Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien – Klasse 10

Schuljahr 2011/2012

3. Februar 2012

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer – **Haupttermin**

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

1. Die zuständige Fachlehrkraft erhält die beiden Prüfungsteile 1 (Aufgabe I) und 2 (Aufgaben II, III, IV und V) und wählt aus den Aufgaben II, III, IV und V genau **drei Aufgaben** aus.

2. Zu Beginn der schriftlichen Überprüfung werden beide Prüfungsteile (Aufgabe I und die von der Fachlehrkraft ausgewählten drei Aufgaben, jedoch ohne Taschenrechner und ohne Formelblatt) an die Schülerinnen und Schüler verteilt.
   Nebeneinander sitzende Schüler erhalten unterschiedliche Gruppen A/B.
   Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten wird gewährt.

3. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin seinen/ihren Taschenrechner und das Formelblatt ausgehändigt.
   Für die Bearbeitung des zweiten Prüfungsteils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

4. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

5. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

6. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgabenblätter und gegebenenfalls zugehörige Anlagen mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

7. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der drei Aufgaben des Prüfungsteils 2 ist separates Papier zu verwenden.

8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülerinnen und Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

9. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

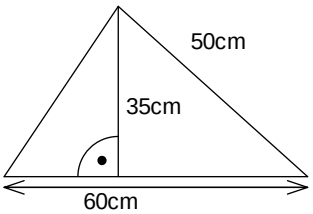
10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

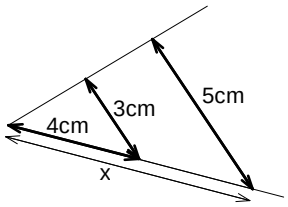
11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 44 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
    Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz, Tel. 428 84 26 10, Fax 428 55 519, E-Mail: werner.renz@bsb.hamburg.de .

II Aufgaben Gruppe A

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	0,8 : 0,02 =	4	40	400	4 000	
b)	1 m² =	10 cm²	100 cm²	1 000 cm²	10 000 cm²	
c)	$\frac{7}{6}-\frac{8}{7}=$	$-\frac{56}{42}$	$\frac{1}{42}$	$-\frac{1}{42}$	$\frac{56}{42}$	
d)	**Keine** Nullstelle von x^3+x^2-4x-4 ist ...	$x=-1$	$x=1$	$x=-2$	$x=2$	
e)	Verringert man 60 um 20 %, ergibt sich ...	12	20	40	48	
f)	Bei einer Kugel wird der Radius verdoppelt. Um welchen Faktor verändert sich dann die Oberfläche der Kugel?	2	4	6	8	
g)	Ein Rechteck ist dreimal so lang wie breit. Sein Umfang beträgt 400 cm. Wie breit ist es?	8 cm	50 cm	100 cm	120 cm	
h)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit einem normalen Würfel zweimal nacheinander die gleiche Zahl würfelt?	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{5}$	Das hängt von der ersten gewürfelten Zahl ab.	
i)	$8^{3n}:8^{n}=$	8^{2n}	8^{3}	3	8^{n}	
j)	 Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt ...	1 000 cm²	1 200 cm²	1 050 cm²	1 500 cm²	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
k)	$(3c-2a)(3c+2a)=$	$2a^2-3c^2$	$-2a^2+3c^2$	$4a^2-9c^2$	$9c^2-4a^2$	
l)	Wie viele unterscheidbare Ergebnisse kann man erzielen, wenn man einen normalen roten Würfel, einen normalen grünen Würfel und eine Münze gleichzeitig wirft?	14	22	24	72	
m)	Wenn man 1 000 € über 5 Jahre mit konstanten 2 % Zinsen anlegt, hat man mit Zinseszinsen am Ende ca. ...	1 020 €	1 100 €	1 104 €	5 100 €	
n)	 Wie lang ist die Strecke x?	$\frac{20}{3}$ cm	$\frac{40}{3}$ cm	6 cm	8 cm	

2. Gleichungen

a) Bestimme die Lösungen der Gleichung $(6x-3)(x^2-3)(4+x)=0$. (4P)

b) Bestimme die Lösung des linearen Gleichungssystems: (4P)

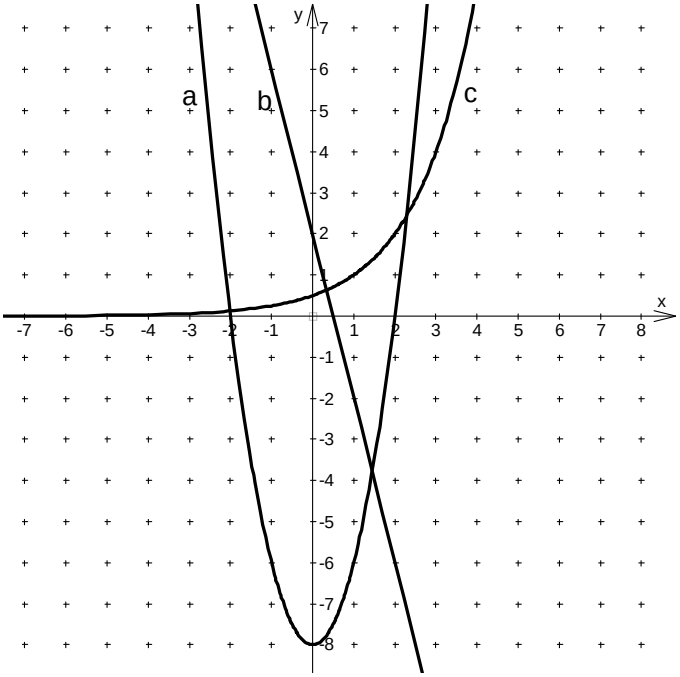
(1) $5x+3y=11$

(2) $2x-3y=-4$

c) Bestimme die Lösungen der Gleichung $-2x^2+4x+30=0$. (6P)

3. Graphen (6P)

Ordne die Buchstaben der Graphen den passenden Funktionsgleichungen zu.



Funktionsgleichung	Buchstabe
$f_1(x) = 2 - 4x$	
$f_2(x) = 0{,}5 \cdot 4^x$	
$f_3(x) = x^2 - 8$	
$f_4(x) = 0{,}5 \cdot 2^x$	
$f_5(x) = 2x^2 - 8$	
$f_6(x) = 2 - 0{,}5x$	

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens **Gruppe A**

Flugzeug gegen ICE (22P)

Tim wettet, dass Flugzeuge immer schneller fliegen, als Züge fahren können. Melanie meint dagegen, dass ein Flugzeug im Landeanflug langsamer sei als ein ICE.

Tim fährt zum Flughafen und begibt sich genau unter die Einflugschneise, 500 m vom Aufsetzpunkt der Flugzeuge entfernt. Vorher hat sich Tim informiert, dass alle Flugzeuge den Flughafen mit einem konstanten Sinkwinkel von 5° anfliegen.

Hinweis: Verwende für die nachfolgenden Aufgaben die Abbildung in der Anlage.

a) Bestätige, dass landende Flugzeuge in einer Höhe von etwa h = 44 m über Tims Position hinweg fliegen. (5P)

Tim peilt eine große Passagiermaschine mit einem Winkelmesser an. Als er das Flugzeug unter einem Winkel von 8° gegen die Horizontale sieht, startet er seine Stoppuhr; 11 Sekunden später stoppt er die Uhr, denn genau jetzt fliegt das Flugzeug über ihn hinweg.

b) Bestätige, dass die Winkel α und β (siehe Abbildung in der Anlage) die Maße $\alpha = 82°$ und $\beta = 3°$ besitzen. (5P)

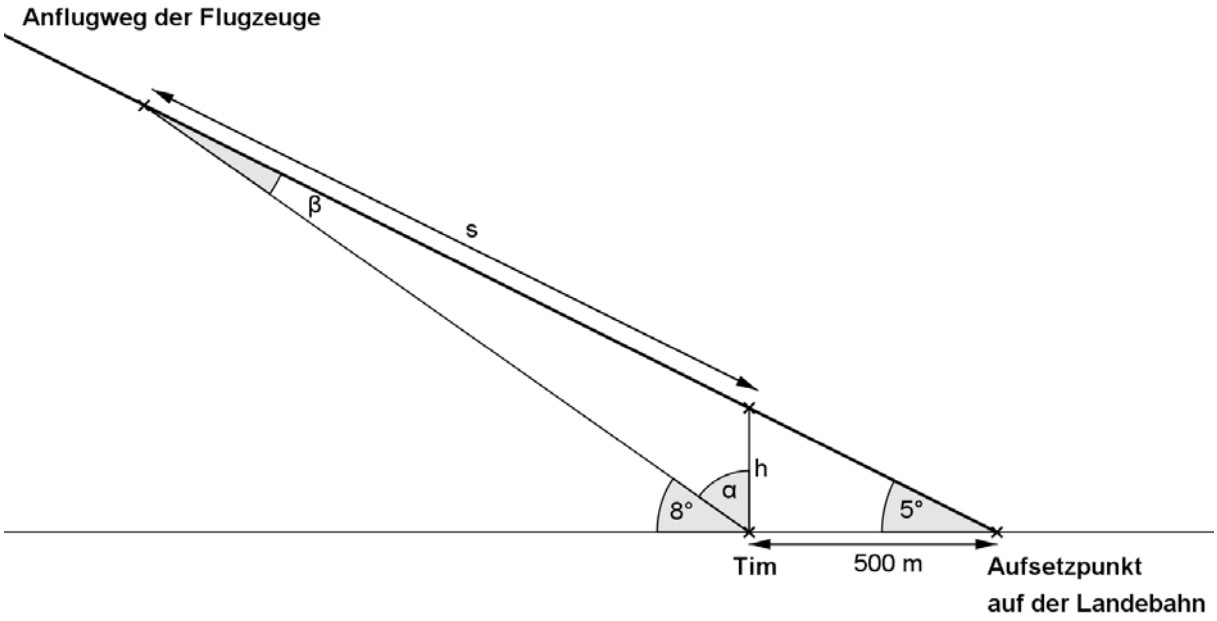
c) Bestimme die Länge der Strecke s, die das Flugzeug zurücklegt, während Tims Stoppuhr läuft. (6P)
Hinweis: Falls du zu keinem Ergebnis kommst, rechne mit dem Wert $s = 850\,\text{m}$ *weiter.*

Mit Hilfe des Internets erfährt Melanie, dass ein ICE bis zu $320\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ schnell fahren kann.

d) Entscheide begründet, wer die Wette gewinnt. (6P)

Anlage zur Aufgabe „Flugzeug gegen ICE“ Gruppe A

Hinweis: Abbildung ist **nicht** maßstabsgetreu!



Aufgabe III – Idee von Raum und Form **Gruppe A**

Gartenpool (22P)

Im Garten von Familie Mühlberg steht ein zylinderförmiger Swimmingpool.

Der Radius der Grundfläche beträgt 2,3 m und die Höhe der Seitenwände 1,2 m.

Zum Sommerbeginn wird der Pool gefüllt, bis das Wasser 1,1 m hoch im Pool steht.

a) Berechne, wie viel Wasser sich nun im Pool befindet. Gib das Ergebnis in Litern an. (4P)
(*Hinweis:* $1\ell = 1\text{dm}^3$)

Einige Tage später haben sich Algen im Pool gebildet. Herr Mühlberg lässt das Wasser wieder ab und sprüht alle Innenflächen des Pools (Boden und Seitenwände) mit einem Algenschutzmittel ein. Laut Etikett reicht eine Sprühflasche für eine Fläche von ca. 40 m^2.

b) Bestätige, dass voraussichtlich eine einzige Sprühflasche für den Pool ausreicht. (6P)

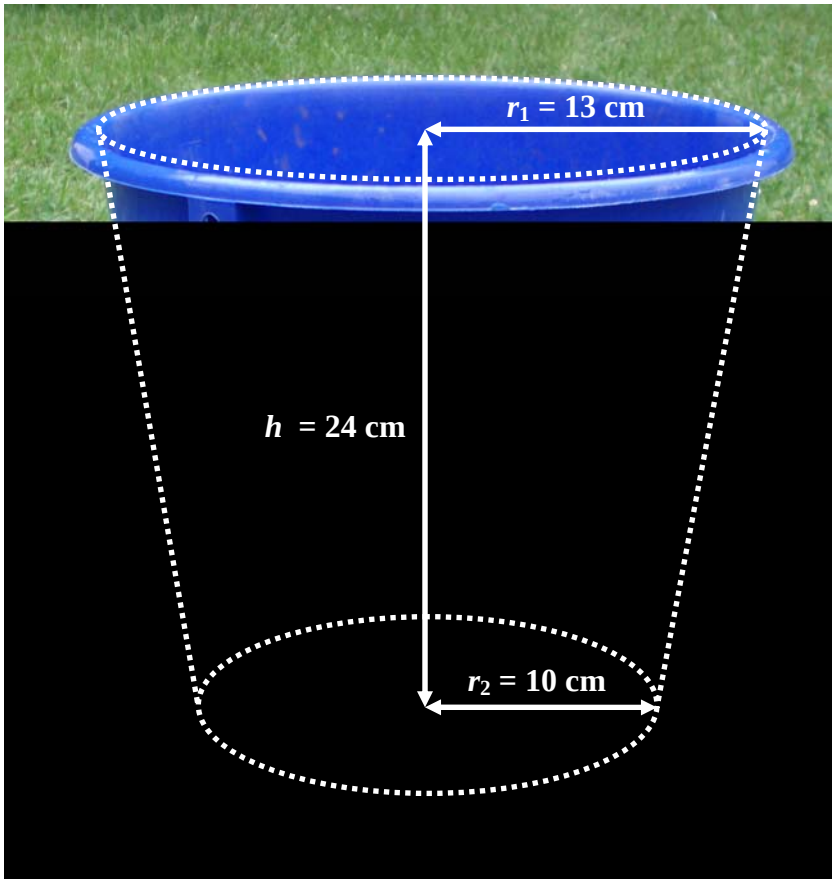
Der kleine Sohn Malte ist traurig, dass er nicht mehr baden kann, und möchte den Pool wieder füllen. Dazu benutzt Malte seine Kindergießkanne mit einem Füllvolumen von 1*l*. Er füllt seine Gießkanne 50-mal und gießt den Inhalt in den Pool.

c) Bestimme, wie hoch das Wasser jetzt im Pool steht. (6P)
[*Zur Kontrolle*: $h \approx 3\text{mm}$]

Maltes großer Bruder Jochen hilft jetzt mit und benutzt einen Eimer. Der Eimer hat die Form eines Kegelstumpfes, also eines Kegels, bei dem die Spitze abgeschnitten wurde (siehe Anlage für Bild und Maße des Eimers mit Formelhilfe).

d) Bestimme, wie viele ganz mit Wasser gefüllte Eimer Jochen bräuchte, um dieselbe Wassermenge wie Malte zu erreichen. (6P)

Anlage zur Aufgabe „Gartenpool“ Gruppe A



Formelhilfe

Für das Volumen eines Kegelstumpfes gilt

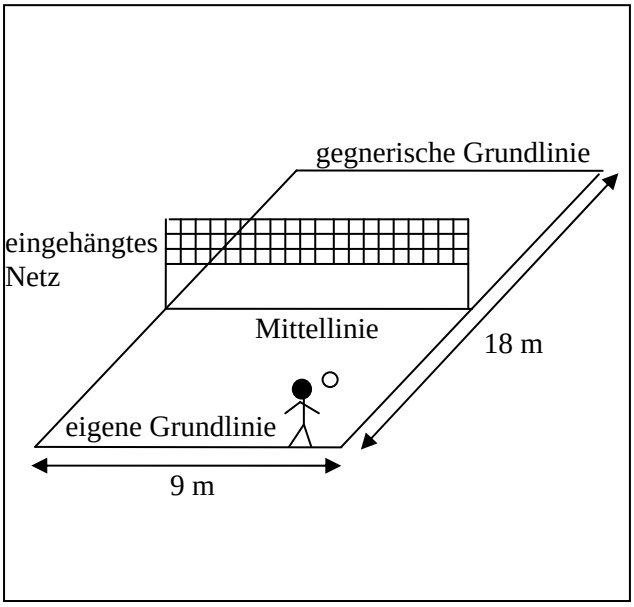
$$V_{\text{Kegelstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2} \right) ,$$

wobei h die Höhe und A_1 bzw. A_2 die Flächeninhalte der zueinander parallelen (hier: kreisförmigen) Flächen sind.

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs **Gruppe A**

Aufschlag beim Volleyball (22P)

Ein Volleyballfeld ist 9 m breit und insgesamt 18 m lang. Die Netzkante befindet sich in einer Höhe von 2,35 m über der Mittellinie. Alle Spieler schlagen den Ball genau über der eigenen Grundlinie auf.



Im Folgenden soll immer der unterste Punkt des Volleyballs betrachtet werden. Berücksichtige in allen Teilaufgaben das Koordinatensystem im Anhang.

Bevor das Netz aufgehängt wird, übt Miriam einen Aufschlag **von unten**. Der Ball folgt anschließend einer Parabelbahn *f* mit folgender Gleichung:

$$f(x) = -0,09x^2 + 0,9x + 1$$

Alle Angaben in Metern. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Bälle beim Aufschlag parallel zur Seitenlinie fliegen.

a) Bestätige, dass der Ball das gegnerische Feld trifft. (6P)

b) Berechne, wo dieser Ball den höchsten Punkt seiner Flugbahn erreicht und wie hoch er dort ist. (7P)

Jetzt wird das Netz aufgehängt.

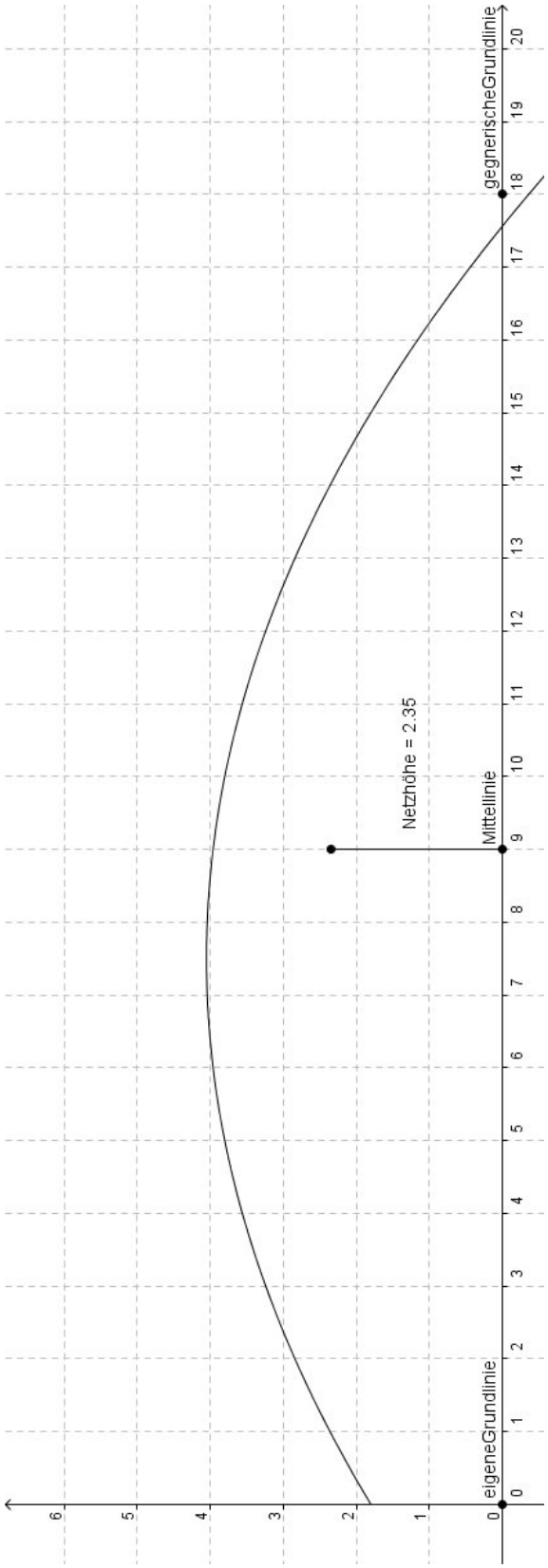
c) Entscheide, ob der Ball das gegnerische Feld trifft, wenn Miriam den Aufschlag genauso wiederholt. (4P)

Christian schlägt den Ball über Kopf genau über der eigenen Grundlinie auf. Die Aufschlaghöhe beträgt 2,35 m. Der Ball streift die Netzkante, fliegt dennoch auf seiner Parabelbahn unverändert weiter und landet genau auf der gegnerischen Grundlinie.

Die Gleichung der Flugbahn $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ soll ermittelt werden.

d) Nenne drei Punkte, die auf der Flugbahn des Balls liegen, und ermittle damit die Gleichung der Flugbahnparabel *g*. (5P)

Anlage zur Aufgabe „Aufschlag beim Volleyball“ **Gruppe A**



Hinweis: Dies ist die Skizze eines nicht in den Aufgaben behandelten Volleyballaufschlags.

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit **Gruppe A**

Verkehrskontrolle (22P)

Bei einer Verkehrskontrolle an einer großen Straße in Hamburg wurden die Geschwindigkeiten der vorbeifahrenden Fahrzeuge gemessen. Auf dieser Straße beträgt die **zulässige Höchstgeschwindigkeit 50 km/h**. Das Ergebnis lässt sich in einer Vierfeldertafel darstellen:

	Auto	Motorrad	Gesamt
bis 50 km/h	2310		2440
über 50 km/h		240	4470
Gesamt	6540		6910

a) Ergänze die fehlenden Werte. (3P)

b) Berechne den Gesamtanteil der Fahrzeuge (Angabe in %), die sich nicht an die angegebene Höchstgeschwindigkeit hielten. (3P)

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit in %, dass

I. das nächste Fahrzeug, das vorbeikommt, ein Auto ist.

II. das nächste Fahrzeug, das zu schnell fährt, ein Motorrad ist.

III. von den nächsten drei Fahrzeugen, die vorbeikommen, mindestens eines zu schnell ist. (8P)

Im „Bußgeldkatalog“ sind die Bußgelder bei Geschwindigkeitsübertretungen festgelegt.

Geschwindigkeit in km/h	51-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-90	91-100	101-110	111-120	über 120
Bußgeld in €	15	25	35	80	100	160	200	280	480	680

d) Bestimme das zu erwartende durchschnittliche Bußgeld pro Fahrzeug. (5P)
Die „Anzahl der Fahrzeuge, aufgeteilt nach gemessener Geschwindigkeit“ findest du in der Tabelle im Anhang.

Eine Zeitung schreibt am nächsten Morgen: „Der Anteil der Geschwindigkeitsübertretungen ist innerhalb der Gruppe der Motorradfahrer wesentlich geringer als in der Gruppe der Autofahrer.“

e) Beurteile die Richtigkeit dieser Aussage anhand der durchgeführten Verkehrskontrolle. (3P)

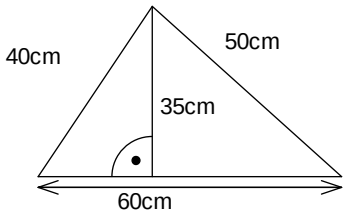
Anlage zur Aufgabe „Verkehrskontrolle“, Aufgabenteil d) Gruppe A

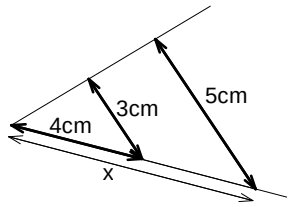
Geschwindigkeit in km/h	Fahrzeuge alle	Anteile
bis 50	2440	35,31%
51 bis 60	2262	32,74%
61 bis 65	1608	23,27%
66 bis 70	593	8,58%
71 bis 75		0,00%
76 bis 80		0,00%
81 bis 90	7	0,10%
91 bis 100		0,00%
101 bis 110		0,00%
111 bis 120		0,00%
über 120		0,00%

Anzahl der Fahrzeuge, aufgeteilt nach gemessener Geschwindigkeit

II Aufgaben Gruppe B

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	0,8 : 0,02 =	4 000	400	40	4	
b)	1 m² =	10 000 cm²	1 000 cm²	100 cm²	10 cm²	
c)	$\frac{7}{6}-\frac{8}{7}=$	$\frac{56}{42}$	$-\frac{1}{42}$	$\frac{1}{42}$	$-\frac{56}{42}$	
d)	**Keine** Nullstelle von x^3+x^2-4x-4 ist ...	$x=2$	$x=-2$	$x=1$	$x=-1$	
e)	Verringert man 60 um 20 %, ergibt sich ...	48	40	20	12	
f)	Bei einer Kugel wird der Radius verdoppelt. Um welchen Faktor verändert sich dann die Oberfläche der Kugel?	8	6	4	2	
g)	Ein Rechteck ist dreimal so lang wie breit. Sein Umfang beträgt 400 cm. Wie breit ist es?	120 cm	100 cm	50 cm	8 cm	
h)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit einem normalen Würfel zweimal nacheinander die gleiche Zahl würfelt?	Das hängt von der ersten gewürfelten Zahl ab.	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$	
i)	$8^{3n}:8^{n}=$	8^{n}	3	8^{3}	8^{2n}	
j)	 Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt ...	1 500 cm²	1 050 cm²	1 200 cm²	1 000 cm²	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
k)	$(3c-2a)(3c+2a)=$	$9c^2-4a^2$	$4a^2-9c^2$	$-2a^2+3c^2$	$2a^2-3c^2$	
l)	Wie viele unterscheidbare Ergebnisse kann man erzielen, wenn man einen normalen roten Würfel, einen normalen grünen Würfel und eine Münze gleichzeitig wirft?	72	24	22	14	
m)	Wenn man 1 000 € über 5 Jahre mit konstanten 2 % Zinsen anlegt, hat man mit Zinseszinsen am Ende ca. ...	5 100 €	1 104 €	1 100 €	1 020 €	
n)	 Wie lang ist die Strecke x?	8 cm	6 cm	$\frac{40}{3}$ cm	$\frac{20}{3}$ cm	

2. Gleichungen

a) Bestimme die Lösungen der Gleichung $(8x-4)(x^2-5)(3+x)=0$. (4P)

b) Bestimme die Lösung des linearen Gleichungssystems: (4P)

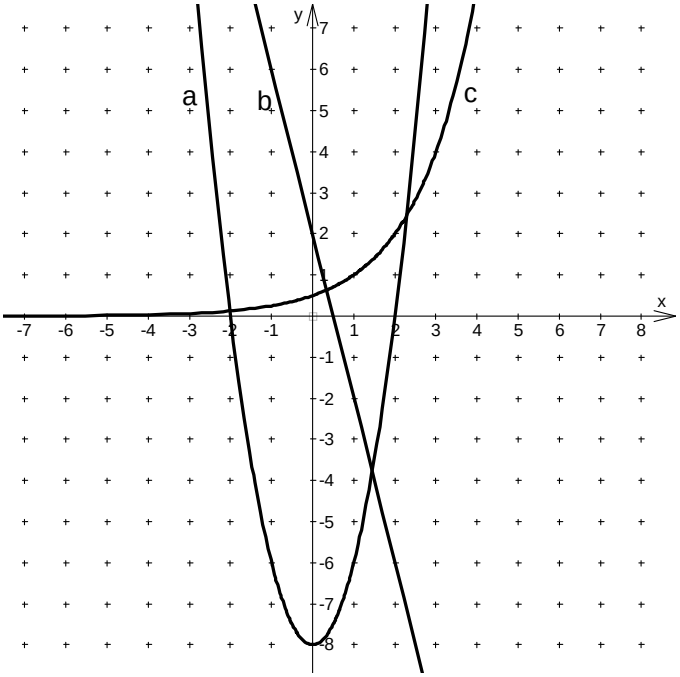
(1) $7x-4y=-1$

(2) $3x+4y=11$

c) Bestimme die Lösungen der Gleichung $-2x^2+4x+16=0$. (6P)

3. Graphen (6P)

Ordne die Buchstaben der Graphen den passenden Funktionsgleichungen zu.



Funktionsgleichung	Buchstabe
$f_1(x) = 2 - 0{,}5x$	
$f_2(x) = 2x^2 - 8$	
$f_3(x) = 0{,}5 \cdot 2^x$	
$f_4(x) = x^2 - 8$	
$f_5(x) = 0{,}5 \cdot 4^x$	
$f_6(x) = 2 - 4x$	

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens **Gruppe B**

Flugzeug gegen ICE (22P)

Tim wettet, dass Flugzeuge immer schneller fliegen, als Züge fahren können. Melanie meint dagegen, dass ein Flugzeug im Landeanflug langsamer sei als ein ICE.

Tim fährt zum Flughafen und begibt sich genau unter die Einflugschneise, 600 m vom Aufsetzpunkt der Flugzeuge entfernt. Vorher hat sich Tim informiert, dass alle Flugzeuge den Flughafen mit einem konstanten Sinkwinkel von 4° anfliegen.

Hinweis: Verwende für die nachfolgenden Aufgaben die Abbildung in der Anlage.

a) Bestätige, dass landende Flugzeuge in einer Höhe von etwa h = 42 m über Tims Position hinweg fliegen. (5P)

Tim peilt eine große Passagiermaschine mit einem Winkelmesser an. Als er das Flugzeug unter einem Winkel von 9° gegen die Horizontale sieht, startet er seine Stoppuhr; 6 Sekunden später stoppt er die Uhr, denn genau jetzt fliegt das Flugzeug über ihn hinweg.

b) Bestätige, dass die Winkel α und β (siehe Abbildung in der Anlage) die Maße $\alpha = 81°$ und $\beta = 5°$ besitzen. (5P)

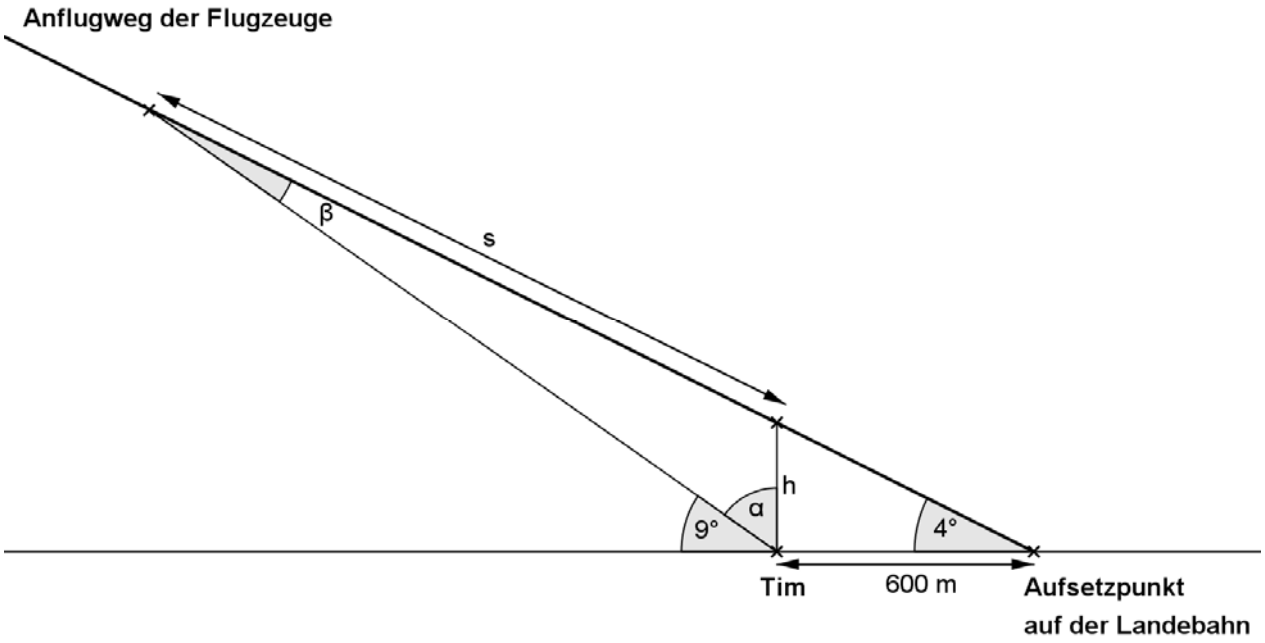
c) Bestimme die Länge der Strecke s, die das Flugzeug zurücklegt, während Tims Stoppuhr läuft. (6P)
Hinweis: Falls du zu keinem Ergebnis kommst, rechne mit dem Wert $s = 480\,\text{m}$ *weiter.*

Mit Hilfe des Internets erfährt Melanie, dass ein ICE bis zu $320\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ schnell fahren kann.

d) Entscheide begründet, wer die Wette gewinnt. (6P)

Anlage zur Aufgabe „Flugzeug gegen ICE“ Gruppe B

Hinweis: Abbildung ist **nicht** maßstabsgetreu!



Aufgabe III – Idee von Raum und Form **Gruppe B**

Gartenpool (22P)

Im Garten von Familie Mühlberg steht ein zylinderförmiger Swimmingpool.

Der Radius der Grundfläche beträgt 2,4 m und die Höhe der Seitenwände 1,3 m.

Zum Sommerbeginn wird der Pool gefüllt, bis das Wasser 1,2 m hoch im Pool steht.

a) Berechne, wie viel Wasser sich nun im Pool befindet. Gib das Ergebnis in Litern an. (4P)
(*Hinweis:* $1\ell = 1\text{dm}^3$)

Einige Tage später haben sich Algen im Pool gebildet. Herr Mühlberg lässt das Wasser wieder ab und sprüht alle Innenflächen des Pools (Boden und Seitenwände) mit einem Algenschutzmittel ein. Laut Etikett reicht eine Sprühflasche für eine Fläche von ca. 40 m^2.

b) Bestätige, dass voraussichtlich eine einzige Sprühflasche für den Pool ausreicht. (6P)

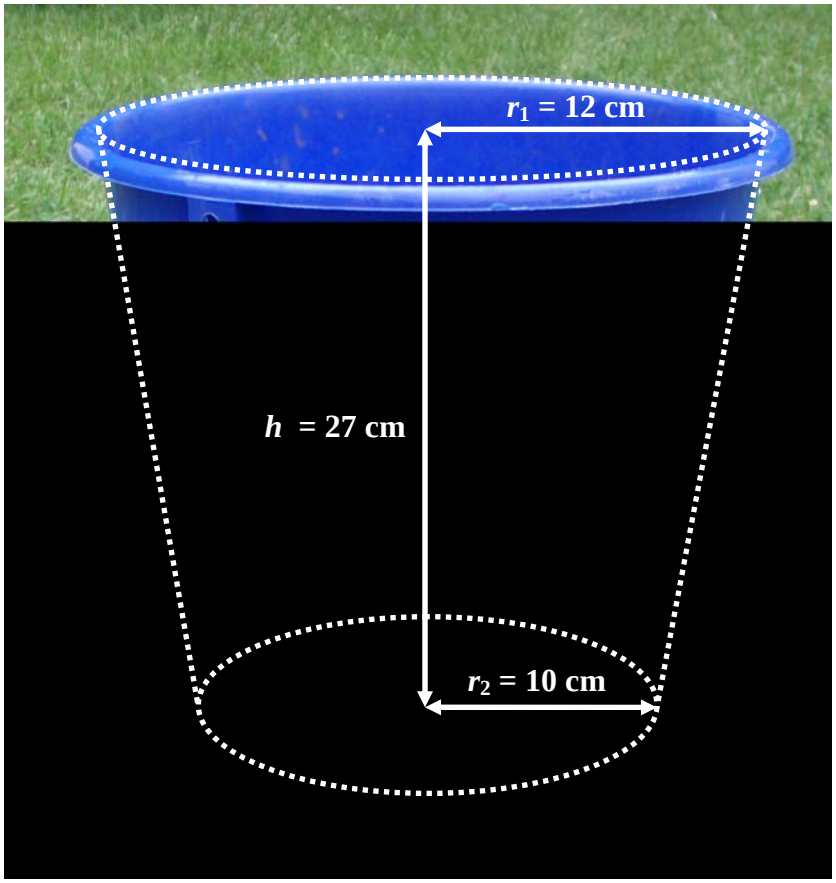
Der kleine Sohn Malte ist traurig, dass er nicht mehr baden kann, und möchte den Pool wieder füllen. Dazu benutzt Malte seine Kindergießkanne mit einem Füllvolumen von 1*l*. Er füllt seine Gießkanne 60-mal und gießt den Inhalt in den Pool.

c) Bestimme, wie hoch das Wasser jetzt im Pool steht. (6P)
[*Zur Kontrolle*: $h \approx 3\text{mm}$]

Maltes großer Bruder Jochen hilft jetzt mit und benutzt einen Eimer. Der Eimer hat die Form eines Kegelstumpfes, also eines Kegels, bei dem die Spitze abgeschnitten wurde (siehe Anlage für Bild und Maße des Eimers mit Formelhilfe).

d) Bestimme, wie viele ganz mit Wasser gefüllte Eimer Jochen bräuchte, um dieselbe Wassermenge wie Malte zu erreichen. (6P)

Anlage zur Aufgabe „Gartenpool“ Gruppe B



Formelhilfe

Für das Volumen eines Kegelstumpfes gilt

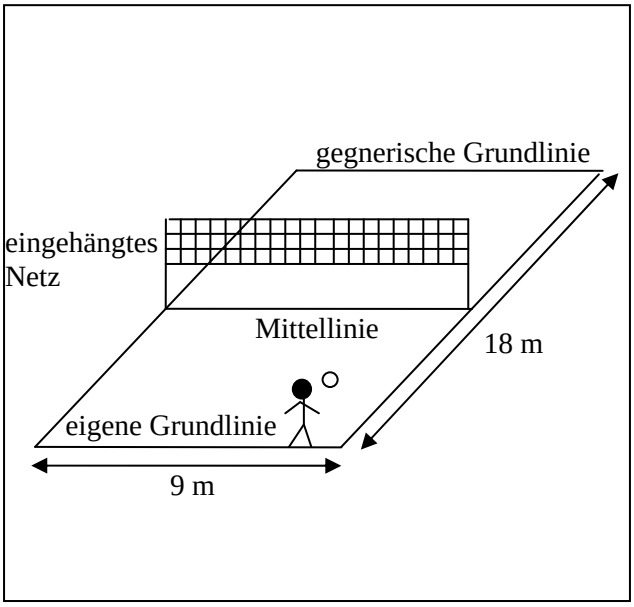
$$V_{\text{Kegelstumpf}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2} \right) ,$$

wobei h die Höhe und A_1 bzw. A_2 die Flächeninhalte der zueinander parallelen (hier: kreisförmigen) Flächen sind.

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs **Gruppe B**

Aufschlag beim Volleyball (22P)

Ein Volleyballfeld ist 9 m breit und insgesamt 18 m lang. Die Netzkante befindet sich in einer Höhe von 2,32 m über der Mittellinie. Alle Spieler schlagen den Ball genau über der eigenen Grundlinie auf.



Im Folgenden soll immer der unterste Punkt des Volleyballs betrachtet werden. Berücksichtige in allen Teilaufgaben das Koordinatensystem im Anhang.

Bevor das Netz aufgehängt wird, übt Miriam einen Aufschlag **von unten**. Der Ball folgt anschließend einer Parabelbahn *f* mit folgender Gleichung:

$$f(x) = -0{,}08x^2 + 0{,}8x + 1$$

Alle Angaben in Metern. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Bälle beim Aufschlag parallel zur Seitenlinie fliegen.

a) Bestätige, dass der Ball das gegnerische Feld trifft. (6P)

b) Berechne, wo dieser Ball den höchsten Punkt seiner Flugbahn erreicht und wie hoch er dort ist. (7P)

Jetzt wird das Netz aufgehängt.

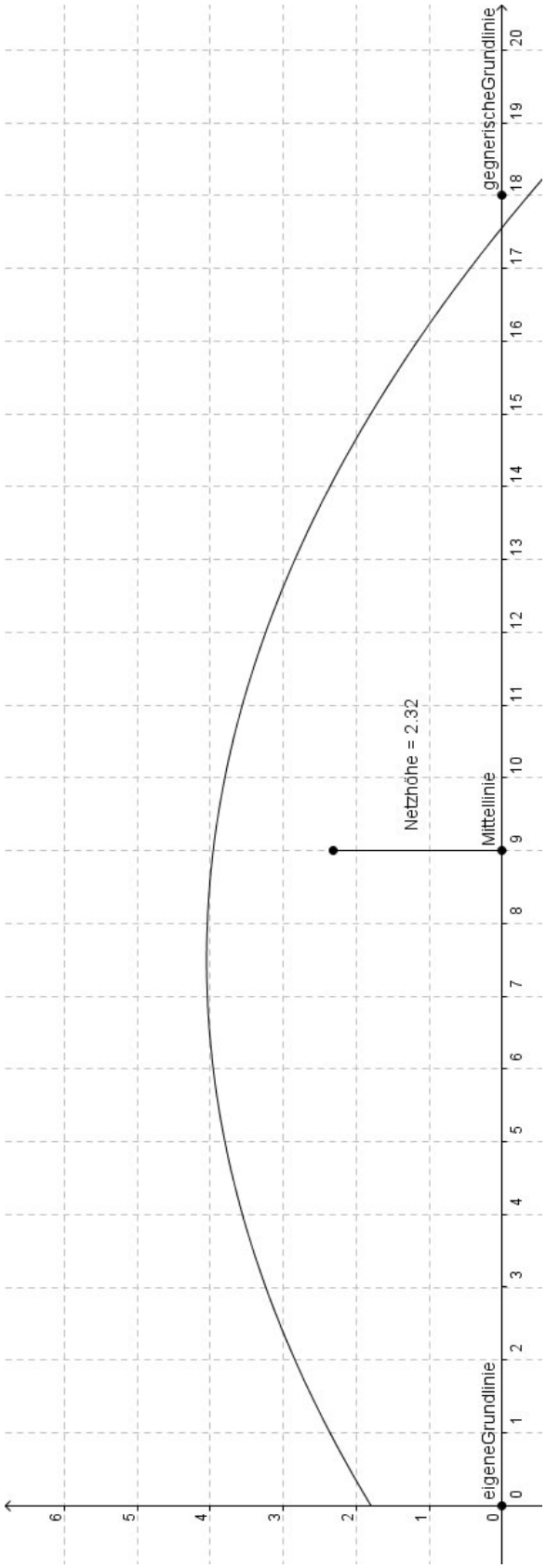
c) Entscheide, ob der Ball das gegnerische Feld trifft, wenn Miriam den Aufschlag genauso wiederholt. (4P)

Christian schlägt den Ball über Kopf genau über der eigenen Grundlinie auf. Die Aufschlaghöhe beträgt 2,32 m. Der Ball streift die Netzkante, fliegt dennoch auf seiner Parabelbahn unverändert weiter und landet genau auf der gegnerischen Grundlinie.

Die Gleichung der Flugbahn $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ soll ermittelt werden.

d) Nenne drei Punkte, die auf der Flugbahn des Balls liegen, und ermittle damit die Gleichung der Flugbahnparabel *g*. (5P)

Anlage zur Aufgabe „Aufschlag beim Volleyball“ **Gruppe B**



Hinweis: Dies ist die Skizze eines nicht in den Aufgaben behandelten Volleyballaufschlags.

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit **Gruppe B**

Verkehrskontrolle (22P)

Bei einer Verkehrskontrolle an einer großen Straße in Hamburg wurden die Geschwindigkeiten der vorbeifahrenden Fahrzeuge gemessen. Auf dieser Straße beträgt die **zulässige Höchstgeschwindigkeit 50 km/h**. Das Ergebnis lässt sich in einer Vierfeldertafel darstellen:

	Auto	Motorrad	Gesamt
bis 50 km/h	2310		2450
über 50 km/h		250	4370
Gesamt	6430		6820

a) Ergänze die fehlenden Werte. (3P)

b) Berechne den Gesamtanteil der Fahrzeuge (Angabe in %), die sich nicht an die angegebene Höchstgeschwindigkeit hielten. (3P)

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit in %, dass

I. das nächste Fahrzeug, das vorbeikommt, ein Auto ist.

II. das nächste Fahrzeug, das zu schnell fährt, ein Motorrad ist.

III. von den nächsten drei Fahrzeugen, die vorbeikommen, mindestens eines zu schnell ist. (8P)

Im „Bußgeldkatalog“ sind die Bußgelder bei Geschwindigkeitsübertretungen festgelegt.

Geschwindigkeit in km/h	51-60	61-65	66-70	71-75	76-80	81-90	91-100	101-110	111-120	über 120
Bußgeld in €	15	25	35	80	100	160	200	280	480	680

d) Bestimme das zu erwartende durchschnittliche Bußgeld pro Fahrzeug. (5P)
Die „Anzahl der Fahrzeuge, aufgeteilt nach gemessener Geschwindigkeit“ findest du in der Tabelle im Anhang.

Eine Zeitung schreibt am nächsten Morgen: „Der Anteil der Geschwindigkeitsübertretungen ist innerhalb der Gruppe der Motorradfahrer wesentlich geringer als in der Gruppe der Autofahrer.“

e) Beurteile die Richtigkeit dieser Aussage anhand der durchgeführten Verkehrskontrolle. (3P)

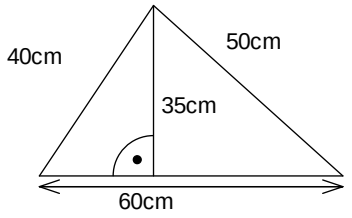
Anlage zur Aufgabe „Verkehrskontrolle“, Aufgabenteil d) Gruppe B

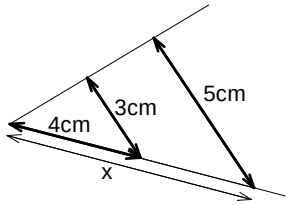
Geschwindigkeit in km/h	Fahrzeuge alle	Anteile
bis 50	2450	35,92%
51 bis 60	2212	32,43%
61 bis 65	1568	22,99%
66 bis 70	583	8,55%
71 bis 75		0,00%
76 bis 80		0,00%
81 bis 90	7	0,10%
91 bis 100		0,00%
101 bis 110		0,00%
111 bis 120		0,00%
über 120		0,00%

Anzahl der Fahrzeuge, aufgeteilt nach gemessener Geschwindigkeit

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

Aufgabe I — Gruppe A / B

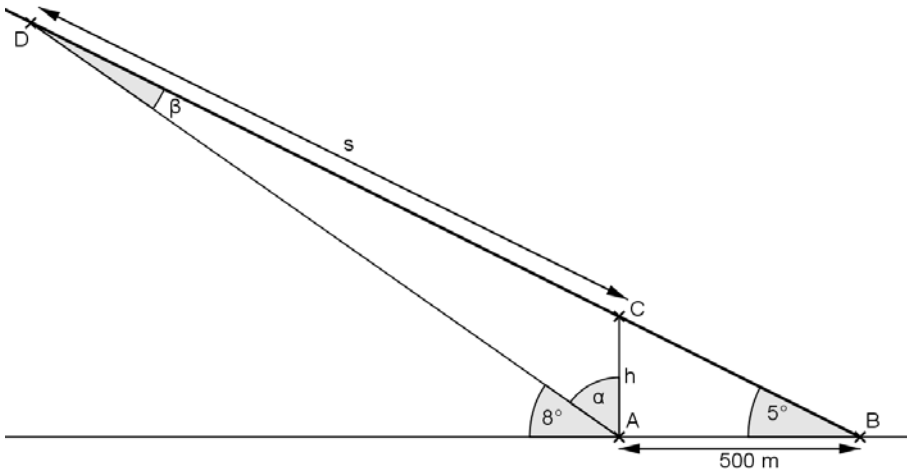
		Lösungsskizze	Gruppe A	Gruppe B	Zuordnung Bewertung I	II	III
1	a)	0,8 : 0,02 = **40**	**B**	**C**	1		
	b)	1 m² = **10 000 cm²**	**D**	**A**	1		
	c)	$\frac{7}{6}-\frac{8}{7}=\mathbf{\frac{1}{42}}$	**B**	**C**	1		
	d)	**Keine** Nullstelle von x^3+x^2-4x-4 ist $\boldsymbol{x=1}$.	**B**	**C**		1	
	e)	Verringert man 60 um 20 %, ergibt sich **48**.	**D**	**A**	1		
	f)	Bei einer Kugel wird der Radius verdoppelt. Um welchen Faktor verändert sich dann die Oberfläche der Kugel? **Faktor 4.**	**B**	**C**	1		
	g)	Ein Rechteck mit dem Umfang 400 cm ist dreimal so lang wie breit. Wie breit ist es? **50 cm**	**B**	**C**		1	
	h)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit einem normalen Würfel zweimal nacheinander die gleiche Zahl würfelt? $\frac{1}{6}$	**A**	**D**		1	
	i)	$8^{3n}:8^{n}=\mathbf{8^{2n}}$	**A**	**D**		1	
	j)	 Der Flächeninhalt des Dreiecks ist **1 050cm²**.	**C**	**B**		1	
	k)	$(3c-2a)(3c+2a)=\boldsymbol{9c^2-4a^2}$	**D**	**A**		1	
	l)	Wie viele unterscheidbare Ergebnisse kann man erzielen, wenn man einen normalen roten Würfel, einen normalen grünen Würfel und eine Münze gleichzeitig wirft? $(6\cdot 6\cdot 2=)72$	**D**	**A**		1	
	m)	Wenn man 1 000 € über 5 Jahre mit konstanten 2 % Zinsen anlegt, hat man am Ende ca. **1 104 €**	**C**	**B**	1		

		Lösungsskizze	Gruppe A	Gruppe B	Zuordnung Bewertung I	II	III
	n)	 Wie lang ist die Strecke x? $\frac{20}{3}$ cm	**A**	**D**		1	

		Lösungsskizze Gruppe A	Gruppe B	Zuordnung Bewertung I	II	III
2	a)	$(6x-3)(x^2-3)(4+x)=0$ hat die Lösungen $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\sqrt{3}$, $x_3=-\sqrt{3}$, $x_4=-4$.	$(8x-4)(x^2-5)(3+x)=0$ hat die Lösungen $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\sqrt{5}$, $x_3=-\sqrt{5}$, $x_4=-3$.	4		
	b)	Addition der beiden Gleichungen ergibt: $7x = 7$ und damit $x = 1$. Eingesetzt in Gleichung (1): $5+3y=11$ $3y=6$ $y=2$ Das Gleichungssystem hat die Lösung $\{(1;2)\}$.	Addition der beiden Gleichungen ergibt: $10x = 10$ und damit $x = 1$. Eingesetzt in Gleichung (2): $3+4y=11$ $4y=8$ $y=2$ Das Gleichungssystem hat die Lösung $\{(1;2)\}$.		3	1
	c)	$-2x^2+4x+30=0$ $x^2-2x-15=0$ $x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+15}$ $x_1=1+4=5$ $x_2=1-4=-3$ Die Gleichung hat die Lösungen – 3 und 5.	$-2x^2+4x+16=0$ $x^2-2x-8=0$ $x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+8}$ $x_1=1+3=4$ $x_2=1-3=-2$ Die Gleichung hat die Lösungen –2 und 4.	3	3	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2"></th><th colspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung Bewertung</th></tr>
<tr><th>Gruppe A</th><th>Gruppe B</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>
<table>
<tr><th>Funktions-gleichung</th><th>Buchstabe</th></tr>
<tr><td>$f_1(x) = 2 - 4x$</td><td>b</td></tr>
<tr><td>$f_2(x) = 0{,}5 \cdot 4^x$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f_3(x) = x^2 - 8$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f_4(x) = 0{,}5 \cdot 2^x$</td><td>c</td></tr>
<tr><td>$f_5(x) = 2x^2 - 8$</td><td>a</td></tr>
<tr><td>$f_6(x) = 2 - 0{,}5x$</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>
<table>
<tr><th>Funktions-gleichung</th><th>Buchstabe</th></tr>
<tr><td>$f_1(x) = 2 - 0{,}5x$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f_2(x) = 2x^2 - 8$</td><td>a</td></tr>
<tr><td>$f_3(x) = 0{,}5 \cdot 2^x$</td><td>c</td></tr>
<tr><td>$f_4(x) = x^2 - 8$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f_5(x) = 0{,}5 \cdot 4^x$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f_6(x) = 2 - 4x$</td><td>b</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">*Hinweis für die Korrektur: Es gibt jeweils 1 Punkt für den richtigen Funktionstyp und 1 Punkt für die richtige Funktion.*</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">Insgesamt 34 BWE</td><td>16</td><td>16</td><td>2</td></tr>
</table>

Aufgabe II: ICE gegen Flugzeug — Gruppe A

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	 Im rechtwinkligen Dreieck *ABC* gilt $\tan 5° = \frac{h}{500}$ $h = 500 \cdot \tan 5°$ $h = 43{,}744...$ Das Flugzeug fliegt in einer Höhe von ca. 44 m über Tim (Punkt *A*) hinweg.	3	2	
b)	Es gilt $\alpha + 8° = 90° \Rightarrow \alpha = 82°$. Der Winkelsummensatz für das Dreieck *ABD* liefert außerdem $180° = \beta + (\alpha + 90°) + 5°$ $180° = \beta + 177°$ $\beta = 3°$. *Alternative Lösungswege sind möglich.*	4	1	
c)	Sinussatz im Dreieck *ACD*: $\frac{h}{\sin\beta} = \frac{s}{\sin\alpha}$ $s = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot h$ $s = \frac{\sin 82°}{\sin 3°} \cdot 43{,}744... = 827{,}702...$ Die Länge der Strecke *s* beträgt etwa 828 m. *Wird mit h = 44 m gerechnet, so erhält man ca. 833 m.* *Dies ist ebenfalls zulässig.*		4	2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Für die Geschwindigkeit des Flugzeugs erhält man $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{s}{11\,\text{s}} = 75{,}245...\frac{\text{m}}{\text{s}} = 270{,}88...\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Also kann ein ICE mit $320\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ durchaus schneller sein als ein großes Flugzeug im Landeanflug. Melanie gewinnt die Wette. *Wird mit dem gerundeten Ergebnis aus c), also 833 m, gerechnet, erhält man ca. 273* $\frac{\text{km}}{\text{h}}$*. Das ist ebenfalls zulässig.* *Wird mit dem Ersatzergebnis* $s = 850\text{ m}$ *aus Teil c) weitergerechnet, erhält man* $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{850\text{ m}}{11\text{ s}} = 77{,}272...\frac{\text{m}}{\text{s}} = 278{,}18...\frac{\text{km}}{\text{h}}$, *was an der Beurteilung nichts ändert.* *Alternativ kann die Geschwindigkeit des Flugzeugs auch direkt in* $\frac{km}{h}$ *berechnet werden, z. B. durch* $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{0{,}82770...\text{ km}}{0{,}0030555...\text{h}} = 270{,}88...\frac{\text{km}}{\text{h}}$.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Aufgabe III: Gartenpool

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Rechnet man mit allen Längenangaben in dm, ergibt sich $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 23^2 \cdot 11 = 18280{,}9...$. Im Pool befinden sich etwa 18 281 Liter Wasser. *Alternativ kann die Umrechnung in Liter auch nach der Volumenberechnung in m^3 erfolgen.*	4		
b)	Die Innenfläche O des Pools setzt sich zusammen aus dem Boden (Kreisfläche) und den Seitenwänden (Zylindermantel). Es gilt daher (Längenangaben in m): $O = \pi r^2 + 2\pi rh = \pi \cdot 2{,}3^2 + 2\pi \cdot 2{,}3 \cdot 1{,}2 = 33{,}960...$. Die Innenfläche des Pools beträgt etwa 34 m^2. Eine Sprühdose des Algenschutzmittels wird damit reichen.	3	3	
c)	Es befinden sich jetzt $V = 50\,\ell$ Wasser im Pool. Aus $V = \pi r^2 \cdot h$ folgt (r in dm): $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{50}{\pi \cdot 23^2} = 0{,}03008...$ Das Wasser steht damit etwa $0{,}03\,\text{dm} = 3\,\text{mm}$ hoch im Pool. *Alternative Lösungswege, speziell bezüglich der Einheiten, sind möglich.*		4	2
d)	Für die Kreisflächen gilt $A_1 = \pi r_1^2$ und $A_2 = \pi r_2^2$. Mit der Formel im Anhang ergibt sich (Längenangaben in dm): $V_{\text{Eimer}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \sqrt{\pi r_1^2 \cdot \pi r_2^2}\right)$ $= \frac{1}{3} \cdot 2{,}4 \cdot \left(\pi \cdot 1{,}3^2 + \pi \cdot 1{,}0^2 + \sqrt{\pi \cdot 1{,}3^2 \cdot \pi \cdot 1{,}0^2}\right)$ $= 10{,}027...$ Das Füllvolumen des Eimers beträgt also etwa $10\,\ell$. Jochen bräuchte daher 5 volle Eimer, um die Wassermenge aus c) zu erreichen. *Rundet man das Eimervolumen nicht auf $10\,\ell$ ab, benötigt Jochen nur 4,9860... Eimer und damit ca. 5 Eimer. Alternative Lösungswege sind möglich.*		2	4
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Aufgabe IV: Aufschlag beim Volleyball

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Bestimmung der Nullstellen: $-0{,}09\cdot x^2+0{,}9\cdot x+1=0$ $x^2-10x-\frac{100}{9}=0$ $x_{1,2}=5\pm\sqrt{25+\frac{100}{9}}$ $x_1=5+6{,}009...\approx 11$ $x_2=5-6{,}009...\approx -1$ (hier nicht relevant) Der Ball trifft das gegnerische Feld also etwa 2 m hinter der Mittellinie. *Alternativ kann z. B. wie folgt argumentiert werden:* *Der Ball hat das gegnerische Feld getroffen, wenn der Funktionswert an der Stelle 9 positiv und an der Stelle 18 negativ ist. Dann hat die Parabelbahn die x-Achse im Bereich des gegnerischen Feldes getroffen.* $f(9)=-0{,}09\cdot 9^2+0{,}9\cdot 9+1=1{,}81$ $f(18)=-0{,}09\cdot 18^2+0{,}9\cdot 18+1=-11{,}96$ *Damit ist gezeigt, dass der Ball das gegnerische Feld trifft.*	4	2	
b)	Wie in a) gezeigt wurde, lassen sich die Nullstellen der Funktion *f* bestimmen. Der höchste Punkt der Flugbahn befindet sich in der Mitte zwischen den Nullstellen bei $x = 5$. *Alternativ: Falls a) nicht mit Hilfe der Nullstellenbestimmung gelöst wurde, können die Nullstellen nun bestimmt werden.* Durch Einsetzen von $x = 5$ in die Funktionsgleichung lässt sich $f(5)$ bestimmen, die maximale Flughöhe des Volleyballs: $f(5)=-0{,}09\cdot 5^2+0{,}9\cdot 5+1=3{,}25$. 5 m von der Grundlinie entfernt befindet sich die Unterseite des Balls genau 3,25 m über dem Spielfeld. *Alternative Lösungswege, etwa über die Scheitelpunktform, sind möglich.*	3	4	

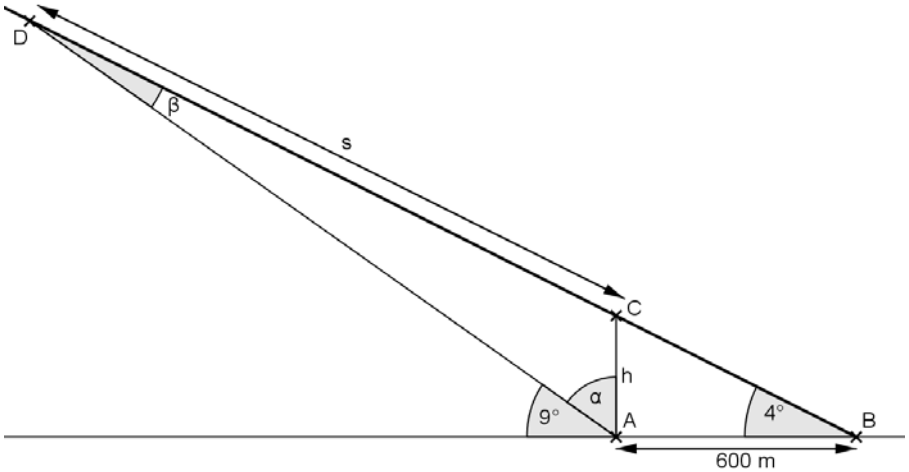
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Damit der Ball das gegnerische Feld erreichen kann, muss er das Netz überqueren. Der Funktionswert von f an der Stelle $x = 9$ – also auf Höhe der Mittellinie – muss mindestens den Wert 2,35 (Streifen des Balles an der Netzkante) haben. Durch Einsetzen von $x = 9$ in $f(x)$ erhält man $f(9) = 1{,}81$. Da der Ball über der Mittellinie nur eine Höhe von 1,81 m hat, bleibt der Aufschlag im Netz hängen. *Alternativ: Wurde a) mit Hilfe der alternativen Argumentation gelöst, kann hier ohne erneute Berechnung direkt argumentiert werden.*		3	1
d)	Die Punkte $P_1(0\|2{,}35)$ (Aufschlag von Christian), $P_2(9\|2{,}35)$ (Netzkante) und $P_3(18\|0)$ sind bekannt. Mit Hilfe des Punktes P_1 lässt sich der Parameter $c = 2{,}35$ setzen. Damit bleibt ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten a und b, wenn man die Punkte P_2 und P_3 in die Gleichung $g(x)$ einsetzt: (1) $a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + 2{,}35 = 2{,}35$ (2) $a \cdot 18^2 + b \cdot 18 + 2{,}35 = 0$ (1) $9a + b = 0$ (2) $18a + b = -\frac{2{,}35}{18}$ (2) – (1): $9a = -\frac{2{,}35}{18}$ $a = -\frac{2{,}35}{162} = -\frac{47}{3240}$ Daraus folgt $b = \frac{2{,}35}{18} = \frac{47}{360}$ Die gesuchte Parabelgleichung lautet: $g(x) = -\frac{47}{3240}x^2 + \frac{47}{360} \cdot x + 2{,}35$. *Alternative Lösungswege sind möglich. Eine Lösung mit sinnvoll gerundeten Dezimalzahlen ist auch erlaubt.*		2	3
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe V: Verkehrskontrolle

<table>
<tr><th></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>Auto</th><th>Motorrad</th><th>Gesamt</th></tr>
<tr><td>bis 50 km/h</td><td>2310</td><td>130</td><td>2440</td></tr>
<tr><td>über 50 km/h</td><td>4230</td><td>240</td><td>4470</td></tr>
<tr><td>Gesamt</td><td>6540</td><td>370</td><td>6910</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Anteil der zu schnellen Fahrzeuge
$\frac{4470}{6910} = 0,6469... \approx 64,7\,\%$
Es sind ca. 64,7 % aller Fahrzeuge zu schnell.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>I. Die Wahrscheinlichkeit, dass das nächste Fahrzeug, das vorbeikommt, ein Auto ist, beträgt:
$P(Auto) = \frac{6540}{6910} = 0,9464... \approx 94,6\,\%$
II. Die Wahrscheinlichkeit, dass das nächste Fahrzeug, das zu schnell ist, ein Motorrad ist, beträgt:
$P(Motorrad \text{ / über } 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}) = \frac{240}{4470} = 0,0536... \approx 5,4\,\%$
III. Die Wahrscheinlichkeit, dass von den nächsten drei Fahrzeugen, die vorbeikommen, mindestens eines zu schnell ist, beträgt:
$P = 1 - \left(\frac{2440}{6910}\right)^3 \approx 1 - 0,3531^3 = 0,9559... \approx 95,6\,\%$
Alternativ sei hier die Berechnung über die relative Häufigkeit erlaubt:
$P = 1 - \frac{2440}{6910} \cdot \frac{2439}{6909} \cdot \frac{2438}{6908} \approx 95,6\,\%$</td><td>2</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$Erwartungswert = 0,3274 \cdot 15\,€ + 0,2327 \cdot 25\,€ + 0,0858 \cdot 35\,€ + 0,001 \cdot 160\,€$
$= 13,89\,€$
Das durchschnittliche Bußgeld beträgt pro Fahrzeug 13,89 €.</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	Der Anteil der zu schnellen Fahrzeuge beträgt: $P(Auto) = \frac{4230}{6540} \approx 64{,}7\,\%$ $P(Motorrad) = \frac{240}{370} \approx 64{,}9\,\%$ $P(gesamt) = \frac{4470}{6910} \approx 64{,}7\,\%$ (Ergebnis aus a)) Der Anteil der zu schnell fahrenden Fahrzeuge ist also bei allen Fahrzeugtypen nahezu gleich, unabhängig vom Fahrzeugtyp. Damit ist die Aussage in der Zeitung falsch.			3
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Aufgabe II: ICE gegen Flugzeug — Gruppe B

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	 Im rechtwinkligen Dreieck *ABC* gilt $\tan 4° = \frac{h}{600}$ $h = 600 \cdot \tan 4°$ $h = 41{,}956...$ Das Flugzeug fliegt in einer Höhe von ca. 42 m über Tim (Punkt *A*) hinweg.	3	2	
b)	Es gilt $\alpha + 9° = 90° \Rightarrow \alpha = 81°$. Der Winkelsummensatz für das Dreieck *ABD* liefert außerdem $180° = \beta + (\alpha + 90°) + 4°$ $180° = \beta + 175°$ $\beta = 5°$. *Alternative Lösungswege sind möglich.*	4	1	
c)	Sinussatz im Dreieck *ACD*: $\frac{h}{\sin\beta} = \frac{s}{\sin\alpha}$ $s = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot h$ $s = \frac{\sin 81°}{\sin 5°} \cdot 41{,}956... = 475{,}465...$ Die Länge der Strecke *s* beträgt etwa 475 m. *Wird mit h = 42 m gerechnet, so erhält man ca. 476 m.* *Dies ist ebenfalls zulässig.*		4	2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
d)	Für die Geschwindigkeit des Flugzeugs erhält man $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{s}{6\,\text{s}} = 79{,}244... \frac{\text{m}}{\text{s}} = 285{,}27... \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Also kann ein ICE mit $320 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ durchaus schneller sein als ein großes Flugzeug im Landeanflug. Melanie gewinnt die Wette. *Wird mit dem gerundeten Ergebnis aus c), also 476 m, gerechnet, erhält man ca. 286* $\frac{\text{km}}{\text{h}}$*. Das ist ebenfalls zulässig.* *Wird mit dem Ersatzergebnis* $s = 480\ \text{m}$ *aus Teil c) weitergerechnet, erhält man* $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{480\ \text{m}}{6\ \text{s}} = 80\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 288\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, *was an der Beurteilung nichts ändert.* *Alternativ kann die Geschwindigkeit des Flugzeugs auch direkt in* $\frac{km}{h}$ *berechnet werden, z. B. durch* $v_{\text{Flugzeug}} = \frac{0{,}475465...\ \text{km}}{0{,}0016666...\ \text{h}} = 285{,}27... \frac{\text{km}}{\text{h}}$.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Aufgabe III: Gartenpool

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Rechnet man mit allen Längenangaben in dm, ergibt sich $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 24^2 \cdot 12 = 21714{,}6...$. Im Pool befinden sich etwa 21 715 Liter Wasser. *Alternativ kann die Umrechnung in Liter auch nach der Volumenberechnung in m^3 erfolgen.*	4		
b)	Die Innenfläche O des Pools setzt sich zusammen aus dem Boden (Kreisfläche) und den Seitenwänden (Zylindermantel). Es gilt daher (Längenangaben in m): $O = \pi r^2 + 2\pi rh = \pi \cdot 2{,}4^2 + 2\pi \cdot 2{,}4 \cdot 1{,}3 = 37{,}699...$. Die Innenfläche des Pools beträgt etwa 38 m^2. Eine Sprühdose des Algenschutzmittels wird damit reichen.	3	3	
c)	Es befinden sich jetzt $V = 60\,\ell$ Wasser im Pool. Aus $V = \pi r^2 \cdot h$ folgt (r in dm): $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{60}{\pi \cdot 24^2} = 0{,}03315...$ Das Wasser steht damit etwa $0{,}03\,\text{dm} = 3\,\text{mm}$ hoch im Pool. *Alternative Lösungswege, speziell bezüglich der Einheiten, sind möglich.*		4	2
d)	Für die Kreisflächen gilt $A_1 = \pi r_1^2$ und $A_2 = \pi r_2^2$. Mit der Formel im Anhang ergibt sich (Längenangaben in dm): $V_{\text{Eimer}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \sqrt{\pi r_1^2 \cdot \pi r_2^2}\right)$ $= \frac{1}{3} \cdot 2{,}7 \cdot \left(\pi \cdot 1{,}2^2 + \pi \cdot 1{,}0^2 + \sqrt{\pi \cdot 1{,}2^2 \cdot \pi \cdot 1{,}0^2}\right)$ $= 10{,}291...$ Das Füllvolumen des Eimers beträgt also etwa $10\,\ell$. Jochen bräuchte daher etwa 6 volle Eimer, um die Wassermenge aus c) zu erreichen. *Rundet man das Eimervolumen nicht auf $10\,\ell$ auf, benötigt Jochen 5,829... Eimer und damit etwa 6 Eimer. Alternative Lösungswege sind möglich.*		2	4
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Aufgabe IV: Aufschlag beim Volleyball

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Bestimmung der Nullstellen: $-0{,}08\cdot x^2+0{,}8\cdot x+1=0$ $x^2-10x-\frac{100}{8}=0$ $x_{1,2}=5\pm\sqrt{25+\frac{100}{8}}$ $x_1=5+6{,}123...\approx 11$ $x_2=5-6{,}123...\approx -1$ (hier nicht relevant) Der Ball trifft das gegnerische Feld also etwa 2 m hinter der Mittellinie. *Alternativ kann z.B. wie folgt argumentiert werden:* *Der Ball hat das gegnerische Feld getroffen, wenn der Funktionswert an der Stelle 9 positiv und an der Stelle 18 negativ ist. Dann hat die Parabelbahn die x-Achse im Bereich des gegnerischen Feldes getroffen.* $f(9)=-0{,}08\cdot 9^2+0{,}8\cdot 9+1=1{,}72$ $f(18)=-0{,}08\cdot 18^2+0{,}8\cdot 18+1=-10{,}52$ *Damit ist gezeigt, dass der Ball das gegnerische Feld trifft.*	4	2	
b)	Wie in a) gezeigt wurde, lassen sich die Nullstellen der Funktion *f* bestimmen. Der höchste Punkt der Flugbahn befindet sich in der Mitte zwischen den Nullstellen bei $x = 5$. *Alternativ: Falls a) nicht mit Hilfe der Nullstellenbestimmung gelöst wurde, können die Nullstellen nun bestimmt werden.* Durch Einsetzen von $x = 5$ in die Funktionsgleichung lässt sich $f(5)$ bestimmen, die maximale Flughöhe des Volleyballs: $f(5)=-0{,}08\cdot 5^2+0{,}8\cdot 5+1=3$. 5 m von der Grundlinie entfernt befindet sich die Unterseite des Balls genau 3 m über dem Spielfeld. *Alternative Lösungswege, etwa über die Scheitelpunktform, sind möglich.*	3	4	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Damit der Ball das gegnerische Feld erreichen kann, muss er das Netz überqueren. Der Funktionswert von f an der Stelle $x = 9$ – also auf Höhe der Mittellinie – muss mindestens den Wert 2,32 (Streifen des Balles an der Netzkante) haben. Durch Einsetzen von $x = 9$ in $f(x)$ erhält man $f(9) = 1{,}72$. Da der Ball über der Mittellinie nur eine Höhe von 1,72 m hat, bleibt der Aufschlag im Netz hängen. *Alternativ: Wurde a) mit Hilfe der alternativen Argumentation gelöst, kann hier ohne erneute Berechnung direkt argumentiert werden.*		3	1
d)	Die Punkte $P_1(0\|2{,}32)$ (Aufschlag von Christian), $P_2(9\|2{,}32)$ (Netzkante) und $P_3(18\|0)$ sind bekannt. Mit Hilfe des Punktes P_1 lässt sich der Parameter $c = 2{,}32$ setzen. Damit bleibt ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten a und b, wenn man die Punkte P_2 und P_3 in die Gleichung $g(x)$ einsetzt: (1) $a \cdot 9^2 + b \cdot 9 + 2{,}32 = 2{,}32$ (2) $a \cdot 18^2 + b \cdot 18 + 2{,}32 = 0$ (1) $9a + b = 0$ (2) $18a + b = -\frac{2{,}32}{18}$ (2) – (1): $9a = -\frac{2{,}32}{18}$ $a = -\frac{2{,}32}{162} = -\frac{29}{2025}$ Daraus folgt $b = \frac{2{,}32}{18} = \frac{29}{225}$ Die gesuchte Parabelgleichung lautet: $g(x) = -\frac{29}{2025}x^2 + \frac{29}{225} \cdot x + 2{,}32$. *Alternative Lösungswege sind möglich. Eine Lösung mit sinnvoll gerundeten Dezimalzahlen ist auch erlaubt.*		2	3
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe V: Verkehrskontrolle

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>Auto</th><th>Motorrad</th><th>Gesamt</th></tr>
<tr><td>bis 50 km/h</td><td>2310</td><td>140</td><td>2450</td></tr>
<tr><td>über 50 km/h</td><td>4120</td><td>250</td><td>4370</td></tr>
<tr><td>Gesamt</td><td>6430</td><td>390</td><td>6820</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Anteil der zu schnellen Fahrzeuge
$\frac{4370}{6820} = 0{,}6407... \approx 64{,}1\,\%$
Es sind ca. 64,1 % aller Fahrzeuge zu schnell.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>I. Die Wahrscheinlichkeit, dass das nächste Fahrzeug, das vorbeikommt, ein Auto ist, beträgt:
$P(Auto) = \frac{6430}{6820} = 0{,}9428... \approx 94{,}3\,\%$
II. Die Wahrscheinlichkeit, dass das nächste Fahrzeug, das zu schnell ist, ein Motorrad ist, beträgt:
$P(Motorrad \text{ / über } 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}) = \frac{250}{4370} = 0{,}0572... \approx 5{,}7\,\%$
III. Die Wahrscheinlichkeit, dass von den nächsten drei Fahrzeugen, die vorbeikommen, mindestens eines zu schnell ist, beträgt:
$P = 1 - \left(\frac{2450}{6820}\right)^3 \approx 1 - 0{,}3592^3 = 0{,}9536... \approx 95{,}4\,\%$
Alternativ sei hier die Berechnung über die relative Häufigkeit erlaubt:
$P = 1 - \frac{2450}{6820} \cdot \frac{2449}{6819} \cdot \frac{2448}{6818} \approx 95{,}4\,\%$.</td><td>2</td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$Erwartungswert = 0{,}3243 \cdot 15\,€ + 0{,}2299 \cdot 25\,€ + 0{,}0855 \cdot 35\,€ + 0{,}001 \cdot 160\,€$
$\approx 13{,}76\,€$
Das durchschnittliche Bußgeld beträgt pro Fahrzeug 13,76 €.</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	Der Anteil der zu schnellen Fahrzeuge beträgt: $P(Auto) = \frac{4120}{6430} \approx 64{,}1\,\%$ $P(Motorrad) = \frac{250}{390} \approx 64{,}1\,\%$ $P(gesamt) = \frac{4370}{6820} \approx 64{,}1\,\%$ (Ergebnis aus b)) Der Anteil der zu schnell fahrenden Fahrzeuge ist also bei allen Fahrzeugtypen (nahezu) gleich, unabhängig vom Fahrzeugtyp. Damit ist die Aussage in der Zeitung falsch.			3
	Insgesamt 22 BWE	7	9	6

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6