aus.

2. Zu Beginn der schriftlichen Überprüfung werden beide Prüfungsteile (Aufgabe I und die von der Fachlehrkraft ausgewählten drei Aufgaben, jedoch ohne Taschenrechner und ohne Formelblatt) an die Schülerinnen und Schüler verteilt.
   Nebeneinander sitzende Schüler erhalten unterschiedliche Gruppen A/B.
   Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten wird gewährt.

3. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin seinen/ihren Taschenrechner und das Formelblatt ausgehändigt.
   Für die Bearbeitung des zweiten Prüfungsteils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

4. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

5. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

6. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgabenblätter und gegebenenfalls zugehörige Anlagen mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

7. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der drei Aufgaben des Prüfungsteils 2 ist separates Papier zu verwenden.

8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

9. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

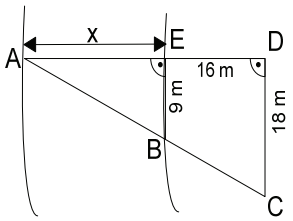
10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

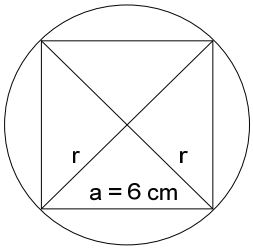
11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 44 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
    Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz, Tel. 428 84 26 10, Fax 428 55 519, E-Mail: werner.renz@bsb.hamburg.de .

II Aufgaben Gruppe A

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$\frac{5}{8}$ von 6400 € =	400 €	800 €	3200 €	4000 €	
b)	285 min =	4,25 h	4,45 h	4,75 h	6,25 h	
c)	$13{,}4 \cdot 0{,}73 =$	0,987	8,972	9,782	89,72	
d)	0,045 km² =	45 m^2	450 m^2	4500 m^2	45000 m^2	
e)	$\frac{3}{4} + 0{,}125 =$	0,775	0,785	0,875	0,985	
f)	Eine Keramikfirma stellt am Tag 5000 Blumentöpfe her. Erfahrungsgemäß sind ca. 150 Töpfe fehlerhaft. Wie viel Prozent sind das?	3 %	$3\frac{1}{3}$ %	30 %	$33\frac{1}{3}$ %	
g)	$2^n = \frac{1}{16}, \quad n =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	–2	–4	
h)	Berechne die Breite x des Flusses. (Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht.) 	8 m	16 m	24 m	32 m	
i)	$(3a - 4b)^2 =$	$3a^2 - 4b^2$	$9a^2 - 12ab + 16b^2$	$9a^2 - 16b^2$	$9a^2 - 24ab + 16b^2$	
j)	Jan möchte 3 Eiskugeln in verschiedenen Geschmacksrichtungen kaufen. In der Eisdiele gibt es 6 Eissorten. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Auswahl hat er?	20	60	90	140	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
k)	$(-0,25)^3 \cdot 4^3 =$	-1	$-0,75 \cdot 12$	$0,75 \cdot 12$	1	
l)	Für alle $a, m, y > 0$ gilt: $\frac{4a^2y^6}{5m^3} \cdot \frac{15m^3}{ay^5} =$	$60\frac{a}{y}$	$12amy$	$12ay$	$12a^3y^{11}$	
m)	Welcher der Punkte liegt auf der Geraden $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$?	$S\left(3 / -\frac{2}{3}\right)$	$Q(0/4)$	$R(-2/-5)$	$P\left(3 / -\frac{3}{2}\right)$	
n)	Berechne den Radius des Kreises. 	$\sqrt{12}$ cm	$\sqrt{18}$ cm	$\sqrt{32}$ cm	8 cm	

2. Gleichungen

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen.

a) $-8x^2 + 24 = 16x$ (4P)

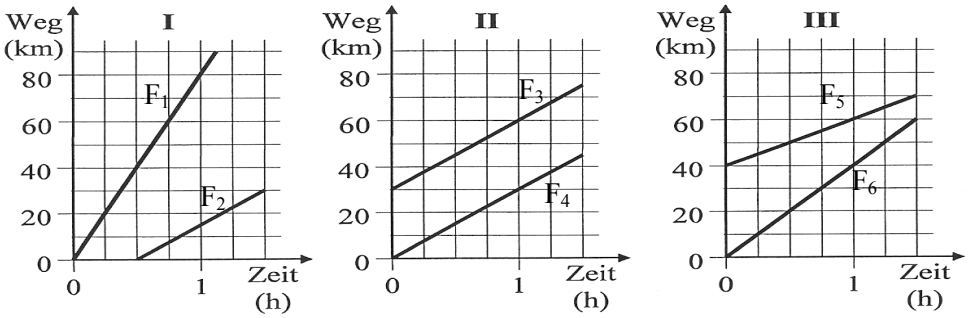
b) $10^x = \sqrt[3]{100}$ (2P)

c) $\dfrac{x}{x-6} = \dfrac{x-8}{x-11}$

Bestimme vorher den Definitionsbereich. (5P)

3. Graphen (4P)

Gegeben sind folgende Aussagen:
A: Zwei Fahrzeuge fahren mit gleicher Geschwindigkeit.
B: Der Abstand der beiden Fahrzeuge verringert sich.



a) Welches Diagramm gehört zur Aussage A, welches zur Aussage B?

	Diagramm
Aussage A	
Aussage B	

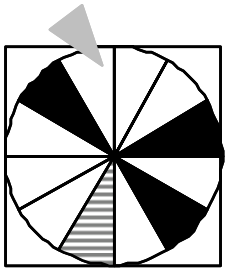
b) Gib an, welches der 6 Fahrzeuge das schnellste ist und mit welcher Geschwindigkeit es fährt.

Am schnellsten ist Fahrzeug _____. Es fährt mit einer Geschwindigkeit von _____.

4. Wahrscheinlichkeit (5P)

Auf einem Sommerfest steht ein Glücksrad mit gleich großen Sektoren (siehe Abbildung). Der Einsatz beträgt 1 €.

- Weiße Sektoren: Niete, keine Auszahlung
- Schwarze Sektoren: Kleingewinn, Auszahlung 2 €
- Schraffierter Sektor: Hauptgewinn, Auszahlung 10 €



a) Vervollständige die Wahrscheinlichkeitstabelle.

Ereignis	Niete	Kleingewinn	Hauptgewinn
Wahrscheinlichkeit			

b) Berechne den Gewinnerwartungswert eines Spiels aus der Sicht eines Spielers und entscheide, ob sich das Spiel für den Spieler lohnt.

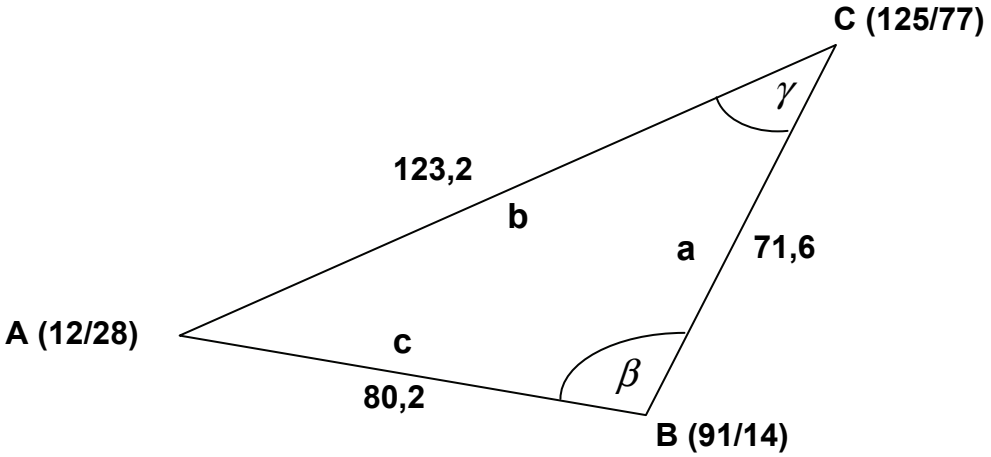
Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens **Gruppe A**

Hobby-Programmierer (22P)

Anne und ihr Freund Jonas haben als begeisterte Hobby-Programmierer ein Geometrie-Programm geschrieben.

Wenn auf dem Bildschirm drei Punkte, die ein Dreieck bilden, angeklickt werden, zeigt das Programm automatisch das Dreieck, die Koordinaten der Ecken sowie die auf eine Nachkommastelle gerundeten Seitenlängen an.

So zeigt es die folgende Grafik (nicht maßstabsgetreu!).



Der nächste Schritt soll die automatische Berechnung der Innenwinkel sein. Dafür sollen die Berechnungen des Computers überprüft werden.

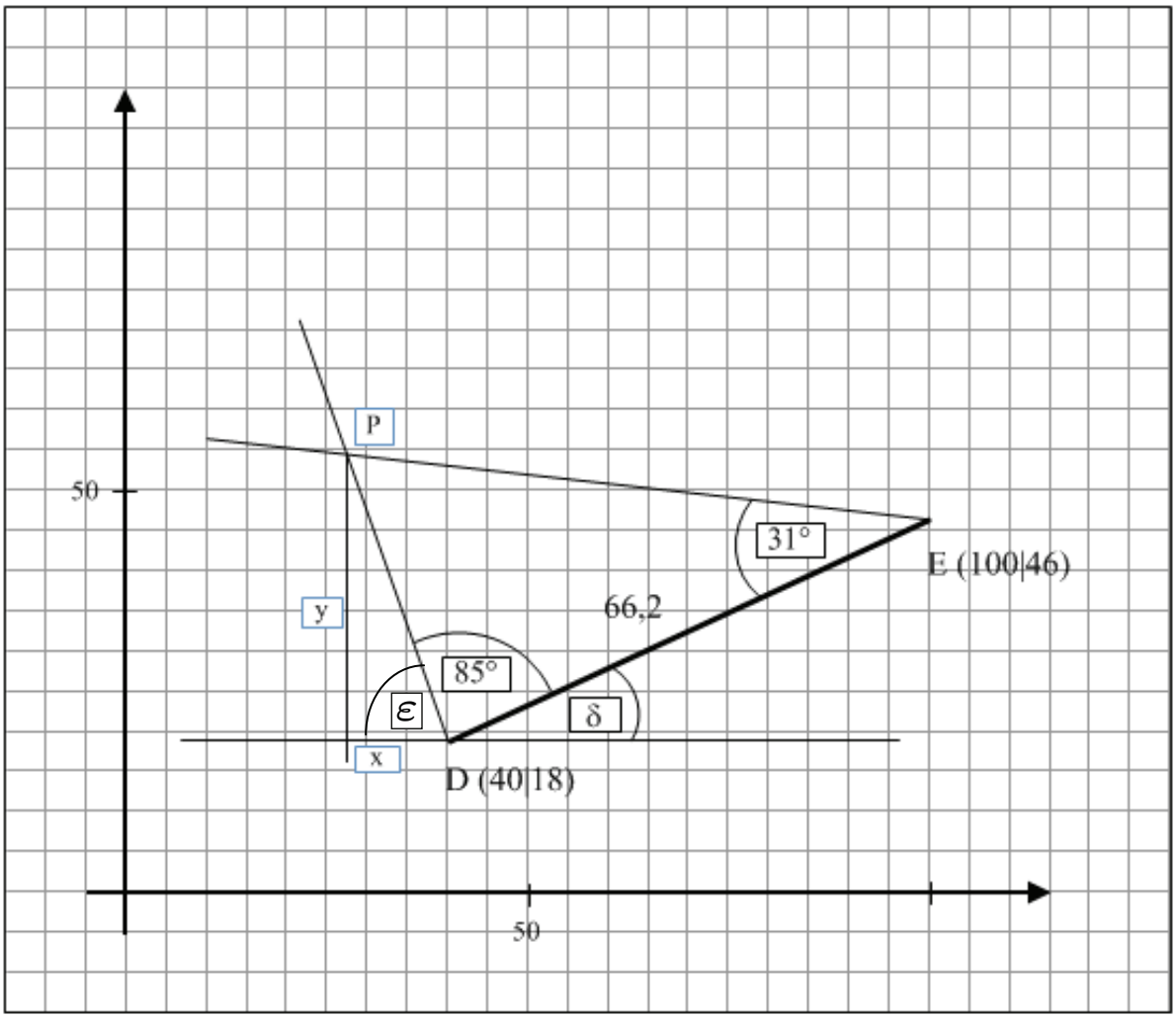
a) Berechne die Größen der Winkel β und γ, jeweils auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. (7P)

Die Zeichnung in der Anlage zeigt die Situation für einen neuen Programmteil: Wenn auf dem Bildschirm zwei Punkte angeklickt und die Winkel bei diesen Punkten in Eingabefelder eingegeben werden, berechnet das Programm automatisch die Bildschirm-(x-y)-Koordinaten des dritten Punktes im Dreieck.

b) Bestätige rechnerisch mit den Daten der Zeichnung in der Anlage, dass
- die Länge der Strecke $\overline{DE}$ (gerundet) dem angegebenen Wert entspricht und
- die Größe des Winkels δ etwa 25° beträgt. (7P)

c) Bestimme die Größe des Winkels ε und die Länge der Strecke $\overline{DP}$ und danach die Koordinaten des dritten Punktes P im Dreieck.
Vergleiche dein Ergebnis mit der Zeichnung. (8P)

Anlage zur Aufgabe „Hobby-Programmierer“, Aufgaben b) und c) Gruppe A



Aufgabe III – Idee von Raum und Form **Gruppe A**

Blumentopf (22P)

Jens möchte auf seinem Balkon einige Blumen in zwei Blumentöpfen anpflanzen. Sie sind aus Keramik und sollen als zylinderförmig betrachtet werden. Die Innenmaße der Blumentöpfe sind

$$d = 18 \text{ cm} \quad \text{und} \quad h = 16 \text{ cm}.$$

Jens stellt einige Überlegungen an.

Hinweis: Es soll bei der Bearbeitung unberücksichtigt bleiben, dass die Blumenerde zusammengedrückt oder aufgelockert werden kann.

a) Berechne die benötigte Menge an Blumenerde in Litern, wenn <u>ein</u> Blumentopf bis zum Rand gefüllt werden soll. (4P)

Jens hat noch 3 Liter Blumenerde vom letzten Jahr übrig und möchte damit in einen dieser Blumentöpfe 3 Margeriten pflanzen. Die Wurzelballen der Margeriten sind annähernd kugelförmig mit einem Radius von $r = 3{,}5$ cm und verschwinden beim Einpflanzen vollständig in der Blumenerde.

b) Bestimme die Höhe der Blumenerde in diesem Blumentopf nach dem Einpflanzen der Margeriten, wenn Jens die 3 Liter Blumenerde vollständig verbraucht. (7P)

In den anderen Blumentopf möchte Jens 4 Stiefmütterchen pflanzen. Der Wurzelballen jedes Stiefmütterchens soll als würfelförmig betrachtet werden mit der Kantenlänge $a = 6$ cm.

c) Entscheide, ob es möglich ist, diese 4 Stiefmütterchen gemeinsam in einen Blumentopf nebeneinander anzuordnen, ohne dass die würfelförmigen Wurzelballen zerdrückt werden. (6P)

Die Wandstärke jedes Blumentopfes ist überall – also auch am Boden – $s = 0{,}8$ cm.

d) Bestimme die Masse eines leeren Blumentopfs, wenn 1 cm^3 der Keramik 2,1g wiegt, und entscheide, ob Jens die beiden Blumentöpfe gut anheben kann. (5P)

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs **Gruppe A**

Kugelstoßen (22P)

Die Flugbahn der Kugel beim Kugelstoßen lässt sich in guter Näherung als Parabel beschreiben. Dabei wird die Kugel, wie in der Physik üblich, als *punktförmig* angenommen. Alle Längen werden in der Einheit Meter angegeben.

Das Schaubild (siehe Anlage) stellt die Bahn der Kugel beim ersten Versuch der Kugelstoßerin Anja in einem Wettkampf dar. Die Kugel verlässt ihre Hand bei $x = 0$ in einer Höhe von 1,80 m.

a) Gib durch Ablesen an, wie weit die Kugel fliegt und wie hoch sie am höchsten Punkt ihrer Flugbahn über dem Boden ist. (2P)

b) Genau eine der vier folgenden Funktionsgleichungen beschreibt die im Schaubild (siehe Anlage) dargestellte Bahn von Anjas Kugel.
Gib die Gleichung an und begründe, warum die anderen Gleichungen nicht zutreffen können.

(1) $f_1(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}8x + 3{,}5$ (2) $f_2(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}78x - 1{,}8$

(3) $f_3(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 1{,}8$ (4) $f_4(x) = 0{,}05x^2 - 0{,}8x + 1{,}8$ (6P)

Beim ersten Versuch von Betty fliegt die Kugel auf der Bahn mit der Gleichung

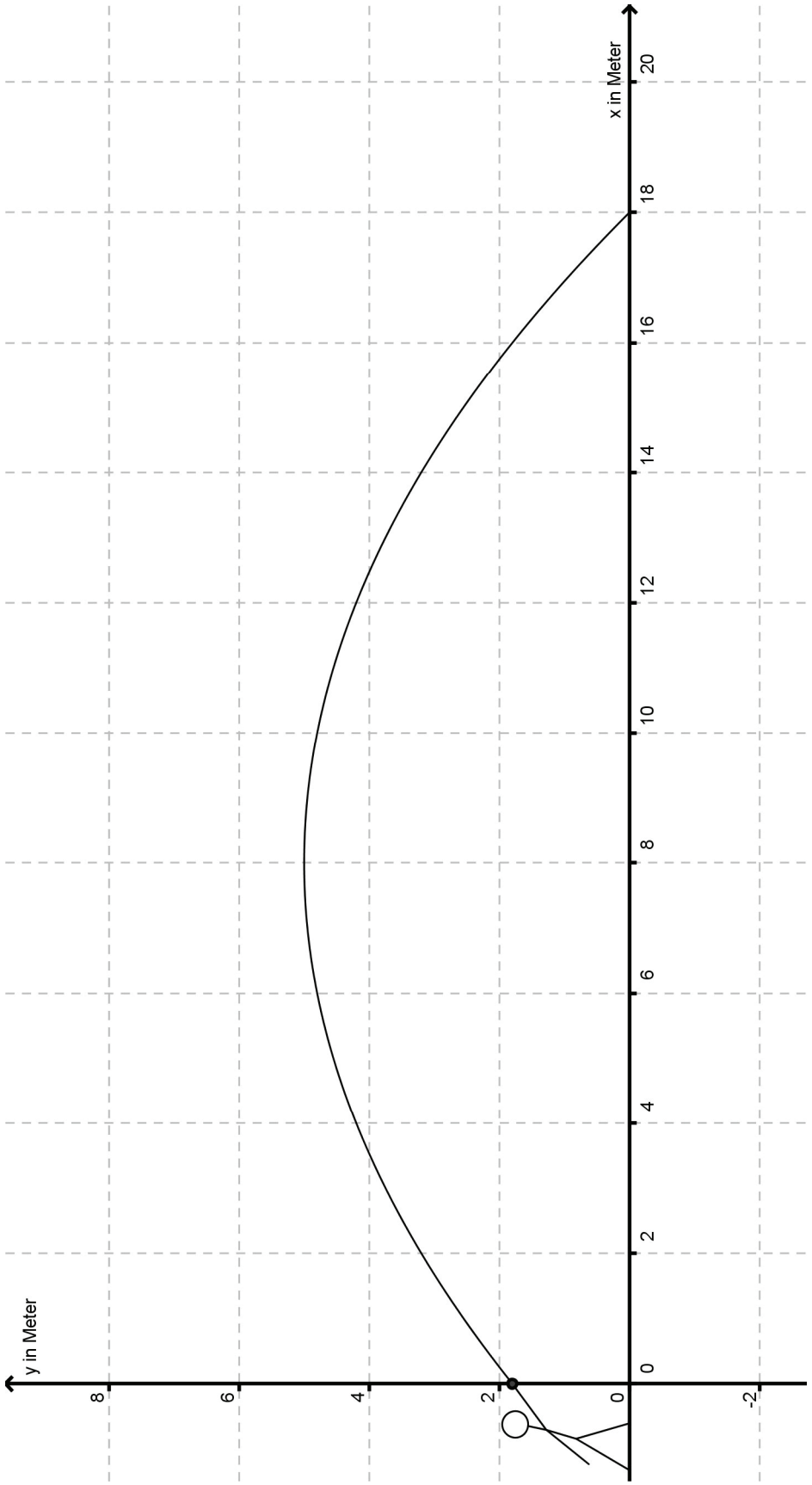
$$f(x) = -0{,}045x^2 + 0{,}79x + 1{,}8 \ .$$

c) Berechne, wie weit die Kugel bei Bettys erstem Versuch fliegt und wie hoch die Kugel am höchsten Punkt ihrer Bahn über dem Boden ist. (7P)

Angenommen, der im Schaubild (siehe Anlage) dargestellte Stoß wird von Chantal ausgeführt, die größer ist als Anja: Chantal stößt die Kugel im selben Winkel und mit derselben Geschwindigkeit ab wie Anja, jedoch verlässt die Kugel Chantals Hand in 20 cm größerer Höhe.

d) Beschreibe, wie die Bahn von Chantals Kugel verläuft, und gib die zugehörige Funktionsgleichung an. Bestimme außerdem, wie weit Chantals Kugel fliegt. (7P)

Anlage zur Aufgabe „Kugelstoßen“: **Gruppe A**

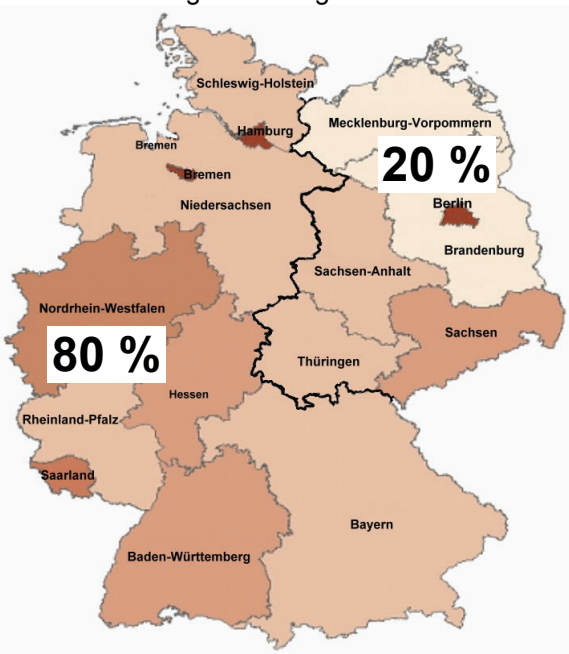


Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit **Gruppe A**

Reiseverhalten der Deutschen (22P)

Im Rahmen einer Studie wurden 12 205 Deutsche befragt, wo sie im Jahr 2008 Urlaub gemacht haben. Damit das Ergebnis repräsentativ sein kann, mussten die Anteile der ostdeutschen und der westdeutschen Befragten der tatsächlichen Verteilung in Deutschland entsprechen. Deshalb wurde darauf geachtet, dass 80 % der Befragten Westdeutsche (W) und 20 % Ostdeutsche (O) waren (siehe Abbildung rechts).

Bevölkerungsverteilung in Deutschland



Es wurde festgestellt, dass rund 82 % der befragten Westdeutschen, aber nur rund 60 % der Ostdeutschen ihren Urlaub im Ausland (A) verbracht haben.

Die restlichen Befragten haben in Deutschland (D) Urlaub gemacht.

a) Gib die fehlenden Werte des Baumdiagramms in der Anlage an. (4P)

Im Folgenden sollen die genannten relativen Häufigkeiten als geschätzte Wahrscheinlichkeiten verwendet werden.

b) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Westdeutscher im Jahr 2008 seinen Urlaub in Deutschland verbracht hat. (2P)

c) Berechne, wie viele der befragten Personen ihren Urlaub im Ausland verbracht haben. (3P)

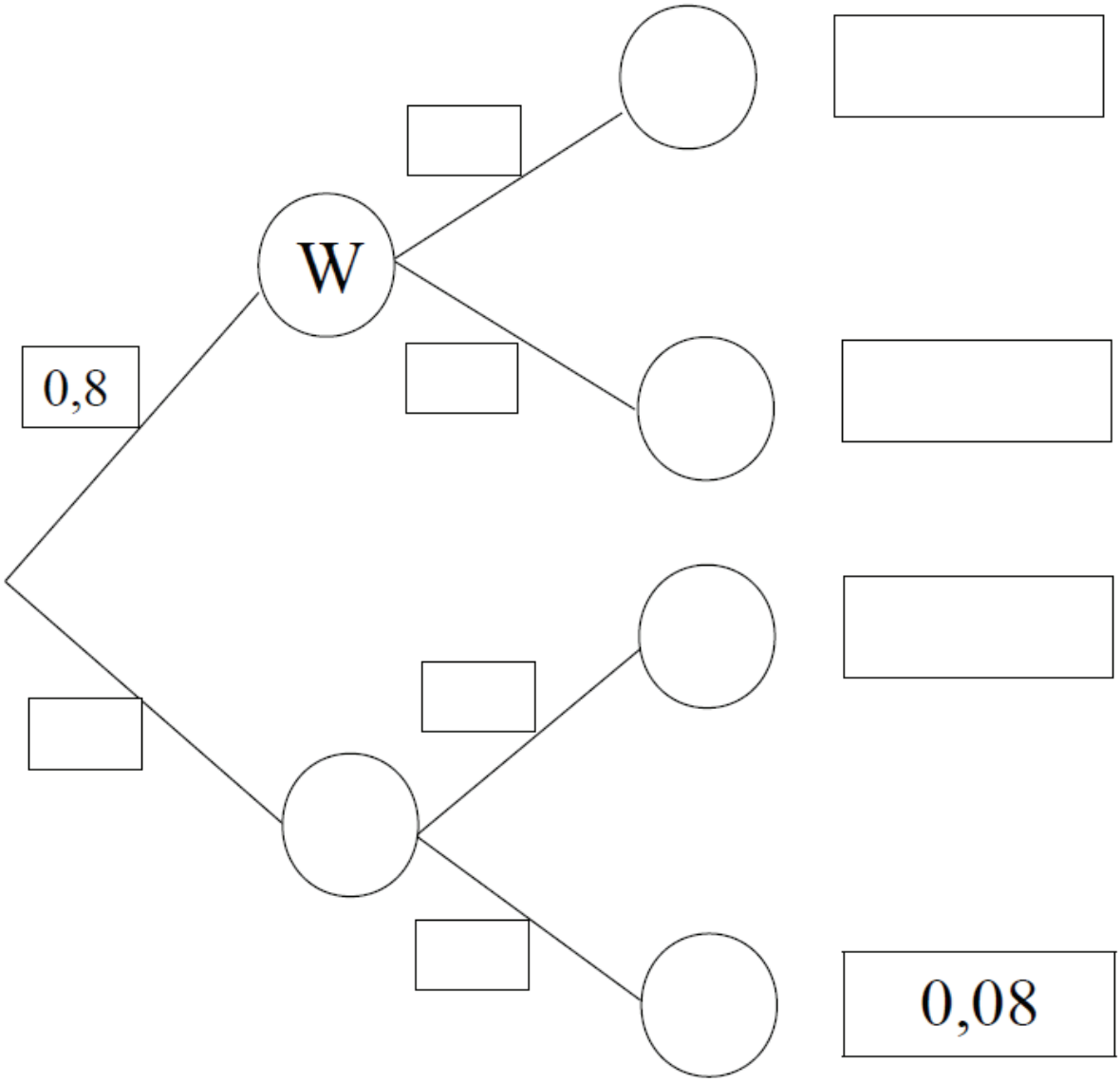
d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Deutscher, der 2008 im Ausland Urlaub gemacht hat, aus Ostdeutschland kommt.
[*Kontrollergebnis: ca.* 15,5 *%*] (4P)

Einige zufällig ausgewählte deutsche Urlauber im Ausland wurden im Jahr 2008 befragt, ob sie aus Ost- oder aus Westdeutschland kommen.

e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von drei Befragten mindestens einer aus dem Westen kommt. (5P)

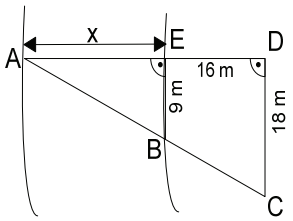
f) Begründe, dass für die Verwendung der relativen Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten in den Aufgabenteilen b) bis e) der Stichprobenumfang von 12 205 und das richtige Zahlenverhältnis der ostdeutschen Urlauber zu den westdeutschen von Bedeutung sind. (4P)

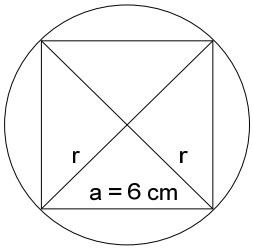
Anlage zur Aufgabe „Reiseverhalten der Deutschen“ Gruppe A



II Aufgaben Gruppe B

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$\frac{5}{8}$ von 6400 € =	800 €	400 €	4000 €	3200 €	
b)	285 min =	4,45 h	4,25 h	6,25 h	4,75 h	
c)	$13{,}4 \cdot 0{,}73 =$	8,972	0,987	89,72	9,782	
d)	0,045 km² =	450 m^2	45 m^2	45000 m^2	4500 m^2	
e)	$\frac{3}{4} + 0{,}125 =$	0,785	0,775	0,985	0,875	
f)	Eine Keramikfirma stellt am Tag 5000 Blumentöpfe her. Erfahrungsgemäß sind ca. 150 Töpfe fehlerhaft. Wie viel Prozent sind das?	$3\frac{1}{3}$ %	3 %	$33\frac{1}{3}$ %	30 %	
g)	$2^n = \frac{1}{16}, \quad n =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	–4	–2	
h)	Berechne die Breite x des Flusses. (Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht.) 	16 m	8 m	32 m	24 m	
i)	$(3a - 4b)^2 =$	$9a^2 - 12ab + 16b^2$	$3a^2 - 4b^2$	$9a^2 - 24ab + 16b^2$	$9a^2 - 16b^2$	
j)	Jan möchte 3 Eiskugeln in verschiedenen Geschmacksrichtungen kaufen. In der Eisdiele gibt es 6 Eissorten. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Auswahl hat er?	60	20	140	90	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
k)	$(-0{,}25)^3 \cdot 4^3 =$	$-0{,}75 \cdot 12$	-1	1	$0{,}75 \cdot 12$	
l)	Für alle $a, m, y > 0$ gilt: $\frac{4a^2y^6}{5m^3} \cdot \frac{15m^3}{ay^5} =$	$12amy$	$60\frac{a}{y}$	$12a^3y^{11}$	$12ay$	
m)	Welcher der Punkte liegt auf der Geraden $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$?	$Q(0/4)$	$S\left(3/-\frac{2}{3}\right)$	$P\left(3/-\frac{3}{2}\right)$	$R(-2/-5)$	
n)	Berechne den Radius des Kreises. 	$\sqrt{18}$ cm	$\sqrt{12}$ cm	8 cm	$\sqrt{32}$ cm	

2. Gleichungen

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen.

a) $-4x^2 + 20 = 16x$ (4P)

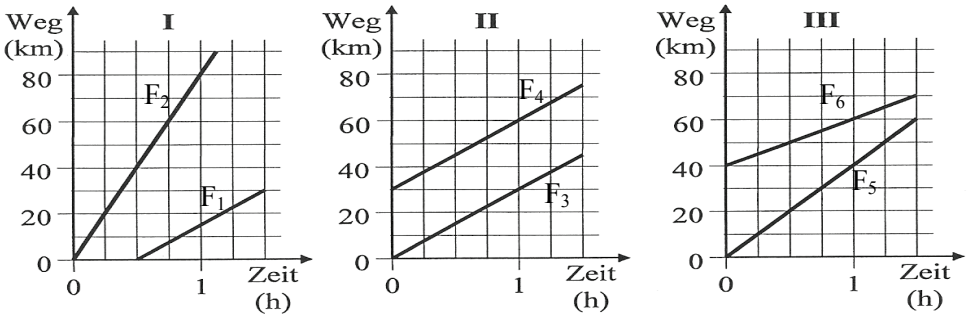
b) $4^x = \sqrt[3]{16}$ (2P)

c) $\dfrac{x}{x-5} = \dfrac{x-8}{x-11}$

Bestimme vorher den Definitionsbereich. (5P)

3. Graphen (4P)

Gegeben sind folgende Aussagen:
A: Der Abstand von zwei Fahrzeugen vergrößert sich.
B: Zwei Fahrzeuge fahren mit gleicher Geschwindigkeit.



a) Welches Diagramm gehört zur Aussage A, welches zur Aussage B?

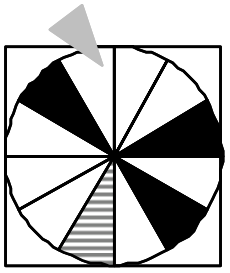
	Diagramm
Aussage A	
Aussage B	

b) Gib an, welches der 6 Fahrzeuge das schnellste ist und mit welcher Geschwindigkeit es fährt.

Am schnellsten ist Fahrzeug _____. Es fährt mit einer Geschwindigkeit von _____.

4. Wahrscheinlichkeit (5P)

Auf einem Sommerfest steht ein Glücksrad mit gleich großen Sektoren (siehe Abbildung). Der Einsatz beträgt 1 €.



- Schraffierter Sektor: Hauptgewinn, Auszahlung 5 €
- Schwarze Sektoren: Kleingewinn, Auszahlung 2 €
- Weiße Sektoren: Niete, keine Auszahlung

a) Vervollständige die Wahrscheinlichkeitstabelle.

Ereignis	Hauptgewinn	Kleingewinn	Niete
Wahrscheinlichkeit			

b) Berechne den Gewinnerwartungswert eines Spiels aus der Sicht eines Spielers und entscheide, ob sich das Spiel für den Spieler lohnt.

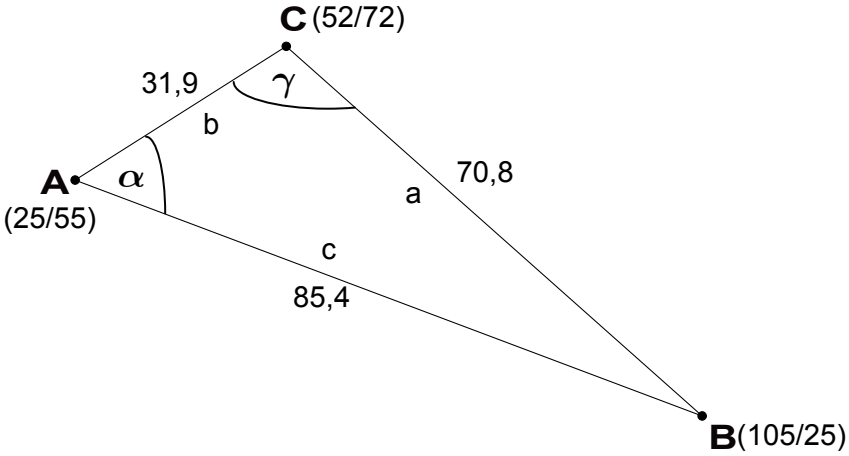
Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens **Gruppe B**

Hobby-Programmierer (22P)

Anne und ihr Freund Jonas haben als begeisterte Hobby-Programmierer ein Geometrie-Programm geschrieben.

Wenn auf dem Bildschirm drei Punkte, die ein Dreieck bilden, angeklickt werden, zeigt das Programm automatisch das Dreieck, die Koordinaten der Ecken sowie die auf eine Nachkommastelle gerundeten Seitenlängen an.

So zeigt es die folgende Grafik (nicht maßstabsgetreu!).



Der nächste Schritt soll die automatische Berechnung der Innenwinkel sein. Dafür sollen die Berechnungen des Computers überprüft werden.

a) Berechne die Größen der Winkel γ und α, jeweils auf eine Stelle nach dem Komma gerundet. (7P)

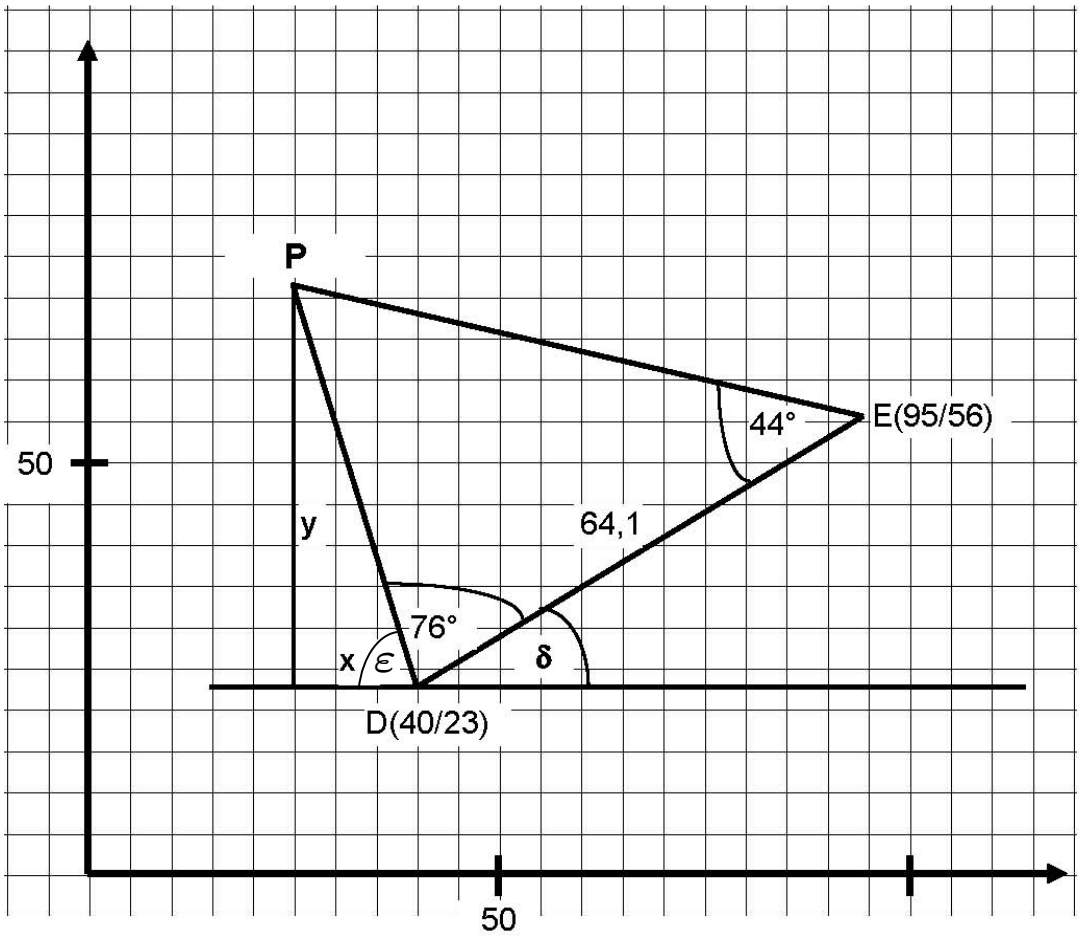
Die Zeichnung in der Anlage zeigt die Situation für einen neuen Programmteil: Wenn auf dem Bildschirm zwei Punkte angeklickt und die Winkel bei diesen Punkten in Eingabefelder eingegeben werden, berechnet das Programm automatisch die Bildschirm-(x-y)-Koordinaten des dritten Punktes im Dreieck.

b) Bestätige rechnerisch mit den Daten der Zeichnung in der Anlage, dass

- die Länge der Strecke $\overline{DE}$ (gerundet) dem angegebenen Wert entspricht und
- die Größe des Winkels δ etwa 31° beträgt. (7P)

c) Bestimme die Größe des Winkels ε und die Länge der Strecke $\overline{DP}$ und danach die Koordinaten des dritten Punktes P im Dreieck.
Vergleiche dein Ergebnis mit der Zeichnung. (8P)

Anlage zur Aufgabe „Hobby-Programmierer“, Aufgaben b) und c) Gruppe B



Aufgabe III – Idee von Raum und Form **Gruppe B**

Blumentopf (22P)

Jens möchte auf seinem Balkon einige Blumen in zwei Blumentöpfen anpflanzen. Sie sind aus Keramik und sollen als zylinderförmig betrachtet werden. Die Innenmaße der Blumentöpfe sind

$$d = 21 \text{ cm} \quad \text{und} \quad h = 15 \text{ cm}.$$

Jens stellt einige Überlegungen an.

Hinweis: Es soll bei der Bearbeitung unberücksichtigt bleiben, dass die Blumenerde zusammengedrückt oder aufgelockert werden kann.

a) Berechne die benötigte Menge an Blumenerde in Litern, wenn <u>ein</u> Blumentopf bis zum Rand gefüllt werden soll. (4P)

Jens hat noch 4 Liter Blumenerde vom letzten Jahr übrig und möchte damit in einen dieser Blumentöpfe 3 Margeriten pflanzen. Die Wurzelballen der Margeriten sind annähernd kugelförmig mit einem Radius von $r = 3{,}1$ cm und verschwinden beim Einpflanzen vollständig in der Blumenerde.

b) Bestimme die Höhe der Blumenerde in diesem Blumentopf nach dem Einpflanzen der Margeriten, wenn Jens die 4 Liter Blumenerde vollständig verbraucht. (7P)

In den anderen Blumentopf möchte Jens 4 Stiefmütterchen pflanzen. Der Wurzelballen jedes Stiefmütterchens soll als würfelförmig betrachtet werden mit der Kantenlänge $a = 7$ cm.

c) Entscheide, ob es möglich ist, diese 4 Stiefmütterchen gemeinsam in einen Blumentopf nebeneinander anzuordnen, ohne dass die würfelförmigen Wurzelballen zerdrückt werden. (6P)

Die Wandstärke jedes Blumentopfes ist überall – also auch am Boden – $s = 0{,}8$ cm.

d) Bestimme die Masse eines leeren Blumentopfs, wenn 1 cm^3 der Keramik $2{,}3\,\text{g}$ wiegt, und entscheide, ob Jens die beiden Blumentöpfe gut anheben kann. (5P)

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs **Gruppe B**

Kugelstoßen (22 P)

Die Flugbahn der Kugel beim Kugelstoßen lässt sich in guter Näherung als Parabel beschreiben. Dabei wird die Kugel, wie in der Physik üblich, als *punktförmig* angenommen. Alle Längen werden in der Einheit Meter angegeben.

Das Schaubild (siehe Anlage) stellt die Bahn der Kugel beim ersten Versuch des Kugelstoßers Bernhard in einem Wettkampf dar. Die Kugel verlässt seine Hand bei $x = 0$ in einer Höhe von 1,80 m.

a) Gib durch Ablesen an, wie weit die Kugel fliegt und wie hoch sie am höchsten Punkt ihrer Flugbahn über dem Boden ist. (2P)

b) Genau eine der vier folgenden Funktionsgleichungen beschreibt die im Schaubild (siehe Anlage) dargestellte Bahn von Bernhards Kugel.
Gib die Gleichung an und begründe, warum die anderen Gleichungen nicht zutreffen können.

(1) $f_1(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}8x + 3{,}5$ (2) $f_2(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 1{,}8$

(3) $f_3(x) = -0{,}03x^2 + 0{,}78x - 1{,}8$ (4) $f_4(x) = 0{,}05x^2 - 0{,}8x + 1{,}8$ (6P)

Beim ersten Versuch von Carl fliegt die Kugel auf der Bahn mit der Gleichung

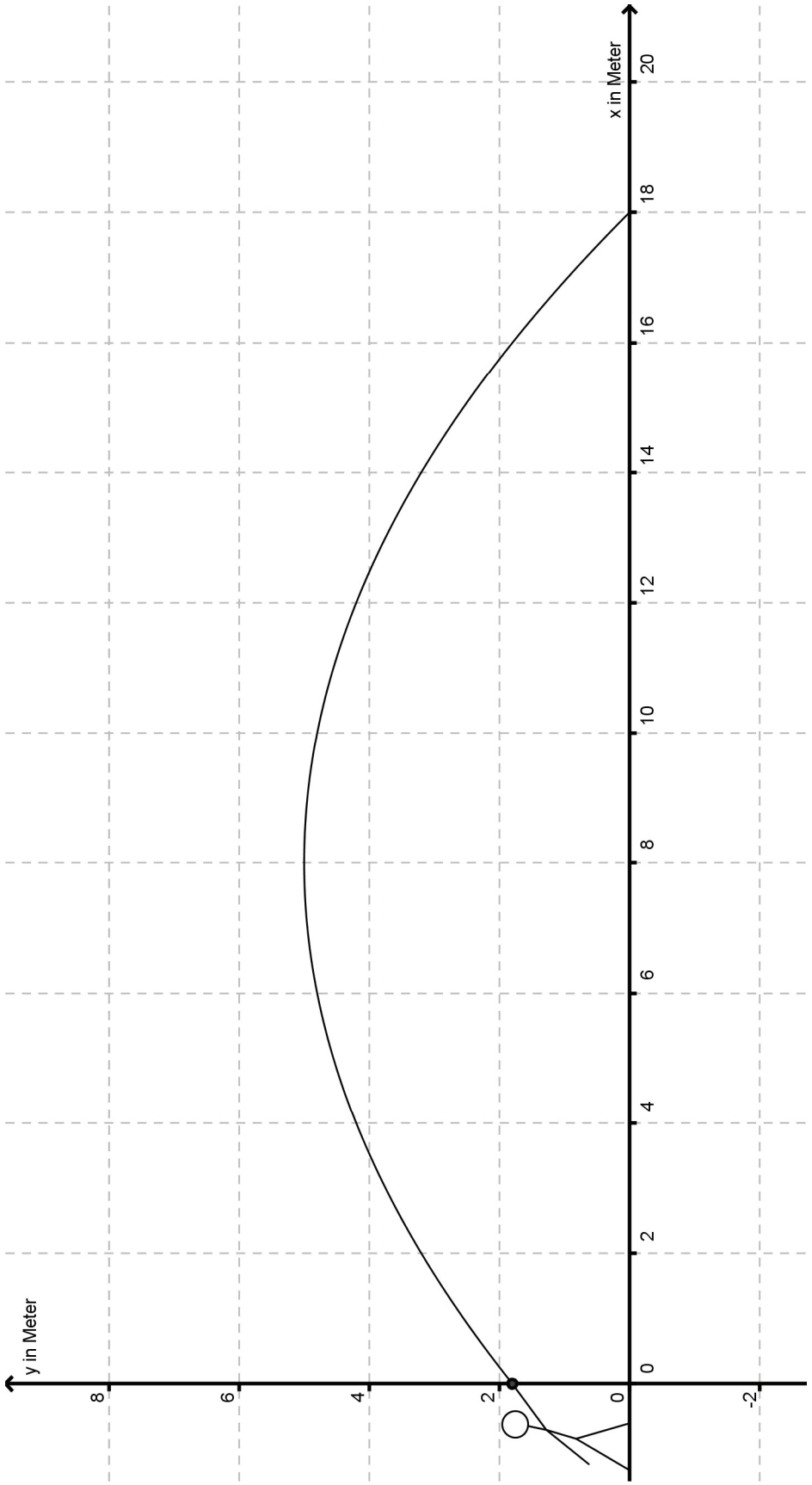
$$f(x) = -0{,}054x^2 + 0{,}79x + 1{,}8 \ .$$

c) Berechne, wie weit die Kugel bei Carls erstem Versuch fliegt und wie hoch die Kugel am höchsten Punkt ihrer Bahn über dem Boden ist. (7P)

Angenommen, der im Schaubild (siehe Anlage) dargestellte Stoß wird von Daniel ausgeführt, der größer ist als Bernhard: Daniel stößt die Kugel im selben Winkel und mit derselben Geschwindigkeit ab wie Bernhard, jedoch verlässt die Kugel Daniels Hand in 15 cm größerer Höhe.

d) Beschreibe, wie die Bahn von Daniels Kugel verläuft, und gib die zugehörige Funktionsgleichung an. Bestimme außerdem, wie weit Daniels Kugel fliegt. (7P)

Anlage zur Aufgabe „Kugelstoßen“: Gruppe B



Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit **Gruppe B**

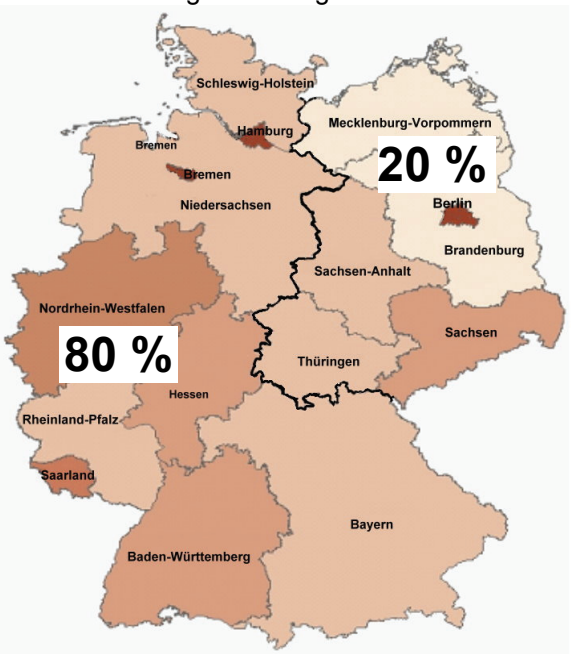
Reiseverhalten der Deutschen (22P)

Im Rahmen einer Studie wurden 9855 Deutsche befragt, wo sie im Jahr 2007 Urlaub gemacht haben. Damit das Ergebnis repräsentativ sein kann, mussten die Anteile der ostdeutschen und der westdeutschen Befragten der tatsächlichen Verteilung in Deutschland entsprechen. Deshalb wurde darauf geachtet, dass 80 % der Befragten Westdeutsche (W) und 20 % Ostdeutsche (O) waren.

Es wurde festgestellt, dass rund 85 % der befragten Westdeutschen, aber nur rund 62 % der Ostdeutschen ihren Urlaub im Ausland (A) verbracht haben.

Die restlichen Befragten haben in Deutschland (D) Urlaub gemacht.

Bevölkerungsverteilung in Deutschland



a) Gib die fehlenden Werte des Baumdiagramms in der Anlage an. (4P)

Im Folgenden sollen die genannten relativen Häufigkeiten als geschätzte Wahrscheinlichkeiten verwendet werden.

b) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Westdeutscher im Jahr 2007 seinen Urlaub in Deutschland verbracht hat. (2P)

c) Berechne, wie viele der befragten Personen ihren Urlaub im Ausland verbracht haben. (3P)

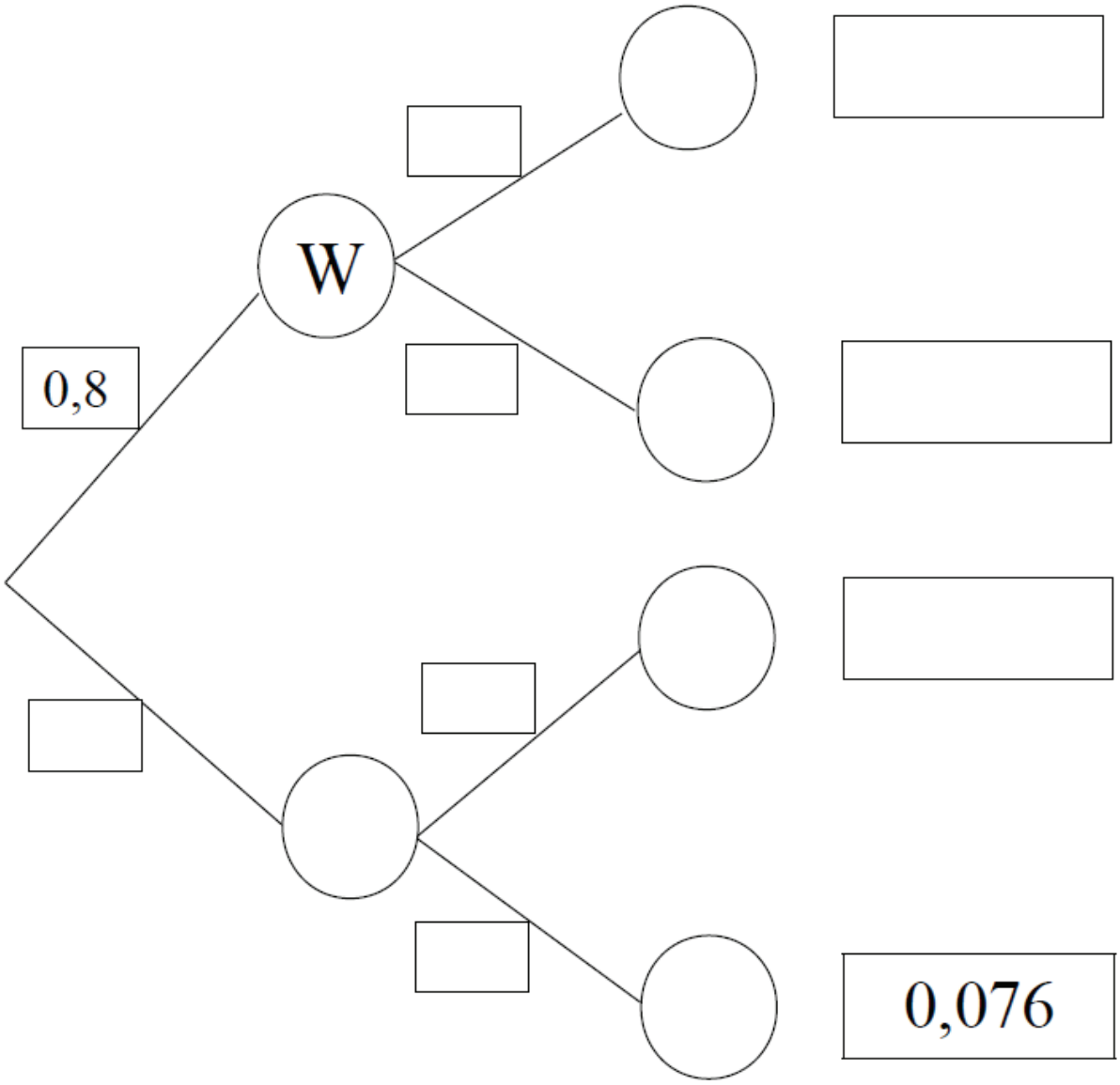
d) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Deutscher, der 2007 im Ausland Urlaub gemacht hat, aus Ostdeutschland kommt.
[*Kontrollergebnis: ca.* 15,4 *%*] (4P)

Einige zufällig ausgewählte deutsche Urlauber im Ausland wurden im Jahr 2007 befragt, ob sie aus Ost- oder aus Westdeutschland kommen.

e) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von drei Befragten mindestens einer aus dem Westen kommt. (5P)

f) Begründe, dass für die Verwendung der relativen Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten in den Aufgabenteilen b) bis e) der Stichprobenumfang von 9 855 und das richtige Zahlenverhältnis der ostdeutschen Urlauber zu den westdeutschen von Bedeutung sind. (4P)

Anlage zur Aufgabe „Reiseverhalten der Deutschen“ Gruppe B



III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

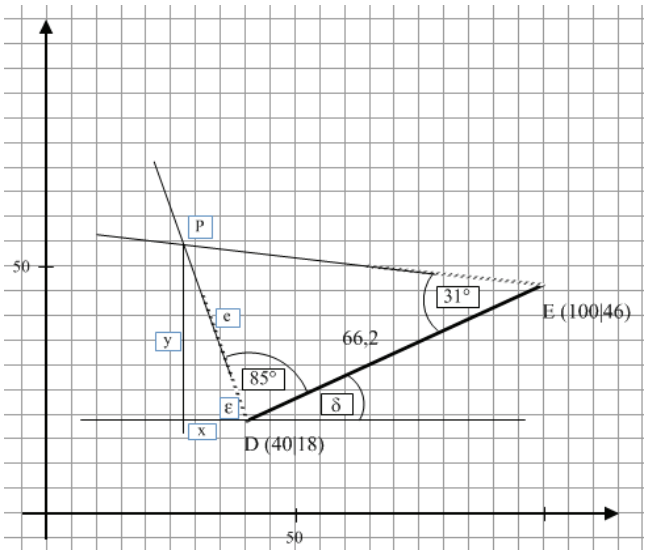
Aufgabe I — Gruppe A / B

		Lösungsskizze			Zuordnung Bewertung		
			Gruppe A	Gruppe B	I	II	III
1	a)	4 000 €	**D**	**C**	1		
	b)	4,75 h	**C**	**D**	1		
	c)	9,782	**C**	**D**		1	
	d)	45 000 m²	**D**	**C**		1	
	e)	0,875	**C**	**D**	1		
	f)	3 %	**A**	**B**		1	
	g)	–4	**D**	**C**		1	
	h)	16 m	**B**	**A**			1
	i)	$9a^2 - 24ab + 16b^2$	**D**	**C**		1	
	j)	20	**A**	**B**		1	
	k)	–1	**A**	**B**		1	
	l)	$12ay$	**C**	**D**	1		
	m)	$S\left(3 / -\frac{2}{3}\right)$	**A**	**B**	1		
	n)	$\sqrt{18}$ cm	**B**	**A**		1	

		Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
		Gruppe A	**Gruppe B**	I	II	III
2	a)	$-8x^2+24=16x$ $-8x^2-16x+24=0$ $x^2+2x-3=0$ $x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+3}$ $x_{1,2}=-1\pm 2$ $x_1=-3$ $x_2=1$ oder: $-8x^2+24=16x$ $x^2+2x-3=0$ $(x+3)(x-1)=0$ $x_1=-3$ $x_2=1$ Die Gleichung hat die Lösungen –3 und 1.	$-4x^2+20=16x$ $-4x^2-16x+20=0$ $x^2+4x-5=0$ $x_{1,2}=-2\pm\sqrt{4+5}$ $x_{1,2}=-2\pm 3$ $x_1=1$ $x_2=-5$ oder: $-4x^2+20=16x$ $x^2+4x-5=0$ $(x+5)(x-1)=0$ $x_1=-5$ $x_2=1$ Die Gleichung hat die Lösungen –5 und 1.	4		
	b)	$10^x=\sqrt[3]{100}$ $10^x=\sqrt[3]{10^2}$ $10^x=10^{\frac{2}{3}}$ $x=\frac{2}{3}$ oder: $10^x=\sqrt[3]{100}$ $10^{3x}=100$ $10^{3x}=10^2$ $3x=2$ $x=\frac{2}{3}$ Die Gleichung hat die Lösung $\frac{2}{3}$.	$4^x=\sqrt[3]{16}$ $4^x=\sqrt[3]{4^2}$ $4^x=4^{\frac{2}{3}}$ $x=\frac{2}{3}$ oder: $4^x=\sqrt[3]{16}$ $4^{3x}=16$ $4^{3x}=4^2$ $3x=2$ $x=\frac{2}{3}$ Die Gleichung hat die Lösung $\frac{2}{3}$.		2	

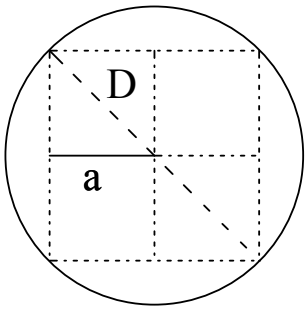
<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2"></th><th colspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung Bewertung</th></tr>
<tr><th>Gruppe A</th><th>Gruppe B</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td>c)</td><td>Definitionsbereich:
$x \in \mathbb{R} \setminus \{6;11\}$
$\frac{x}{x-6} = \frac{x-8}{x-11}$
$x(x-11) = (x-8)(x-6)$
$x^2 - 11x = x^2 - 14x + 48$
$3x = 48$
$x = 16$
Die Gleichung hat die Lösung 16.</td><td>Definitionsbereich:
$x \in \mathbb{R} \setminus \{5;11\}$
$\frac{x}{x-5} = \frac{x-8}{x-11}$
$x(x-11) = (x-5)(x-8)$
$x^2 - 11x = x^2 - 13x + 40$
$2x = 40$
$x = 20$
Die Gleichung hat die Lösung 20.</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>a)</td><td><table><tr><th></th><th>Diagramm</th></tr><tr><td>Aussage A</td><td>II</td></tr><tr><td>Aussage B</td><td>III</td></tr></table></td><td><table><tr><th></th><th>Diagramm</th></tr><tr><td>Aussage A</td><td>I</td></tr><tr><td>Aussage B</td><td>II</td></tr></table></td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>F_1 ist das schnellste Fahrzeug; es fährt mit einer Geschwindigkeit von $80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.</td><td>$F_2$ ist das schnellste Fahrzeug; es fährt mit einer Geschwindigkeit von $80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>a)</td><td><table><tr><th>E</th><th>Niete</th><th>KG</th><th>HG</th></tr><tr><td>$p(E)$</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$</td><td>$\frac{1}{12}$</td></tr></table></td><td><table><tr><th>E</th><th>HG</th><th>KG</th><th>Niete</th></tr><tr><td>$p(E)$</td><td>$\frac{1}{12}$</td><td>$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$</td><td>$\frac{2}{3}$</td></tr></table></td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$E(x) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 10 \cdot \frac{1}{12} - 1$
$= \frac{1}{3} \approx 0{,}33$
Im Mittel gewinnt der Spieler 0,33 € pro Spiel. Daher lohnt sich das Spiel für den Spieler.</td><td>$E(x) = 2 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{12} - 1$
$= -\frac{1}{12} \approx -0{,}083$
Im Mittel verliert der Spieler ca. 0,08 € pro Spiel. Daher lohnt sich das Spiel für den Spieler nicht.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Insgesamt 34 BWE</td><td>12</td><td>16</td><td>6</td></tr>
</table>

Aufgabe II: Hobby-Programmierer — Gruppe A

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	*Hinweis: Es wird mit den gerundeten Längen aus der Skizze gerechnet, so dass sich eine minimale Ungenauigkeit ergibt.* Nach dem Kosinussatz gilt: $123{,}2^2 = 71{,}6^2 + 80{,}2^2 - 2\cdot 71{,}6\cdot 80{,}2\cdot\cos\beta$ $\cos\beta = \frac{123{,}2^2 - 71{,}6^2 - 80{,}2^2}{-2\cdot 71{,}6\cdot 80{,}2}$ $\beta \approx 108{,}4°$ Mit dem Sinussatz folgt: $\frac{80{,}2}{\sin\gamma} = \frac{123{,}2}{\sin 108{,}4°}$ $\sin\gamma = \sin 108{,}4° \cdot \frac{80{,}2}{123{,}2}$ $\gamma \approx 38{,}1°$ *Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich. Wird z.B. der Kosinussatz zur Berechnung von γ eingesetzt, so erhält man als gerundetes Ergebnis* $\gamma \approx 38{,}2°$.	4	3	
b)	 • Mit den gegebenen Koordinaten gilt $\sqrt{(100-40)^2 + (46-18)^2} \approx 66{,}2$ (was zu zeigen war). • Der Winkel δ ist mit dem tan und den Koordinatendifferenzen der gegebenen Punkte zu bestimmen: $\tan\delta = \frac{46-18}{100-40} = \frac{28}{60}$ $\delta \approx 25°$ *Andere Wege sind möglich.*	2	5	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Für den Winkel ε gilt: $\varepsilon = 180° - 25° - 85° = 70°$. Für die Länge der Strecke $\overline{DP}$ gilt mit dem Sinussatz: $\frac{\lvert DP \rvert}{\sin 31°} = \frac{66,2}{\sin(180° - 85° - 31°)}$ $\lvert DP \rvert = \frac{\sin 31°}{\sin 64°} \cdot 66,2$ $\lvert DP \rvert \approx 37,9$ Damit sind die Koordinatendifferenzen x und y zu bestimmen: $\cos\varepsilon = \frac{x}{\lvert DP \rvert}$ und $\sin\varepsilon = \frac{y}{\lvert DP \rvert}$ $x = \lvert DP \rvert \cdot \cos\varepsilon$ und $y = \lvert DP \rvert \cdot \sin\varepsilon$ $x \approx 37,9 \cdot \cos 70°$ $y \approx 37,9 \cdot \sin 70°$ $x \approx 13,0$ $y \approx 35,6$ P hat also die Koordinaten $(40 - 13 \mid 18 + 35,6)$, gerundet $(27 \mid 54)$. Dieses Ergebnis stimmt gut mit der Zeichnung überein. *Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.*		4	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe III: Blumentopf — Gruppe A

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Das Innere des Blumentopfs ist zylinderförmig mit den Maßen $r_{\text{Topf}} = 9\,\text{cm}$ und $h = 16\,\text{cm}$. $V = \pi \cdot r_{\text{Topf}}^2 \cdot h = \pi \cdot 9^2 \cdot 16\,\text{cm}^3 = 4071{,}5040...\,\text{cm}^3 \approx 4{,}1\,l$ Es werden gut 4 Liter Blumenerde für einen Blumentopf benötigt.	4		
b)	Die Wurzelballen sind kugelförmig mit $r = 3{,}5$ cm. $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}5^3\,\text{cm}^3 \approx 180\,\text{cm}^3$. Alle 3 Margeriten zusammen haben also das Volumen $V_{\text{Blumen}} = 3 \cdot V \approx 540\,\text{cm}^3$. Zu den $3l = 3000\,\text{cm}^3$ von der Blumenerde kommt das Volumen der Wurzelballen dazu: $V_{\text{gesamt}} = 3l + V_{\text{Blumen}} \approx 3540\,\text{cm}^3$. Außerdem gilt mit der gesuchten Höhe H: $V_{\text{gesamt}} = \pi \cdot r^2{}_{\text{Topf}} \cdot H \Rightarrow H = \frac{V_{\text{gesamt}}}{\pi \cdot r_{\text{Topf}}^2} = \frac{3540}{\pi \cdot 9^2}\,\text{cm} \approx 13{,}9\,\text{cm}$. Die Höhe der Blumenerde in diesem Blumentopf beträgt etwa 14 cm.	3	4	
c)	Wenn die Wurzelballen der vier Stiefmütterchen direkt – ohne Behinderung – aneinandergesetzt werden, so ergibt sich ein Quadrat mit der Seitenlänge 12 cm. Dieses Quadrat passt in die Grundfläche eines Kreises, wenn seine Diagonale D höchstens gleich dem Durchmesser d des Kreises ist.  Nun gilt: $D = \sqrt{2} \cdot 12\,\text{cm} \approx 16{,}97\,\text{cm} < d = 18$ cm. Da die Bedingung erfüllt ist, passen die vier Stiefmütterchen ohne gegenseitige Behinderung in einen Blumentopf.		4	2

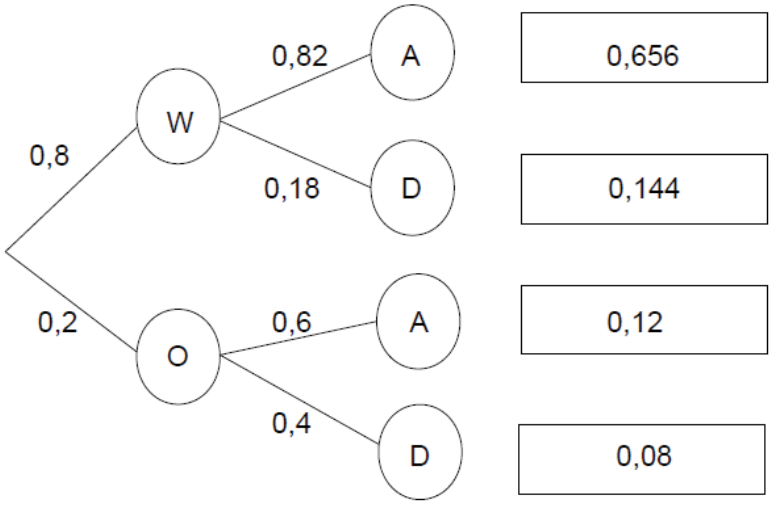
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Das Volumen V_l des leeren Blumentopfs ist zu berechnen. Es besteht aus dem Volumen V_a des Zylinders mit den Außenmaßen vermindert um das Volumen V_i des Zylinders mit den Innenmaßen (vgl. a). $V_a = \left(\pi \cdot 9{,}8^2 \cdot 16{,}8\right)\text{cm}^3 = 5068{,}8717...\text{cm}^3 \approx 5068{,}872\ \text{cm}^3$. $V_i = \pi \cdot 9^2 \cdot 16\,\text{cm}^3 = 4071{,}5040...\text{cm}^3$ $V_l = V_a - V_i \approx 5068{,}872\ \text{cm}^3 - 4071{,}504\ \text{cm}^3 = 997{,}368\ \text{cm}^3$ Die Masse beträgt damit $m \approx 997{,}368 \cdot 2{,}1\,\text{g} = 2094{,}4728\,\text{g}$. Ein Blumentopf wiegt gut 2 kg. *(Andere Lösungswege sind möglich.)* Also kann Jens die zwei Blumentöpfe (gut 4 kg) anheben.		3	2
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe IV: Kugelstoßen — Gruppe A

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Die Kugel fliegt 18 m weit und ist am höchsten Punkt ihrer Flugbahn 5 m über dem Boden.	2		
b)	Die Gleichungen von f_1 und f_2 haben einen falschen y-Achsenabschnitt, jene von f_4 das falsche Vorzeichen vor dem quadratischen Term. Damit kommt nur die Gleichung von f_3 infrage. Sie beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel mit passendem y-Achsenabschnitt (1,8). *Alternativ kann auch über das Einsetzen der Koordinaten von Punkten, etwa* $(0\|1{,}8)$ *und* $(18\|0)$*, in die Funktionsgleichungen argumentiert werden.*		4	2
c)	<u>Stoßweite:</u> $f(x) = -0{,}045x^2 + 0{,}79x + 1{,}8 = 0$ $\Rightarrow \quad x^2 - \frac{158}{9}x - 40 = 0$ bzw. $x^2 - 17{,}\overline{5}x - 40 = 0$. Damit gilt $x_{1,2} = \frac{79}{9} \pm \sqrt{\frac{6241}{81} + 40}$ $x_{1,2} = \frac{79}{9} \pm \sqrt{\frac{9481}{81}}$ $x_{1,2} \approx \frac{79}{9} \pm \frac{97{,}37}{9}$ $x_1 \approx 19{,}60$ $x_2 \approx -2{,}04$ Damit liefert x_1 die Stoßweite von etwa 19,60 m. <u>Maximale Höhe über dem Boden:</u> Die x-Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel liegt in der Mitte zwischen den Nullstellen, also bei $\frac{1}{2}(-2{,}04 + 19{,}60) = 8{,}78$. Die y-Koordinate des Scheitelpunkts, also $f(8{,}78)$, gibt die maximale Höhe der Kugel über dem Boden an. $f(8{,}78) = -0{,}045 \cdot 8{,}78^2 + 0{,}79 \cdot 8{,}78 + 1{,}8 \approx 5{,}27$ Die maximale Flughöhe der Kugel beträgt ca. 5,27 m.	3	4	

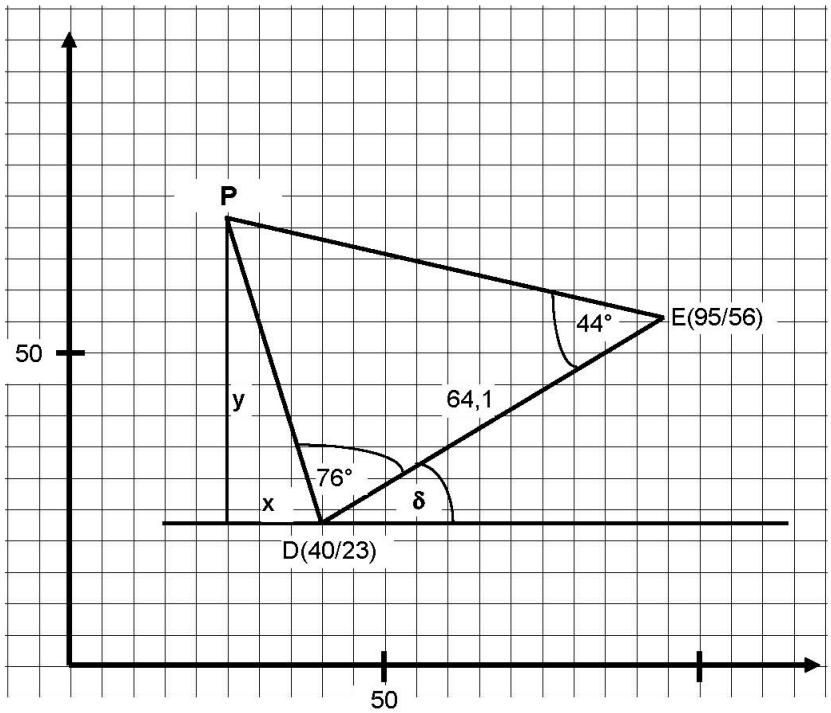
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Der Graph ist der gleiche wie der von f_3, nur um 20 cm in y-Richtung verschoben. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet: $g(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 2$. Zur Bestimmung der Flugweite muss die folgende Gleichung gelöst werden: $-0{,}05x^2 + 0{,}8x + 2 = 0$ $x^2 - 16x - 40 = 0$ $x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 + 40}$ $x_{1,2} \approx 8 \pm 10{,}2$ $x_1 \approx 18{,}20$ $x_2 < 0$ und somit nicht relevant Die Flugweite beträgt damit etwa 18,20 m.		6	1
	Insgesamt 22 BWE	5	14	3

Aufgabe V: Reiseverhalten der Deutschen — Gruppe A

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)		4		
b)	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Westdeutscher im Jahr 2008 seinen Urlaub in Deutschland verbracht hat, kann aus dem Baumdiagramm abgelesen werden. Sie beträgt 18 %.	2		
c)	$12205 \cdot (0{,}8 \cdot 0{,}82 + 0{,}2 \cdot 0{,}6) = 9471{,}08$ Von den befragten Personen haben ca. 9471 ihren Urlaub im Ausland verbracht.		3	
d)	$P_A(O) = \frac{P(O \cap A)}{P(A)} = \frac{P(O) \cdot P_O(A)}{P(A)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}6}{0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}8 \cdot 0{,}82} = \frac{0{,}12}{0{,}776} \approx 0{,}155$ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Deutscher, der 2008 im Ausland Urlaub gemacht hat, aus Ostdeutschland kommt, beträgt ca. 15,5 %.		2	2
e)	Die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei befragten Personen aus Ostdeutschland kommen, beträgt also $0{,}155^3 \approx 0{,}4\,\%$. Der Übergang zum Gegenereignis liefert: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von drei im Ausland befragten Deutschen mindestens einer aus dem Westen kommt, beträgt rund 99,6 %.	1	4	

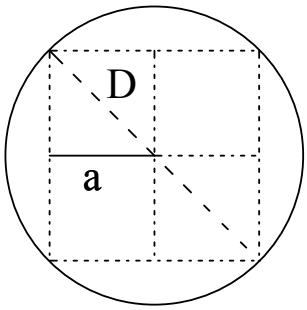
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	Nach dem Gesetz der großen Zahlen nähert sich die relative Häufigkeit bei einer ausreichend großen Stichprobe der Wahrscheinlichkeit. Der Stichprobenumfang von 12 205 Befragten kann als ausreichend groß betrachtet werden. Damit die Ergebnisse der Befragung auf die tatsächliche Situation in ganz Deutschland verallgemeinert werden können, muss der Anteil der befragten Ost- und Westdeutschen mit der tatsächlichen Verteilung der Ost- und Westdeutschen in Deutschland übereinstimmen. *Sinngemäße Formulierungen sind auch zulässig.*		1	3
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Aufgabe II: Hobby-Programmierer — Gruppe B

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	*Hinweis: Es ist mit den gerundeten Längen aus der Skizze gerechnet, so dass sich eine minimale Ungenauigkeit ergibt.* Nach dem Kosinussatz gilt: $85{,}4^2 = 70{,}8^2 + 31{,}9^2 - 2\cdot 70{,}8\cdot 31{,}9\cdot\cos\gamma$ $\cos\gamma = \frac{85{,}4^2 - 70{,}8^2 - 31{,}9^2}{-2\cdot 70{,}8\cdot 31{,}9}$ $\gamma \approx 106{,}2°$ Mit dem Sinussatz folgt: $\frac{70{,}8}{\sin\alpha} = \frac{85{,}4}{\sin 106{,}2°}$ $\sin\alpha = \sin 106{,}2°\cdot\frac{70{,}8}{85{,}4}$ $\alpha \approx 52{,}8°$ *Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich. Wird z.B. der Kosinussatz zur Berechnung von α eingesetzt, so erhält man als gerundetes Ergebnis* $\alpha \approx 52{,}7°$.	4	3	
b)	 • Mit den gegebenen Koordinaten gilt $\sqrt{(95-40)^2 + (56-23)^2} \approx 64{,}1$. • Der Winkel δ ist mit dem tan und den Koordinatendifferenzen der gegebenen Punkte zu bestimmen: $\tan\delta = \frac{56-23}{95-40} = \frac{33}{55} \Rightarrow \delta \approx 31°$	2	5	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Für den Winkel ε gilt: $\varepsilon = 180° - 31° - 76° = 73°$. Für die Länge der Strecke $\overline{DP}$ gilt mit dem Sinussatz: $\frac{\lvert DP \rvert}{\sin 44°} = \frac{64{,}1}{\sin(180° - 76° - 44°)}$ $\lvert DP \rvert = \frac{\sin 44°}{\sin 60°} \cdot 64{,}1$ $\lvert DP \rvert \approx 51{,}4$ Damit sind die Koordinatendifferenzen x und y zu bestimmen: $\cos\varepsilon = \frac{x}{\lvert DP \rvert}$ und $\sin\varepsilon = \frac{y}{\lvert DP \rvert}$ $x = \lvert DP \rvert \cdot \cos\varepsilon$ und $y = \lvert DP \rvert \cdot \sin\varepsilon$ $x \approx 51{,}4 \cdot \cos 73°$ $y \approx 51{,}4 \cdot \sin 73°$ $x \approx 15{,}0$ $y \approx 49{,}2$ P hat also die Koordinaten $(40 - 15 \mid 23 + 49{,}2)$, gerundet $(25 \mid 72)$. Dieses Ergebnis stimmt gut mit der Zeichnung überein. *Hinweis: Andere Lösungswege sind möglich.*		4	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe III: Blumentopf — Gruppe B

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Das Innere des Blumentopfs ist zylinderförmig mit den Maßen $r_{\text{Topf}} = 10{,}5\,\text{cm}$ und $h = 15\,\text{cm}$. $V = \pi \cdot r_{\text{Topf}}^2 \cdot h = \pi \cdot 10{,}5^2 \cdot 15\,\text{cm}^3 = 5195{,}4\,\text{cm}^3 \approx 5{,}2\,l$ Es werden gut 5 Liter Blumenerde für einen Blumentopf benötigt.	4		
b)	Die Wurzelballen sind kugelförmig mit $r = 3{,}1$ cm. $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3{,}1^3\,\text{cm}^3 \approx 125\,\text{cm}^3$. Alle 3 Margeriten zusammen haben also das Volumen $V_{\text{Blumen}} = 3 \cdot V \approx 375\,\text{cm}^3$. Zu den $4l = 4000\,\text{cm}^3$ von der Blumenerde kommt das Volumen der Wurzelballen dazu: $V_{\text{gesamt}} = 4l + V_{\text{Blumen}} \approx 4375\,\text{cm}^3$. Außerdem gilt mit der gesuchten Höhe H $V_{\text{gesamt}} = \pi \cdot r^2{}_{\text{Topf}} \cdot H \Rightarrow H = \frac{V_{\text{gesamt}}}{\pi \cdot r_{\text{Topf}}^2} = \frac{4375}{\pi \cdot 10{,}5^2}\,\text{cm} \approx 12{,}6\,\text{cm}$. Die Höhe der Blumenerde in diesem Blumentopf beträgt etwa 12,6 cm.	3	4	
c)	Wenn die Wurzelballen der vier Stiefmütterchen direkt – ohne Behinderung – aneinandergesetzt werden, so ergibt sich ein Quadrat mit der Seitenlänge 14 cm. Dieses Quadrat passt in die Grundfläche eines Kreises, wenn seine Diagonale D höchstens gleich dem Durchmesser d des Kreises ist.  Nun gilt: $D = \sqrt{2} \cdot 14\,\text{cm} \approx 19{,}8\,\text{cm} < d = 21$ cm. Da die Bedingung erfüllt ist, passen die vier Stiefmütterchen ohne gegenseitige Behinderung in einen Blumentopf.		4	2

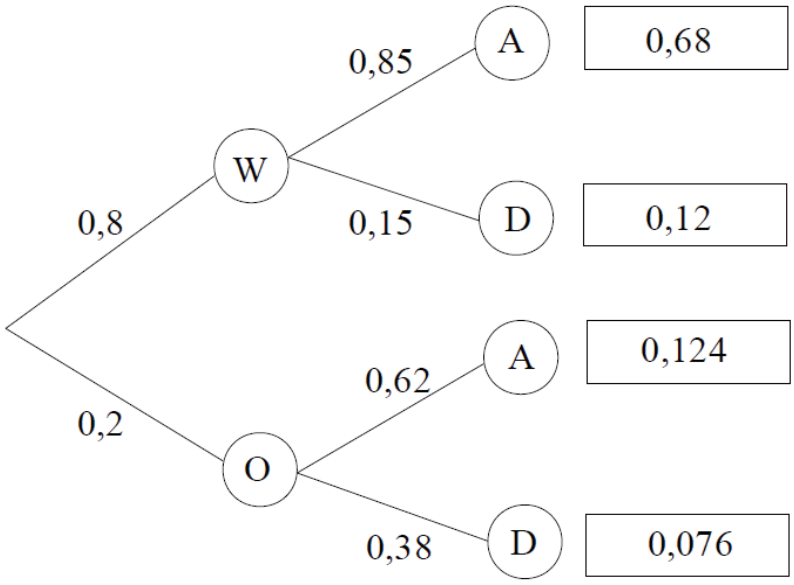
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Das Volumen V_l des leeren Blumentopfs ist zu berechnen. Es besteht aus dem Volumen V_a des Zylinders mit den Außenmaßen vermindert um das Volumen V_i des Zylinders mit den Innenmaßen (vgl. a). $V_a = \left(\pi \cdot 11{,}3^2 \cdot 15{,}8\right)\text{cm}^3 = 6338{,}1694...\text{cm}^3$. $V_i = \left(\pi \cdot 10{,}5^2 \cdot 15\right)\text{cm}^3 = 5195{,}4088...\text{cm}^3$. $V_l = V_a - V_i \approx 6338{,}169\,\text{cm}^3 - 5195{,}409\,\text{cm}^3 = 1142{,}760\,\text{cm}^3$ Die Masse beträgt damit $m \approx 1142{,}760 \cdot 2{,}3\,\text{g} \approx 2628{,}348\,\text{g}$. Ein Blumentopf wiegt gut 2,6 kg. *(Andere Lösungswege sind möglich.)* Also kann Jens die zwei Blumentöpfe (gut 5 kg) anheben.		3	2
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe IV: Kugelstoßen — Gruppe B

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Die Kugel fliegt 18 m weit und ist am höchsten Punkt ihrer Flugbahn 5 m über dem Boden.	2		
b)	Die Gleichungen von f_1 und f_3 haben einen falschen y-Achsenabschnitt, jene von f_4 das falsche Vorzeichen vor dem quadratischen Term. Damit kommt nur die Gleichung von f_2 infrage. Sie beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel mit passendem y-Achsenabschnitt (1,8). *Alternativ kann auch über das Einsetzen der Koordinaten von Punkten, etwa* $(0\,\vert\,1{,}8)$ *und* $(18\,\vert\,0)$*, in die Funktionsgleichungen argumentiert werden.*		4	2
c)	<u>Stoßweite:</u> $f(x) = -0{,}054x^2 + 0{,}79x + 1{,}8 = 0$ $\Rightarrow \quad x^2 - \frac{395}{27}x - \frac{100}{3} = 0$ bzw. $x^2 - 14{,}\overline{629}x - 33{,}\overline{3} = 0$. Damit gilt $x_{1,2} = \frac{395}{54} \pm \sqrt{\frac{156\,025}{2916} + \frac{100}{3}}$ $x_{1,2} = \frac{395}{54} \pm \sqrt{\frac{253\,225}{2916}}$ $x_{1,2} \approx 7{,}315 \pm 9{,}32$ also $x_1 \approx 16{,}64$ und $x_2 \approx -2{,}01$ (nicht relevant). Damit liefert x_1 die Stoßweite von etwa 16,64 m. <u>Maximale Höhe über dem Boden:</u> Die x-Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel liegt in der Mitte zwischen den Nullstellen, also bei $\frac{1}{2}(-2{,}01 + 16{,}64) = 7{,}315$. Die y-Koordinate des Scheitelpunkts, also $f(7{,}315)$, gibt die maximale Höhe der Kugel über dem Boden an. $f(7{,}315) = -0{,}054 \cdot 7{,}315^2 + 0{,}79 \cdot 7{,}315 + 1{,}8 \approx 4{,}69$ Die maximale Flughöhe der Kugel beträgt ca. 4,69 m.	3	4	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Der Graph ist der gleiche wie der von f_2, nur um 15 cm in y-Richtung verschoben. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet $g(x) = -0{,}05x^2 + 0{,}8x + 1{,}95$. Zur Bestimmung der Flugweite muss die folgende Gleichung gelöst werden: $-0{,}05x^2 + 0{,}8x + 1{,}95 = 0$ $x^2 - 16x - 39 = 0$ $x_{1,2} = 8 \pm \sqrt{64 + 39}$ $x_{1,2} \approx 8 \pm 10{,}15$ $x_1 \approx 18{,}15$ $x_2 < 0$ und somit nicht relevant. Die Flugweite beträgt damit etwa 18,15 m.		6	1
	Insgesamt 22 BWE	5	14	3

Aufgabe V: Reiseverhalten der Deutschen — Gruppe B

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)		4		
b)	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Westdeutscher im Jahr 2007 seinen Urlaub in Deutschland verbracht hat, kann aus dem Baumdiagramm abgelesen werden. Sie beträgt 15 %.	2		
c)	$9\,855 \cdot (0{,}8 \cdot 0{,}85 + 0{,}2 \cdot 0{,}62) = 7923{,}42$ Von den befragten Personen haben ca. 7 923 ihren Urlaub im Ausland verbracht.		3	
d)	$P_A(O) = \frac{P(O \cap A)}{P(A)} = \frac{P(O) \cdot P_O(A)}{P(A)} = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}62}{0{,}2 \cdot 0{,}62 + 0{,}8 \cdot 0{,}85} = \frac{0{,}124}{0{,}804} \approx 0{,}154$ Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Deutscher, der 2007 im Ausland Urlaub gemacht hat, aus Ostdeutschland kommt, beträgt ca. 15,4 %.		2	2
e)	Die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei befragten Personen aus Ostdeutschland kommen, beträgt also $0{,}154^3 \approx 0{,}4\,\%$. Übergang zum Gegenereignis liefert: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von drei im Ausland befragten Deutschen mindestens einer aus dem Westen kommt, beträgt rund 99,6 %.	1	4	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	Nach dem Gesetz der großen Zahlen nähert sich die relative Häufigkeit bei einer ausreichend großen Stichprobe der Wahrscheinlichkeit. Der Stichprobenumfang von 9855 Befragten kann als ausreichend groß betrachtet werden. Damit die Ergebnisse der Befragung auf die tatsächliche Situation in ganz Deutschland verallgemeinert werden können, muss der Anteil der befragten Ost- und Westdeutschen mit der tatsächlichen Verteilung der Ost- und Westdeutschen in Deutschland übereinstimmen. *Sinngemäße Formulierungen sind auch zulässig.*		1	3
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6