Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2006/2007

Zweittermin

6. Juni 2007

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

1. Die Arbeit wird geschrieben am **6. Juni 2007**.

2. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

3. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon, Schreib- und Zeichengeräte.

4. Die Arbeit besteht aus dem Teil 1 (mit der Aufgabe I) und dem Teil 2 (mit den Aufgaben II, III, IV). Die Arbeitszeit beträgt insgesamt **135 Minuten**.
   Eine zusätzliche Einlesezeit von (bis zu) **20 Minuten** kann gewährt werden. In dieser Zeit darf nicht geschrieben werden.
   Zu Beginn werden die Taschenrechner eingesammelt, danach alle Aufgabentexte verteilt. Es beginnt (gegebenenfalls) die Einlesezeit bzw. die Arbeitszeit.
   Die Schülerinnen und Schüler können zu einem selbst gewählten Zeitpunkt nach Beginn der Arbeitszeit bis spätestens nach Ablauf von 45 Minuten ihre Bearbeitung von Teil 1 gegen ihren Taschenrechner eintauschen.
   Für die Bearbeitung von Teil 2 steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

5. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgaben- und Arbeitsblätter mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

6. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der Aufgaben II, III und IV ist separates Papier zu verwenden.

7. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

8. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

9. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

10. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 16 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen. Zur zentralen Auswertung sind aber nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

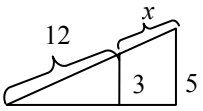
11. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Euba,
    Tel. 69 79 15 14, E-Mail: weuba@t-online.de .

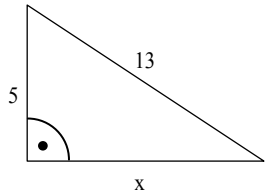
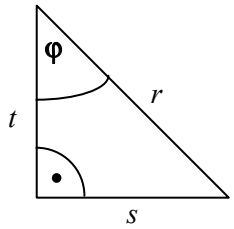
II Aufgaben

Aufgabe I

(34 Punkte)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte **„Lösung“**. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 Punkte)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	Einem Kreissektor mit $\alpha = 25°$ entspreche die Bogenlänge 2 cm. Der Bogenlänge 12 cm entspricht dann ein Winkel von	120°	24°	200°	150°	
b)	Zu Beginn des Jahres wurde der MwSt-Satz von 16 % auf 19 % erhöht. Um welchen Betrag hat sich dadurch ein Rechnungsbetrag erhöht, der 2006 noch 232 € (einschließlich MwSt) betrug?	38 €	6 €	19 €	6,96 €	
c)	50 Tage sind circa	$1{,}2 \cdot 10^2$ h	10^4 h	$7 \cdot 10^4$ min	10^7 min	
d)		$x = 20$	$x = 14$	$x = 8$	$x = 2$	
e)	Ein kreisförmiges Beet mit einem Durchmesser von $d = 16$ m wird von einem 1 m breiten Weg umgeben. In welchem Verhältnis steht der Flächeninhalt des Beetes zum Flächeninhalt der Gesamtfläche?	$\frac{64}{81}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{16}{17}$	$\frac{100}{256}$	
f)	$\frac{25}{49} : \frac{5}{7} =$	$\frac{125}{343}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{20}{42}$	$\frac{7}{5}$	
g)	Welches ist das größte Volumen?	5 000 cm³	4 000 ml	0,005 m³	6 *l*	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
h)		$x = 8$	$x = 6$	$x = \frac{13}{5}$	$x = 12$	
i)	Bei einem Quader wird die Länge verdoppelt und die Breite halbiert. Mit welchem Faktor muss man die Höhe multiplizieren, damit das Volumen erhalten bleibt?	1	0,5	2,5	4	
j)	$\frac{25a^2b^2c^4 - 24ab^2c^5}{ab^2c^3} =$	ac^2	ac	$25ac - 24c^2$	$\frac{25a^2c^4 - 24c^5}{c^3}$	
k)	$12{,}34 \cdot 0{,}05 =$	61,70	6,170	0,0617	0,617	
l)	Gib an, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben des Wortes MATHE unterschiedlich anzuordnen.	120	25	15	5	
m)	Zwei Rechtecke haben den gleichen Flächeninhalt. Welcher Satz ist immer richtig?	Die Rechtecke sind kongruent.	Die Rechtecke haben gleiche Seitenlängen.	Die Rechtecke können ganz unterschiedlich aussehen.	Die Rechtecke haben gleiche Umfangslängen.	
n)	Welche der Gleichungen passt zu dem folgenden rechtwinkligen Dreieck? 	$\tan\varphi = \frac{s}{r}$	$\cos\varphi = \frac{t}{s}$	$\sin\varphi = \frac{s}{r}$	$\tan\varphi = \frac{t}{s}$	

2. Graphen (6 Punkte)

Ordne den folgenden Funktionsgleichungen ihre Graphen zu. Trage dazu die zugehörige Bildnummer in die Tabelle ein. Hinweis: Nicht zu jeder Gleichung gibt es ein passendes Bild.

$f(x) = x^3 + 1$ _____	$f(x) = (\frac{1}{2})^x$ _____	$f(x) = x^{-3} + 1$ _____
$f(x) = -0{,}25x - 1$ _____	$f(x) = -x^2 + 2x + 1$ _____	$f(x) = 2^x$ _____
$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ _____	$f(x) = x^2 - 2x + 1$ _____	$f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$ _____

Bild 1

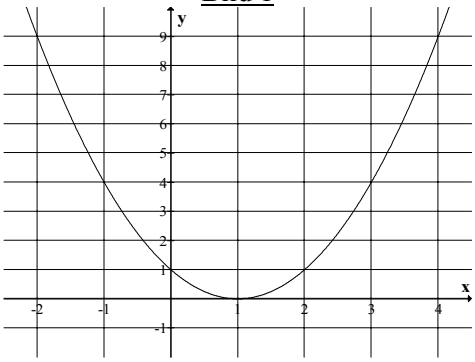


Bild 2

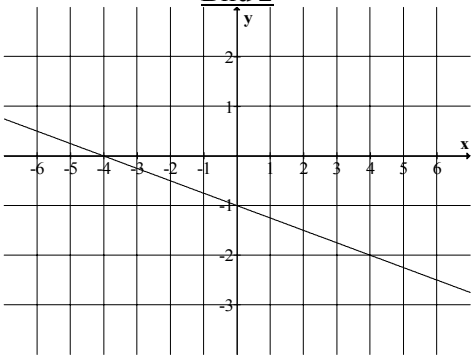


Bild 3

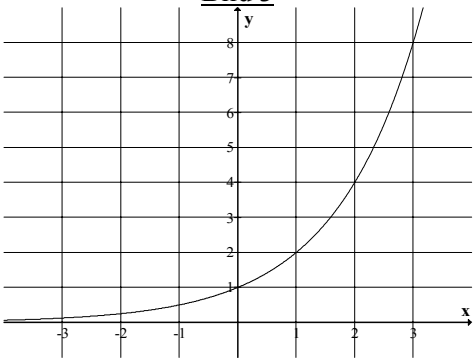


Bild 4

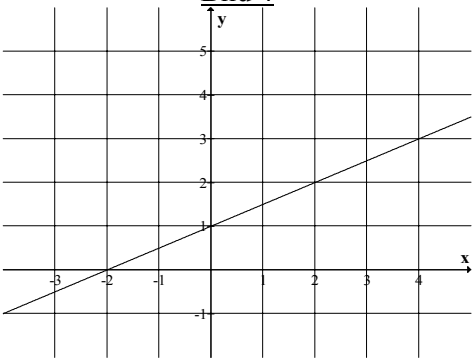


Bild 5

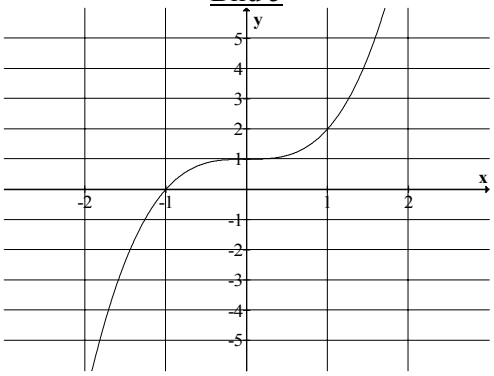
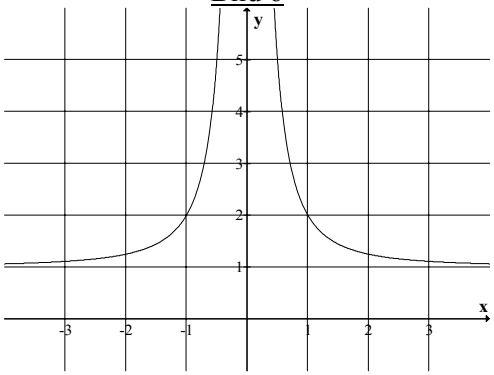


Bild 6



3. Gleichungen (6 Punkte)

Bestimme die Lösungen (Lösungsmengen) folgender Gleichungen (in der Grundmenge $\mathbb{R}$).
Hinweis: Sieh genau hin. Es sind kaum schriftliche Berechnungen erforderlich.

a) $x^3 = -27$

b) $(x+4)\cdot(2x-10)\cdot x = 0$

c) $2x^2 + 16x = 18$

4. Wahrscheinlichkeit (8 Punkte)

Herr Weber hat für seine 10. Klasse eine kleine Überraschung für das Ende der Mathematikarbeit mitgebracht: eine Tüte mit 21 Schoko-Eiern, die eine Überraschung in ihrem Inneren verbergen. Aus der Werbung weiß Herr Weber, dass in jedem 7. Ei eine Figur aus Hartplastik enthalten ist – dies soll auch bei dieser Eierauswahl so sein. Jeder der 21 Schüler darf sich reihum nun ein Ei aus der Tüte ziehen.

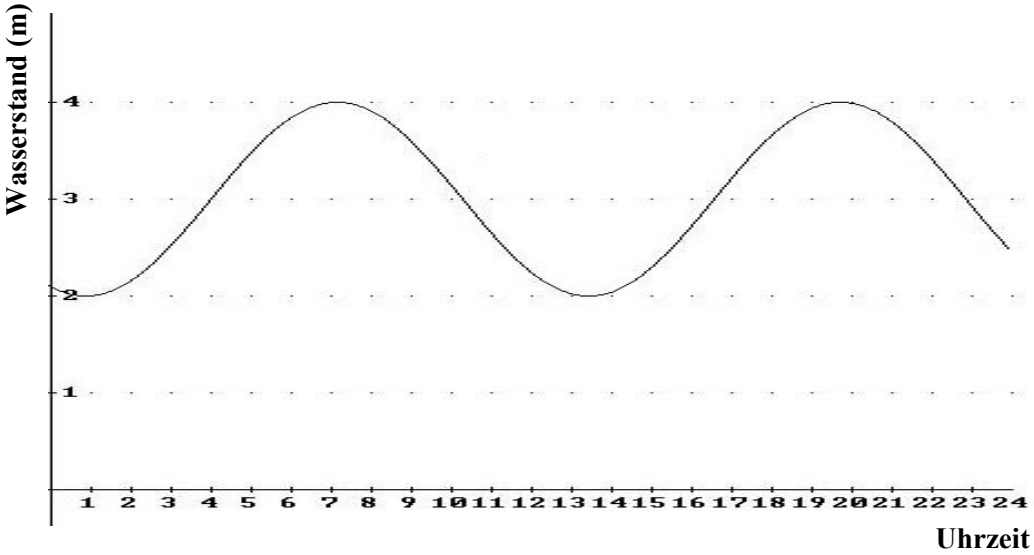
a) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die ersten beiden Schüler jeweils ein Ei ziehen, in dem eine dieser Figuren enthalten ist.

b) Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die ersten beiden Schüler zusammen genau ein Ei ziehen, in dem eine dieser Figuren enthalten ist.

Aufgabe II – Idee des Messens

Seefahrt

Die Gezeiten des Meeres äußern sich durch periodisches Ansteigen (Flut) und Absinken (Ebbe) des Meeresspiegels.
Das Diagramm zeigt (idealisiert) den Wechsel des Wasserstandes an einem bestimmten Tag (von Mitternacht bis Mitternacht) am Pegel eines kleinen Hafens am Meer.



a) Der Tidenhub gibt den Höhenunterschied zwischen Hoch- und Niedrigwasser an. Der Tidenhub hängt vom Ort (und von weiteren Bedingungen) ab.
Bestimme den Tidenhub in diesem Hafen an dem betreffenden Tag. (3 P.)

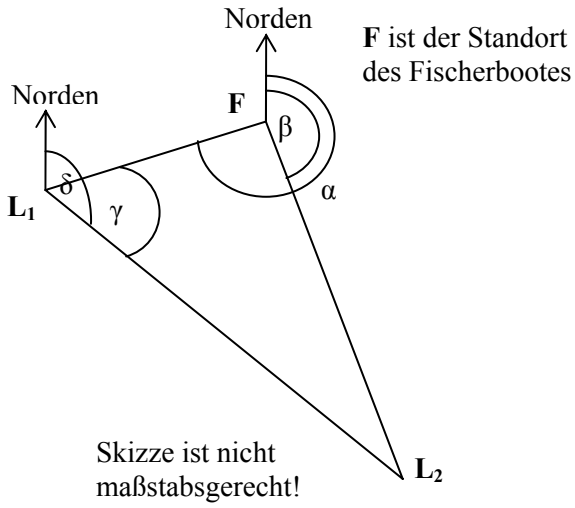
b) Heins Segelboot hat einen Tiefgang von 1,90 m. Er will an dem betreffenden Tag im Hafen übernachten, hat sich jedoch verspätet und kann mit seinem Boot erst ab 1:00 Uhr am Hafen sein.

Gib den ungefähren Zeitpunkt an, zu dem Hein frühestens in den Hafen einlaufen kann, wenn er beim Einlaufen aus Sicherheitsgründen mindestens einen halben Meter Wasser unter dem Kiel (also noch zusätzlich zum Tiefgang) haben will. (3 P.)

Ein von See kommender Fischer steuert den Hafen an. Hierbei muss er sich anhand von zwei Leuchtfeuern orientieren.

Laut Seekarte haben diese Leuchtfeuer L_1 und L_2 eine Entfernung von 12,6 sm (Seemeilen) voneinander (siehe Skizze).

Die Verbindungslinie $\overline{L_1L_2}$ bildet mit der Nordrichtung den Winkel $\delta = 120°$. Der Fischer peilt mit einem Kompass beide Leuchtfeuer unter den Winkeln $\alpha = 246°$ und $\beta = 154°$ gegen die Nordrichtung an.

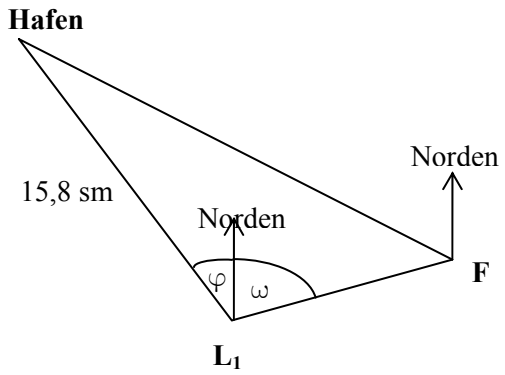


c) Die Nordrichtungen in L_1 und F nehmen wir als parallel zueinander an.
Begründe, dass dann gilt: $\gamma = 54°$. (4 P.)

d) Bestimme die Entfernung des Fischerbootes vom Leuchtfeuer L_1. (7 P.)

e) Der Hafen liegt in einer Entfernung von 15,8 sm nordwestlich von Leuchtfeuer L_1, das heißt: $\varphi = 45°$.
Berechne, wie weit das Fischerboot vom Hafen entfernt ist. (5 P.)

Hinweis:
Wenn du die Aufgabenteile c) und d) nicht lösen konntest, gehe davon aus, dass
- $\omega = 66°$ und dass
- das Fischerboot 7,05 sm vom Leuchtfeuer L_1 entfernt ist.



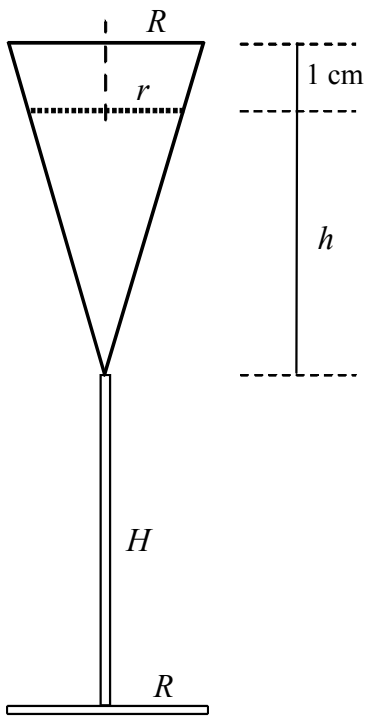
Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Champagnerglas

Der berühmte Stardesigner Francesco Canelloni möchte ein neues Champagnerglas entwerfen. Das Champagnerglas besteht aus einer Kreisscheibe als Abstellfläche, einem dünnen Zylinder als Stiel und einem umgedrehten Kegel als Kelch für den Champagner. Das Glas soll 0,1 l Champagner (das sind 100 cm^3) fassen und darüber hinaus 1 cm höher sein (damit der Champagner nicht gleich heraus schwappt).

Der Kelch besteht aus Glas von 1 mm Dicke. Zur Vereinfachung wird daher beim Kelch nicht zwischen den Maßen im Inneren des Kelchs und den Maßen am Außenrand unterschieden.

Der Stiel des Glases ist so lang wie der Kelch (Kegel) hoch ist $(H = h + 1\,\text{cm})$. Der Radius R der Abstellfläche ist so groß wie der Radius R am oberen Rand des Glases.



Skizze nicht maßstabsgerecht!

a) Berechne die Höhe h des Champagnerstandes, wenn der Radius r des Glases an der Champagner-Oberfläche 2,5 cm beträgt und das Glas mit genau 0,1 l Champagner gefüllt ist. (4 P.)

[Zur Kontrolle: $h \approx 15{,}3$ cm.]

b) Berechne den Umfang des Glases am oberen Rand des Glases. (6 P.)
[Zur Kontrolle: $R \approx 2{,}7$ cm.]

c) Bestimme <u>näherungsweise</u> die Masse des leeren Glases, wenn folgende Daten bekannt sind:
- Glasstärke des Kelches: 1 mm,
- Durchmesser des Stiels: 4 mm,
- Glasstärke der Abstellfläche: 2 mm.

Die Dichte von Glas beträgt $\rho = 2{,}5\ g/cm^3$. (12 P.)

Hinweis:
Ermittle zur näherungsweisen Berechnung des Kelchvolumens zunächst die Größe der Mantelfläche des Kelches.

Aufgabe IV – Idee der Wahrscheinlichkeit

Spendenbasar

Eine 10. Klasse betreut auf einem Spendenbasar für die Partnerschule in Afrika einen Stand, an dem Kugeln aus einer Urne gezogen werden können. Diese Urne enthält Kugeln mit der Aufschrift +1, +2 und –3. Eine Kugel mit der Aufschrift +1 wird ebenso wie eine Kugel mit der Aufschrift +2 mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 gezogen.

a) Gib zwei Beispiele an, wie die Urne zusammengesetzt sein könnte. (4 P.)

Ein Spiel besteht darin, dass man zweimal nacheinander eine Kugel mit Zurücklegen zieht und die Summe der beiden auf den Kugeln stehenden Zahlen ausrechnet. Ist das Ergebnis positiv, so hat der Spieler gewonnen und ihm wird diese Summe in Euro ausgezahlt. Ist das Ergebnis negativ, so hat der Spieler verloren und muss diesen Betrag an die Klasse zahlen.

b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler gewinnt. (3 P.)
[Zur Kontrolle: $p(Gewinn) = \frac{9}{25}$.]

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler im vierten Spiel zum zweiten Mal gewinnt. (3 P.)

d) Berechne den Erwartungswert eines Spiels aus der Sicht der Betreiber dieses Glücksspiels. (6 P.)

e) Nach dem Basar wird vorgeschlagen, dass im nächsten Jahr zwei Kugeln gleichzeitig gezogen werden sollen. Ein Schüler sagt: „Das macht für unser Spiel überhaupt keinen Unterschied“.
Ein weiterer Schüler meint: „Natürlich macht das einen Unterschied, denn das Spiel ist doch jetzt ganz anders“.
Beurteile die Aussagen der beiden Schüler vor dem Hintergrund, dass die Gesamtzahl der Kugeln in der Urne nicht bekannt ist. (6 P.)

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

Aufgabe I

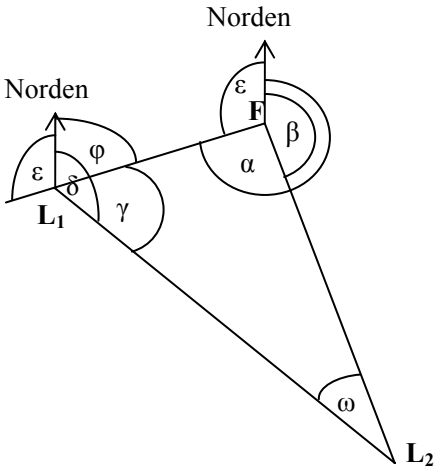
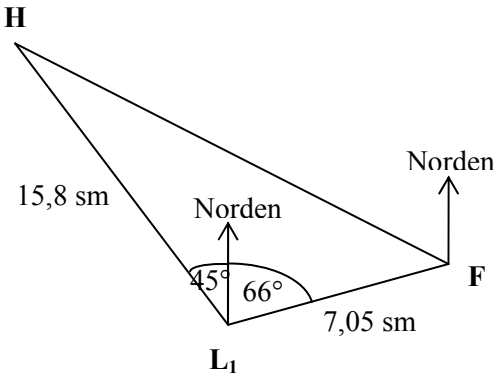
	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
1.	a)	150°	**D**	1		
	b)	6 €	**B**	1		
	c)	$7 \cdot 10^4$ min	**C**		1	
	d)	$x = 8$	**C**		1	
	e)	$\frac{64}{81}$	**A**		1	
	f)	$\frac{5}{7}$	**B**	1		
	g)	6 l	**D**	1		
	h)	$x = 12$	**D**		1	
	i)	Wenn schon multipliziert werden muss, dann mit 1.	**A**	1		
	j)	$25ac - 24c^2$	**C**		1	
	k)	0,617	**D**		1	
	l)	$5! = 120$	**A**		1	
	m)	Die Rechtecke können ganz unterschiedlich aussehen.	**C**		1	
	n)	$\sin\varphi = \frac{s}{r}$	**C**		1	
2.					5	1

$f(x) = x^3 + 1$	$f(x) = (\frac{1}{2})^x$	$f(x) = x^{-3} + 1$
Bild 5	**---**	**---**
$f(x) = -0{,}25x - 1$	$f(x) = -x^2 + 2x + 1$	$f(x) = 2^x$
Bild 2	**---**	**Bild 3**
$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$	$f(x) = x^2 - 2x + 1$	$f(x) = \frac{1}{x^2} + 1$
Bild 4	**Bild 1**	**Bild 6**

		Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
3.		Zum Erreichen der vollen Punktzahl ist das Aufschreiben von Rechenwegen nicht erforderlich.			
	a)	$x^3 = -27$ hat die Lösung –3 bzw. die Lösungsmenge $L = \{-3\}$.	1		
	b)	$(x+4)\cdot(2x-10)\cdot x = 0$. *Da ein Produkt genau dann gleich 0 ist, wenn mindestens einer der Faktoren gleich 0 ist, lassen sich die Lösungen aus der Gleichung ablesen:* Die Gleichung hat die Lösungen –4 , 5 und 0 bzw. die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-4\,;5\,;0\}$.	3		
	c)	$2x^2 + 16x = 18$ $x^2 + 8x - 9 = 0$ $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16+9}$ $x_1 = 1$ und $x_2 = -9$ Die Gleichung hat die Lösungen –9 und 1 bzw. die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-9\,;1\}$.		2	
4.	a)	$p(\text{2 Figuren in den ersten beiden Zügen}) = \frac{3}{21}\cdot\frac{2}{20} = \frac{1}{70}$.	4		
	b)	$p(\text{genau 1 Figur in den ersten beiden Zügen}) = \frac{3}{21}\cdot\frac{18}{20} + \frac{18}{21}\cdot\frac{3}{20}$ $= \frac{9}{35}$.		4	
		Insgesamt 34 BWE	13	20	1

Aufgabe II Seefahrt

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Der Tidenhub errechnet sich aus der Differenz vom Hochwasser- und Niedrigwasserstand. Die entsprechenden Werte müssen abgelesen werden. Der Tidenhub beträgt 4 m – 2 m = 2 m.	2	1	
b)	Hein muss eine Wassertiefe von 1,90 m + 0,50 m = 2,40 m abwarten. Dies ist gegen 3 Uhr der Fall.	2	1	
c)	(S. Skizze auf der nächsten Seite.) $\varepsilon = 360° - 246° = 114°$ $\varphi = 180° - 114° = 66°$ $\gamma = \delta - \varphi = 120° - 66° = 54°$ *Es sind auch andere Argumentationen möglich.*	2	2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
				
d)	$\omega = 180° - \gamma - (\alpha - \beta) = 180° - 54° - (246° - 154°) = 126° - 92° = 34°$. $\frac{\lvert FL_1 \rvert}{\sin\omega} = \frac{\lvert L_1L_2 \rvert}{\sin(\alpha-\beta)}$ $\lvert FL_1 \rvert = \frac{\lvert L_1L_2 \rvert \cdot \sin\omega}{\sin(\alpha-\beta)}$ $= \frac{12{,}6 \cdot \sin 34°}{\sin 92°}$ $= 7{,}0501...$ Das Schiff ist vom Leuchtfeuer L_1 ca. 7,1 sm entfernt.		5	2
e)	 Die gesuchte Entfernung kann über den Kosinussatz berechnet werden: $\lvert HF \rvert^2 = 7{,}05^2 + 15{,}8^2 - 2 \cdot 7{,}05 \cdot 15{,}8 \cdot \cos(45° + 66°)$ $\lvert HF \rvert = 19{,}47...$ Das Fischerboot ist ca. 19,5 sm vom Hafen entfernt.		2	3
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe III Champagnerglas

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Höhe h ergibt sich als Höhe in einem Kegel mit dem Volumen 100 cm^3 und dem Grundkreisradius $r = 2{,}5$ cm . $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ $h = \frac{3 \cdot V}{\pi r^2}$ $h = \frac{3 \cdot 100}{\pi \cdot 6{,}25}$ $h = 15{,}278\ldots$ Der Champagnerstand beträgt ca. 15,3 cm.	4		
b)	Mit Hilfe des Strahlensatzes folgt für das Verhältnis des Radius R am oberen Rand des Glases und des Radius $r = 2{,}5$ cm des Glases auf der Sektoberfläche: $\frac{R}{2{,}5} = \frac{h+1}{h}$ $R = 2{,}5 \cdot \frac{h+1}{h}$ $R = 2{,}663\ldots$ Andere Rechenwege sind ebenfalls möglich. $u = 2 \cdot \pi \cdot R$ $u = 16{,}736\ldots$ Der Umfang am oberen Glasrand beträgt ca. 16,7 cm.	4	2	
c)	Das Gesamtvolumen des Glases setzt sich zusammen aus: $V_{\text{ges}} = V_{\text{Kegel}} + V_{\text{Stiel}} + V_{\text{Fuss}}$ *Für die näherungsweise Bestimmung des Volumens des kegelförmigen Oberteils ist die Formel $V = M \cdot 0{,}1$ (M ist die Mantelfläche des Kegels) wegen der vergleichsweise geringen Dicke des Glases ausreichend. Andere Wege sind aber denkbar.* Die Mantellinie s berechnet sich mit Hilfe des Satzes von Pythagoras: $s = \sqrt{(h+1)^2 + R^2}$ $s \approx 16{,}5$ Damit ergibt sich: $V_{\text{Kegel}} = \pi \cdot R \cdot s \cdot 0{,}1 \approx 14{,}0$. Der Glasstiel ist ein Zylinder mit einem Radius von 0,2 cm und der Höhe h+1: $V_{\text{Stiel}} = \pi \cdot 0{,}2^2 \cdot (h+1) \approx 2{,}0$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Wenn bei der Höhe des Stiels die Höhe des Fußes von 2 mm abgezogen wird, ist dies auch als richtig zu werten. Der Glasfuß ist ein Zylinder mit R = 2,7 cm und h = 0,2 cm: $V_{\text{Fuss}} = \pi \cdot 2{,}7^2 \cdot 0{,}2 \approx 4{,}6$. Damit ergibt sich ein Gesamtvolumen von ca. 20,6 cm^3 Glas. Mit der angegebenen Dichte ergibt sich eine Masse von: $M = \rho \cdot V \approx 2{,}5 \cdot 20{,}6 = 51{,}5$. Die Masse des Glases beträgt ca. 52 g. *Andere Wege sind möglich.*		8	4
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

Aufgabe IV Spendenbasar

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	In der Urne können z.B. 10 Kugeln liegen, • 3 mit der Aufschrift +1, • 3 mit der Aufschrift +2 und • 4 mit der Aufschrift –3. Die Gesamtzahl der Kugeln kann jedes beliebige Vielfache von 10 sein.	4		
b)	Man gewinnt genau dann, wenn man bei keiner der beiden Ziehungen eine Kugel mit der Aufschrift –3 zieht, also mit der Wahrscheinlichkeit $p(Gewinn) = (1 - p(-3))^2 = (1 - 0{,}4)^2 = 0{,}6^2 = 0{,}36 = \frac{9}{25}$. *Oder:* Es bleiben vier mögliche Ziehungsergebnisse (+1;+1), (+1;+2), (+2;+1) und (+2;+2). Jedes dieser vier Ergebnisse tritt mit der Wahrscheinlichkeit $0{,}3 \cdot 0{,}3$ ein. Also $p(Gewinn) = 4 \cdot 0{,}3^2 = 0{,}36$.	1	2	
c)	Die Lösung kann mit einem Baumdiagramm bzw. entsprechenden Überlegungen oder mit Bernoulli erfolgen: $p(2.\,\text{Gewinn bei } 4.\,\text{Spiel}) = 3 \cdot \left(\frac{9}{25}\right)^2 \cdot \left(\frac{16}{25}\right)^2 \approx 0{,}1593 = 15{,}93\%$.		3	

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>d)</td><td>Die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieses Spiels ist durch folgende Tabelle gegeben:
<table>
<tr><td>Einnahme / Verlust in €</td><td>+6</td><td>+2</td><td>+1</td><td>–2</td><td>–3</td><td>–4</td></tr>
<tr><td>Wahrscheinlichkeit</td><td>0,16</td><td>0,24</td><td>0,24</td><td>0,09</td><td>0,18</td><td>0,09</td></tr>
</table>
Der Erwartungswert der Einnahmen bei einem Spiel ist die Summe der Produkte der Spalteninhalte, also:
$0{,}16 \cdot 6 + 0{,}24 \cdot 2 + 0{,}24 \cdot 1 - 0{,}09 \cdot 2 - 0{,}18 \cdot 3 - 0{,}09 \cdot 4 = 0{,}60$
Der Erwartungswert für den Betreiber des Glücksspiels beträgt 0,60 €.</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Für 10 Kugeln gilt $p(\text{Gewinn}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = 0{,}333\overline{3} \approx 33{,}33\%$.
Für 20 Kugeln gilt $p(\text{Gewinn}) = \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \approx 0{,}3474 = 34{,}74\%$.
Der erste Schüler irrt also mit seiner Aussage, wenngleich der Unterschied nicht besonders groß ist. Bei umgangssprachlicher Auslegung von „keinen“ im Sinne von gering wäre sie noch akzeptabel.
Die Aufgabe ist gelöst, wenn an einem Beispiel gezeigt wird, dass ein Unterschied besteht und der zweite Schüler Recht hat.
Je mehr Kugeln sich in der Urne befinden, desto mehr nähert sich das Modell „ohne Zurücklegen“ dem Modell „mit Zurücklegen“ an, da sich durch die fehlende Kugel die Anteile immer geringfügiger verändern:
z.B. für 1000 Kugeln: $p(\text{Gewinn}) = \frac{600}{1000} \cdot \frac{599}{999} \approx 0{,}3598 = 35{,}98\%$, *und somit nahezu 36 % wie in Aufgabe b).*</td><td></td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Insgesamt 22 BWE</td><td>7</td><td>11</td><td>4</td></tr>
</table>

Bewertung:

Bewertungseinheiten (BWE)	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3

Bewertungseinheiten (BWE)	Note
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6