Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2007/2008

4. Juni 2008

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer - Zweittermin

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeines

1. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**. Die Arbeit besteht aus zwei Teilen.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Für die Bearbeitung des zweiten Teils (Aufgaben II, III und IV, mit Taschenrechner) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Teils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

2. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

3. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Rechtschreiblexikon.

4. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgaben- und Arbeitsblätter mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

5. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der Aufgaben II, III und IV ist separates Papier zu verwenden.

6. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

7. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

8. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

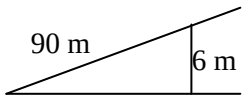
9. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 21 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
   Zur zentralen Auswertung sind aber nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

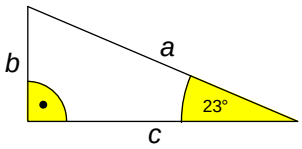
10. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz,
    Tel. 428 63 33 64, Fax 428 55 324, E-Mail: w.renz@arcor.de .

II Aufgaben

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten) 34 P

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. 16 P

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$\frac{121}{144} : \frac{11}{4} =$	$\frac{11}{36}$	$\frac{36}{11}$	$\frac{11^2}{12^2}$	$\frac{485}{576}$	
b)	Der Wert von $3x^2 - 4x$ beträgt für $x = -2$	-4	4	20	-20	
c)	Die Parabel mit $y = (x-3)(x+9)$ hat ihren Scheitelpunkt bei	$x = 9$	$x = -3$	$x = 3$	$x = -27$	
d)	$1{,}7 \cdot 3 - 7 \cdot 0{,}7 =$	4,61	2	0,2	–43,9	
e)	Eine Unterrichtsstunde von 45 min Länge ist	$\frac{72}{96}$ Tag	$\frac{1}{45}$ Tag	$\frac{1}{32}$ Tag	$\frac{1}{24}$ Tag	
f)	Eine Rampe erreicht nach 90 m Weg die Höhe 6 m.  Nach 225 m Weg erreicht sie die Höhe	135 m	13,50 m	15 m	22,50 m	
g)	$(a+ab)^2 =$	$a^2 + 2a^2b^2 + a^2b^2$	$a^2(1+2b+b^2)$	$a(a+b)^2$	$(a+b)a^2$	
h)	Welche der Geraden g_1, g_2, g_3, g_4 schneidet die Gerade g_0 mit $y = 3x - 4$ bei $x = 2$?	$g_1 : y = 2x + 2$	$g_2 : y = 2x - 2$	$g_3 : y = x + 2$	$g_4 : y = x - 2$	
i)	Von 28 Schülern einer Klasse haben 5 die letzte Mathematikarbeit nicht mitgeschrieben, das sind ca.	18 %	56 %	23 %	5 %	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
j)	Die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 15 cm, 36 cm und 39 cm lang.  Dann sind die Seiten *a*, *b* und *c* wie folgt zugeordnet:	a = 39 cm b = 36 cm c = 15 cm	a = 36 cm b = 15 cm c = 39 cm	a = 39 cm b = 15 cm c = 36 cm	a = 36 cm b = 39 cm c = 15 cm	
k)	Die Strecke $\overline{AB}$ mit $A(1 \mid 3)$ und $B(5 \mid 1)$ hat die Länge	20	$\sqrt{10}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{20}$	
l)	In einer Klasse von 30 Schülern werden 3 Taschenrechner verlost. Die ersten beiden Schüler ziehen Nieten. Für den nächsten Schüler ist die Wahrscheinlichkeit, einen Rechner zu gewinnen,	$\frac{1}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{28}{3}$	$\frac{1}{3 \cdot 28}$	
m)	Die Ableitung einer Funktion *f* hat die Gleichung $f'(x) = 6x^2 + 2$. Eine mögliche Funktionsgleichung für *f* ist danach	$2x^3 + 2x$	$12x$	$6x^3 + 2x$	$6x + 2$	
n)	$0{,}03 \cdot 0{,}0004 =$	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$	$12 \cdot 10^{-5}$	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$	$1{,}2 \cdot 10^{-5}$	
o)	Aus $3^x = 500$ folgt	$x \approx 167$	$x \approx 5{,}8$	$x \approx 0{,}006$	$x \approx 2{,}7$	
p)	Wenn die beiden Kanten der Grundfläche eines Quaders mit dem Volumen *V* verdreifacht werden, beträgt das neue Volumen	3 V	6 V	9 V	27 V	

2. Gleichungen

6 P

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$.

a) $x^4 = 81$

b) $50 = 5x^2 - 15x$

c) $\frac{52}{78} = \frac{6}{x}$

3. Wahrscheinlichkeit 6 P

Bei Blutspenden spielt die Blutgruppe eine wichtige Rolle. Die Untersuchung einer repräsentativen Stichprobe der Einwohner von Queensland in Australien hat gerundet ergeben:

Blutgruppe	A	B	AB	0
Anteil	0,5	0,15	0,05	0,3

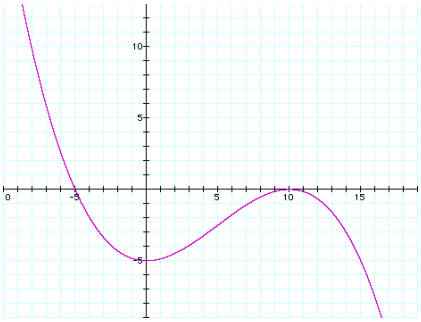
a) Zwei nicht miteinander verwandte Blutspender treffen zur Spende ein.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Spender die Blutgruppe A und der zweite die Blutgruppe B hat?

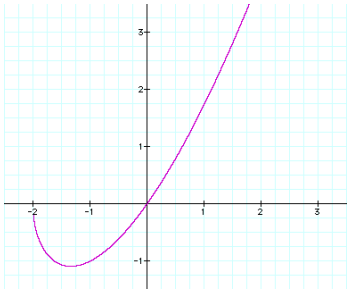
b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von zwei nicht verwandten Spendern mindestens einer die Blutgruppe 0 hat.

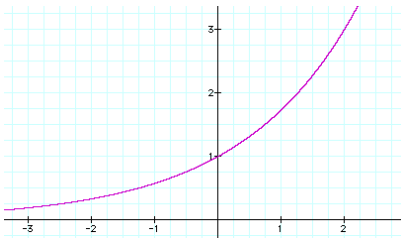
c) Ermittle die Anzahl von Spendern, die mindestens untersucht werden muss, sodass mit der Wahrscheinlichkeit 0,9 mindestens ein Spender mit Blutgruppe A dabei ist.

4. Graphen (3 P.)

Ordne jedem Graphen die richtige Funktionsgleichung zu, indem du den zugehörigen Buchstaben in das Kästchen schreibst.





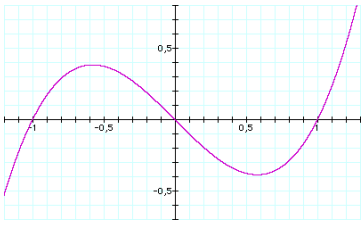


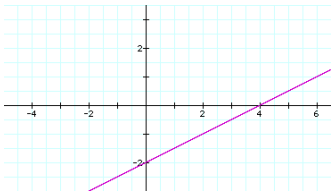
A: $d(x) = 4^x - 1$ B: $e(x) = -0{,}01(x-10)^2(x+5)$ C: $f(x) = \frac{1}{x}$ D: $g(x) = 3^{\frac{1}{2}x}$ E: $h(x) = x\sqrt{x+2}$

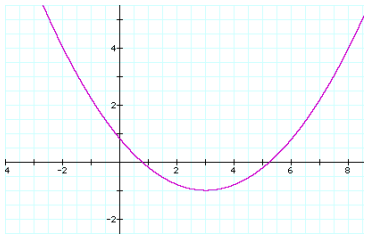
5. Ableitungen (3 P.)

Ordne jedem Funktionsgraphen den Graphen seiner Ableitungsfunktion zu, indem du den zugehörigen Buchstaben in das Kästchen schreibst.

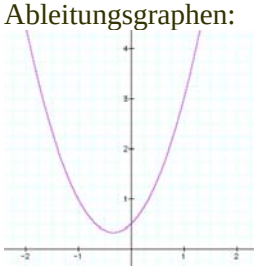
Funktionsgraphen:



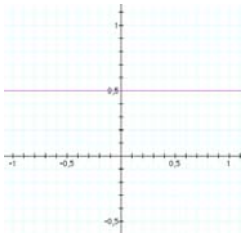




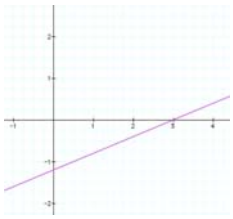
Ableitungsgraphen:



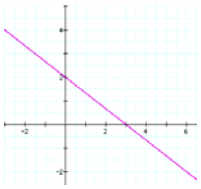
A



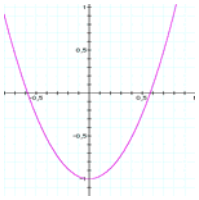
B



C



D



E

Aufgabe II Kino (22 P)

Der Besitzer des Programmkinos „Weitblick“ hat eine Untersuchung in Auftrag gegeben. Er will seinen (einheitlichen) Eintrittspreis so festsetzen, dass er möglichst großen Gewinn macht.
Die Untersuchung ergibt:
Bei einem Eintrittspreis von 5 € kommen täglich durchschnittlich 200 Besucher. Bei jeder Erhöhung des Eintrittspreises um 1 € sinkt die Besucherzahl um 20, bei jeder Verringerung des Eintrittspreises um 1 € steigt die Besucherzahl um 20.
Hinweis: Es werden nur Eintrittspreise in ganzen Euro in Betracht gezogen.

a) Ergänze die Tabelle. (4 P)

Eintrittspreis x in €	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Besucherzahl $b(x)$					200						
Einnahmen $E(x)$ durch Kartenverkauf in €			720								

b) Die Funktion, die jedem Eintrittspreis x die tägliche Besucherzahl zuordnet, kann beschrieben werden durch $b(x) = 300 - 20x$.
Begründe, weshalb für die Definitionsmenge die Einschränkung $1 \leq x \leq 14$ notwendig ist. (3 P)

c) Beschreibe, wie du die Werte der dritten Zeile der Tabelle berechnet hast.
Gib die Funktionsgleichung der Funktion E an, die jedem Eintrittspreis die Einnahmen durch den Kartenverkauf zuordnet. (3 P)

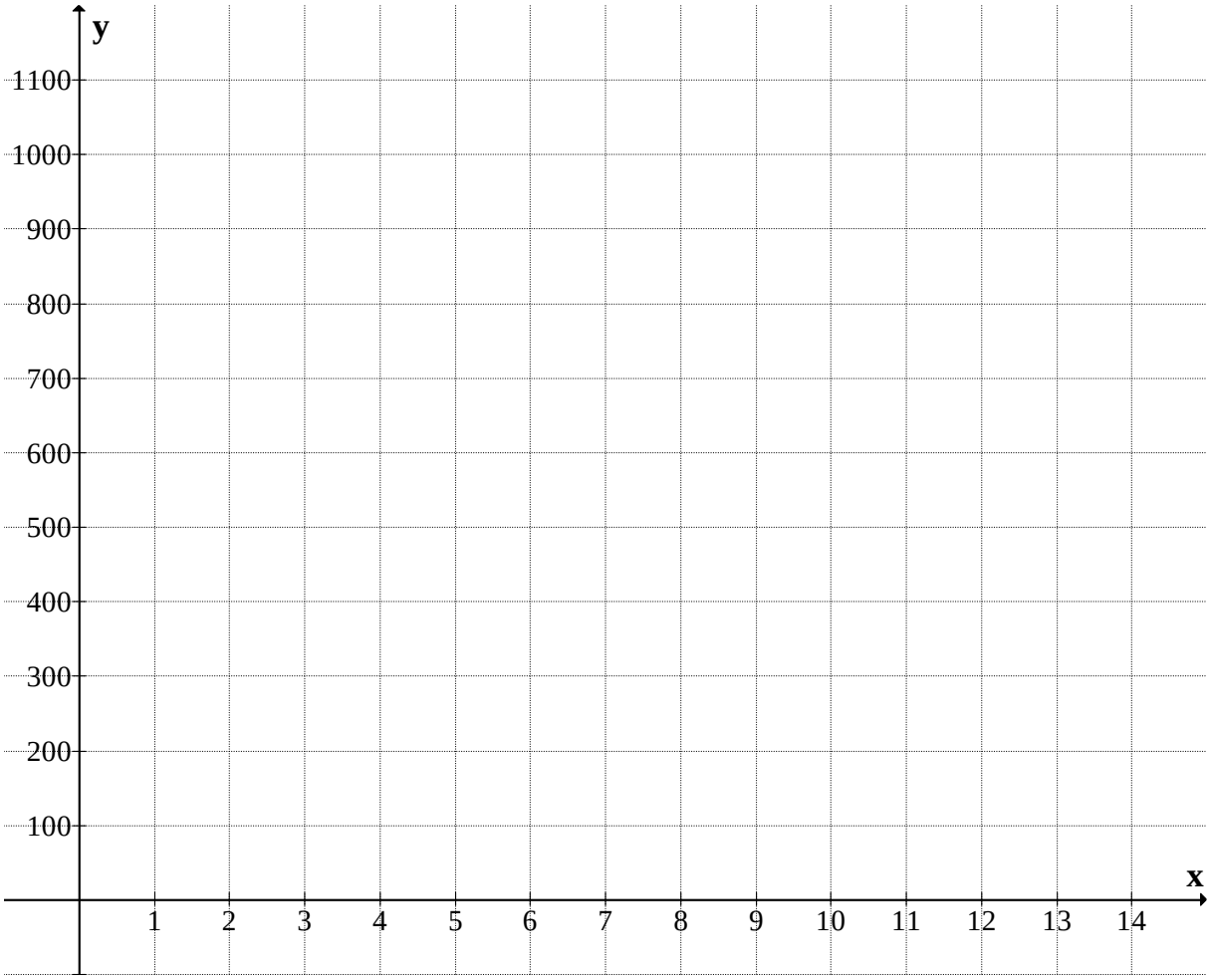
d) Zeichne den Graphen von E für $1 \leq x \leq 14$ in das beiliegende Koordinatensystem ein und gib an, für welchen Eintrittspreis die Einnahmen am höchsten sind. (4 P)

Das Kino hat nicht nur Einnahmen; es entstehen auch Kosten: Die täglichen Fixkosten betragen 700 €, unabhängig von der Besucherzahl. Zusätzlich dazu entstehen pro Besucher für Garderobenaufbewahrung und Benutzung der sanitären Einrichtungen Kosten von 0,40 €.
Hieraus ergibt sich für die Funktion, die für jeden Eintrittspreis x angibt, wie hoch die Kosten pro Tag sind, die Gleichung $K(x) = 820 - 8x \ (1 \leq x \leq 14)$.

e) Bestätige, dass K die angegebene Funktionsgleichung hat.
(Hinweis: Berücksichtige die Besucherzahl, die vom Eintrittspreis abhängt)
Zeichne den Graphen von K in das Koordinatensystem ein und gib den Bereich für x an, in dem die Einnahmen höher sind als die Kosten. (4 P)
Hinweis: Der gesuchte Bereich soll durch Ablesen aus dem Graphen bestimmt werden.

f) Ermittle den Eintrittspreis, für den der Gewinn – das ist die Differenz zwischen Einnahmen und Kosten – am größten ist. (4 P)

Anlage zur Aufgabe II Kino



Aufgabe III Bankzinsen (22 P)

Eine Bank bietet über einen Zeitraum von vier Jahren zwei Varianten zum Sparen an. Für beide gilt die Zinstabelle:

Jahr	1	2	3	4
Zinssatz	4,00 %	4,00 %	4,25 %	4,50 %.

Variante A: Der Sparer erhält die Zinsen entsprechend der Tabelle jährlich ausgezahlt.
Variante B: Der Sparer erhält seinen Anlagebetrag mit Zinsen und Zinseszinsen nach vier Jahren ausgezahlt.

a) Bestimme die Zinsen, die ein Sparer in vier Jahren insgesamt erhält, wenn er 2 500 € in Variante A investiert. (4 P)

b) Ermittle den Zinsertrag, den ein Sparer erhält, wenn er 2 500 € für vier Jahre in Variante B investiert. (4 P)

c) Zeige, dass die Höhe des angelegten Guthabens als Funktion der Anlagedauer nach Variante B <u>nicht</u> durch exponentielles Wachstum beschrieben werden kann. (2 P)

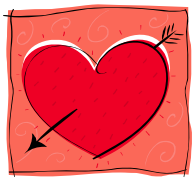
Ein Sparer kann seinen Vertrag nicht finden. Der Zinssatz kann jedoch aus den Kontoauszügen des Sparers berechnet werden, weil er weiß, dass die Zinsen wie bei Variante B auf dem Konto verbleiben und mit verzinst werden:

Jahr	0	1	2	3	4
Guthaben	2 500,00 €	2 606,25 €	2 717,02 €	2 832,49 €	2 952,87 €

d) Bestätige, dass sich die Guthabenentwicklung dieses Kontos durch eine exponentielle Wachstumsfunktion beschreiben lässt und gib eine passende Funktionsgleichung an. (7 P)

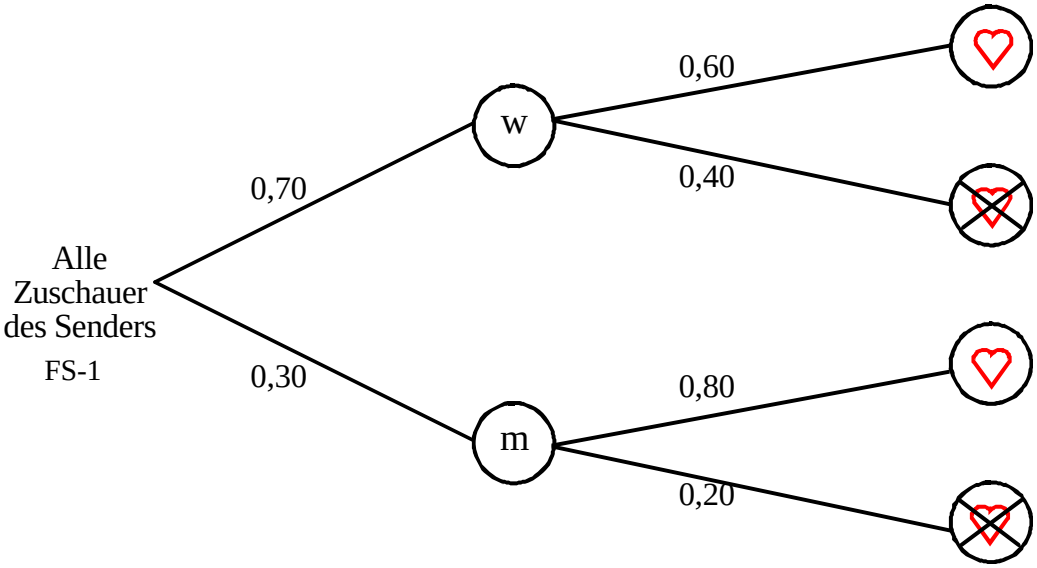
e) Ein Konto für langfristige Anlagen bietet einen festen Zinssatz von 5 %. Der Sparer erhält am Ende der Laufzeit seinen Anlagebetrag mit Zinsen und Zinseszinsen ausgezahlt.
Bestimme die Anzahl der Jahre $t_{D,}$ (also die Laufzeit des Vertrags), nach der sich ein investiertes Kapital von 2 500 € erstmals mehr als verdoppelt hat. (5 P)

Aufgabe IV „Herzchen“ (22 P)



Eine repräsentative Befragung unter volljährigen Fernsehzuschauern ergab, dass etwa 20 % den großen Fernsehsender FS-1 regelmäßig sehen.

In der folgenden Aufgabe werden nur diese Zuschauer von FS-1 betrachtet. FS-1 sendet regelmäßig die Sendung „Herzchen“. Die Werbespots des Senders sollen möglichst gut auf die Zusammensetzung der Zuschauer passen. Die Befragung ergab auch die folgenden in einem Baumdiagramm dargestellten grob geschätzten Zusammenhänge:



Dabei bedeuten

w	weiblich
m	männlich
♡	sieht regelmäßig die Sendung „Herzchen“
♡̸	sieht nicht oder nicht regelmäßig die Sendung „Herzchen“

a) Die nachfolgende Tabelle soll diese Untersuchungsergebnisse (in einer Vierfeldertafel) wiedergeben.

- Berechne die fehlenden Angaben und runde auf ganzzahlige Ergebnisse. Begründe deine Rechnungen.

Von allen Zuschauern des Senders FS-1	sehen regelmäßig „Herzchen“	sehen nicht oder unregelmäßig „Herzchen“	Summe
weiblich (w)	42 %	28 %	
männlich (m)			
Summe	66 %		100 %

- Beschreibe, wie sich der Eintrag „42 %“ in obiger Tabelle aus dem abgebildeten Baumdiagramm herleiten lässt. (6 P)

b) Unter den Zuschauern des Senders FS-1 wird eine Person zufällig ausgewählt.

- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person männlich ist und regelmäßig „Herzchen“ sieht.
- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person weiblich ist und nicht oder nicht regelmäßig „Herzchen“ sieht. (4 P)

c) Unter der sehr großen Anzahl von regelmäßigen „Herzchen“-Zuschauern werden zwei Personen für eine Talk-Show zufällig ausgewählt.

- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Personen weiblich sind.
- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der beiden Personen männlich ist. (5 P)

Die „Herzchen“-Sendung hat fast doppelt so viele weibliche wie männliche Zuschauer.
Der Werbemanager des Senders FS-1 folgert aus dieser Tatsache, dass das Konzept der Sendung die Interessen der Männer zu wenig berücksichtigt. Er fordert von der Regisseurin, das Konzept der Sendung zu ändern und z.B. mehr Action-Szenen, Stunts usw. einzubauen.
Die Regisseurin lehnt diese Forderung mit Hinweis auf die Gesamt-Zuschauerzahlen des Senders ab und erklärt dem Werbemanager, dass er sich besser um andere Sendungen kümmern sollte.

d) Beschreibe, ausgehend von der Tabelle, wie der Werbemanager und die Regisseurin ihre Argumente mit Anteilsangaben begründen könnten, und beurteile die Argumentationen. (7 P)

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

Aufgabe I

		Lösungsskizze		Zuordnung, Bewertung I	II	III
1.	a)	$\frac{121 \cdot 4}{144 \cdot 11} = \frac{11}{36}$.	**A**	1		
	b)	$3 \cdot (-2)^2 - 4(-2) = 12 + 8 = 20$	**C**	1		
	c)	Nullstellen bei $x_1 = 3$ und $x_2 = -9$ $\Rightarrow$ Scheitelpunkt bei $x_S = -3$	**B**		1	
	d)	$5{,}1 - 4{,}9 = 0{,}2$	**C**	1		
	e)	$24 : \frac{3}{4} = 24 \cdot \frac{4}{3} = 32$	**C**	1		
	f)	$\frac{90}{6} = \frac{225}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 225}{90} = \frac{1350}{90} = 15$	**C**	1		
	g)	Der Term lässt sich auch schreiben als: $a^2(1+b)^2 = a^2(1+2b+b^2)$	**B**		1	
	h)	Einsetzen von $x = 2$ ergibt: g_0 und g_2 schneiden sich im Punkt (2 | 2).	**B**		1	
	i)	$\frac{5}{28} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{500}{28} = \frac{125}{7} \approx 17{,}8$	**A**		1	
	j)	Die kleinste Seite b mit 15 cm Länge liegt dem kleinsten Winkel (23°) gegenüber. Damit ergibt sich: a = 39 cm und c = 36 cm.	**C**	1		
	k)	$\sqrt{(1-3)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$	**D**		1	
	l)	Es sind noch 28 Lose mit 3 Gewinnlosen vorhanden, also $p = \frac{3}{28}$.	**B**		1	
	m)	Aus $f(x) = 2x^3 + 2x$ ergibt sich durch Summenregel $f'(x) = 6x^2 + 2$.	**A**			1
	n)	$0{,}03 \cdot 0{,}0004 = 0{,}000012 = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$	**D**			1

		Lösungsskizze		Zuordnung, Bewertung		
				I	II	III
	o)	$3^5 = 243$, $3^6 = 729$ damit muss $5 < x < 6$ sein.	**B**			1
	p)	$V = a \cdot b \cdot c$ Im vergrößerten Quader sind die Kanten 3 *a*, 3 *b* und *c* lang, damit ist das entsprechende Volumen $3a \cdot 3b \cdot c = 9a \cdot b \cdot c = 9V$.	**C**			1
2.		*Ausführliche Rechnungen sind nicht erforderlich. Bewertet wird die Richtigkeit der Lösungen mit jeweils 2 Punkten.*				
	a)	$x^4 = 81 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$.		2		
	b)	$5x^2 - 15x = 50 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + 10} = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} \vee x = \frac{3}{2} - \frac{7}{2}$ $\Leftrightarrow x = 5 \vee x = -2$			2	
	c)	$\frac{52}{78} = \frac{6}{x} \Leftrightarrow \frac{78}{52} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow x = 6 \cdot \frac{78}{52} \Leftrightarrow x = 9$.			2	
3	a)	*P*(„erst A, dann B“) = $0{,}5 \cdot 0{,}15 = 0{,}075$.		2		
	b)	*P*(„mindestens einmal Gruppe 0“) = $1 - 0{,}7^2 = 0{,}51$.			2	
	c)	$1 - 0{,}5^n \geq 0{,}9$, d.h. $0{,}5^n \leq 0{,}1$ ist zu erreichen. $0{,}5^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$, $0{,}5^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ Das Ergebnis ist also 4.			2	
4.		Von links nach rechts: B, E, D			2	1
5.		Von links nach rechts: E, B, C			2	1
		Insgesamt 34 BWE		10	18	6

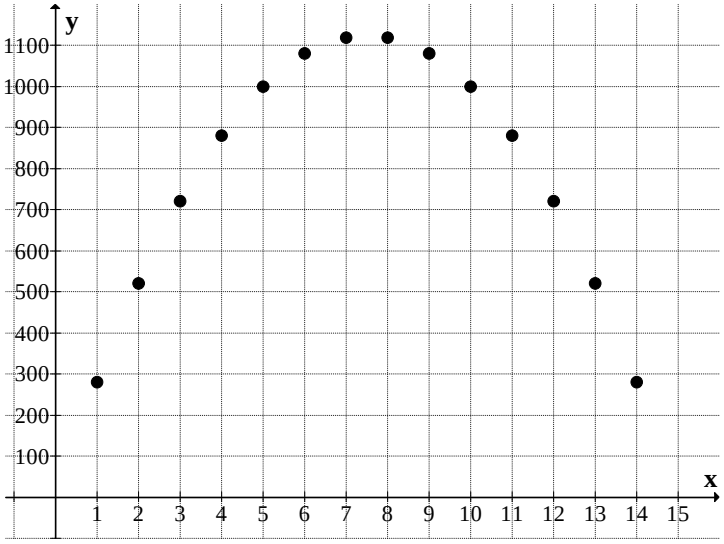
Aufgabe II Kino

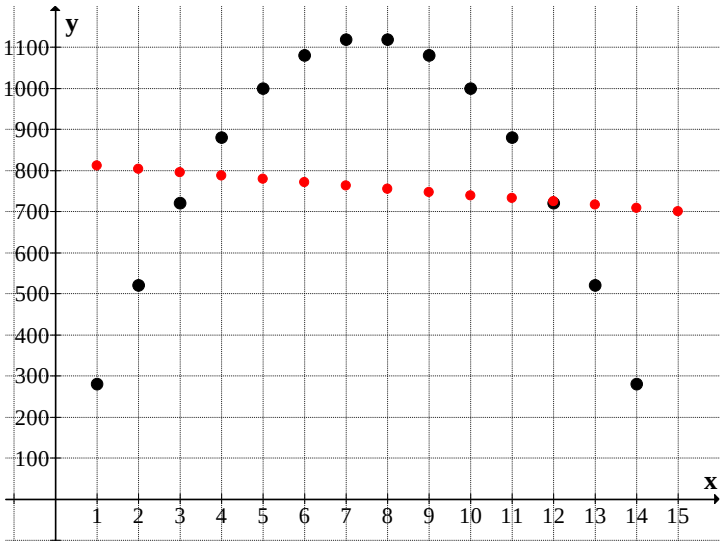
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)		4		
b)	Der Eintrittspreis kann nicht 0 € sein. Es muss also gelten: $1 \leq x$ Die Anzahl der Besucher $b(x)$ muss größer 0 sein. Es muss also gelten: $300 - 20x > 0 \Leftrightarrow x < 15$. Wegen der Ganzzahligkeit von x gilt: $x < 15 \Leftrightarrow x \leq 14$.		3	
c)	Der Eintrittspreis x wird mit der zugehörigen Besucherzahl $b(x)$ multipliziert. $E(x) = x \cdot (300 - 20x) = -20x^2 + 300x$.		3	
d)	Grafische Darstellung von E:			
	Wegen der Definitionsmenge der Funktion ist die punktweise Darstellung des Graphen korrekt. Es soll aber auch der Graph der stetigen Fortsetzung dieser Funktion als richtig gewertet werden. Das Maximum von E liegt bei $x = 7$ bzw. bei $x = 8$. Die Einnahmen sind maximal bei einem Eintrittspreis von 7 € oder 8 €. *1 P Abzug, wenn als Maximalstelle x = 7,5 angegeben wird.*	2	2	

a)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$b(x)$	280	260	240	220	200	180	160	140	120	100	80
$E(x)$	280	520	720	880	1000	1080	1120	1120	1080	1000	880

d)



	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	$K(x) = 700 + 0{,}4(300 - 20x) = 820 - 8x$.  Durch Ablesen erkennt man: Für x = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 sind die Einnahmen höher als die Kosten. Die Stelle x = 12 ist genauer zu prüfen. $E(12) = 720$ und $K(12) = 724$. Die Kosten sind höher als die Einnahmen. Ergebnis: Im Intervall $4 \leq x \leq 11$ sind die Einnahmen höher als die Kosten. *Fehlt die Überprüfung der Stelle x = 12 bei korrekter Benennung des Intervalls, ist 1 P abzuziehen.*		2	2
f)	Die Gewinnfunktion hat die Gleichung $G(x) = E(x) - K(x) = -20x^2 + 308x - 820$. Es gilt: $G'(x) = -40x + 308$. $G'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 7{,}7$. Da der Graph von g eine nach unten geöffnete Parabel ist, handelt es sich bei dem Extremum um ein Maximum. Ermittlung des zugehörigen Eintrittspreises: x = 7: $-20 \cdot 49 + 308 \cdot 7 - 820 = 356$, x = 8: $-20 \cdot 64 + 308 \cdot 8 - 820 = 364$. Das Kino macht den größten Gewinn bei einem Eintrittspreis von 8 €.		2	2
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe III Bankzinsen

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	1. Jahr: 4,00 % von 2 500 € = 100,00 € 2. Jahr: 4,00 % von 2 500 € = 100,00 € 3. Jahr: 4,25 % von 2 500 € = 106,25 € 4. Jahr: 4,50 % von 2 500 € = 112,50 € Summe der Zinsen: 418,75 € Der Anleger erhält über die Laufzeit 418,75 € Zinsen. *Hinweis: Es ist auch möglich, direkt 16,75 % von 2 500 € zu berechnen.*	4		
b)	Der Auszahlungsbetrag A berechnet sich: $A = K \cdot \left(1+\frac{p_1}{100}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1+\frac{p_4}{100}\right)$ $= 2\,500\text{ €} \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}0425 \cdot 1{,}045$ $= 2\,945{,}77\text{ €}$. Der Zinsertrag G errechnet sich aus $A - K = 445{,}77$ €. *Hinweis: Es ist auch möglich, die Zinsen Jahr für Jahr zu berechnen.*	2	2	
c)	Die Zinssätze in den einzelnen Jahren sind unterschiedlich. *Alle korrekten Begründungen führen zur vollen Punktzahl.* Eine Möglichkeit wäre auch der Vergleich der Zinsen im 1. Jahr und im 3. Jahr: $\frac{2\,600}{2\,500} \neq \frac{2\,818{,}92}{2\,704}$.	2		
d)	Es gilt: $\frac{2606{,}25€}{2500{,}00€} \approx \frac{2717{,}02€}{2606{,}25€} \approx \frac{2832{,}49€}{2717{,}02€} \approx \frac{2952{,}87€}{2832{,}49€} \approx 1{,}0425$. Damit wächst das jeweils aktuelle Guthaben in gleichen Zeiten um gleiche Anteile. Eine mögliche Funktionsgleichung heißt: $K(t) = 2500 \cdot 1{,}0425^t$ (t in Jahren). *Möglich ist auch, den Zinssatz zu bestimmen und für jedes Jahr zu überprüfen.*		5	2
e)	Zur Berechnung der Verdopplungszeit t_D gilt: $5000{,}00€ = 2500{,}00€ \cdot 1{,}05^{t_D}$ $2 = 1{,}05^{t_D}$ $t_D = \frac{\log 2}{\log 1{,}05} = 14{,}206\ldots$ Nach fünfzehn Jahren hat sich das eingesetzte Kapital erstmals mehr als verdoppelt.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Auch folgende Variante wird akzeptiert und mit voller Punktzahl bewertet: $2 = 1{,}05^{t_D}$ Lösung durch Probieren mit dem Taschenrechner: $1{,}05^5 = 1{,}27...$ $1{,}05^{10} = 1{,}62...$ $1{,}05^{15} = 2{,}07...$ $1{,}05^{14} = 1{,}97...$ Nach fünfzehn Jahren hat sich das eingesetzte Kapital erstmals mehr als verdoppelt.		3	2
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

Aufgabe IV „Herzchen“

<table>
<tr><th></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>Sieht regelmäßig „Herzchen“ (♡).</th><th>Sieht nicht oder nicht regelmäßig „Herzchen“. (♡̸).</th><th>Summe</th></tr>
<tr><td>Weiblich (w)</td><td>42 %</td><td>28 %</td><td>70 %</td></tr>
<tr><td>Männlich (m)</td><td>24 %</td><td>6 %</td><td>30 %</td></tr>
<tr><td>Summe</td><td>66 %</td><td>34 %</td><td>100 %</td></tr>
</table>
Die Begründungen sind auf verschiedenen Wegen möglich, z.B.:
• 42 + 28 = 70 (Zeile w)
• 66 – 42 = 24 (Spalte ♡)
• 100 – 66 = 34 (Summen-Zeile)
• 34 – 28 = 6 (Spalte ♡̸)
• 24 + 6 = 30 (Zeile m)
Auch aus dem Baumdiagramm lassen sich die Zahlen berechnen.
<u>Eintrag „42 %“</u>:
Von den 70 % Frauen, die den Sender sehen, schauen 60 % regelmäßig „Herzchen“. Also ist p(„w“ und ♡) = $0,7 \cdot 0,6 = 0,42$ 0,7 0,6 = 0,42.</td><td>5</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>
<u>Lösungen mithilfe der Tabelle:</u>
b1) 24 % der Zuschauer sind männlich und sehen regelmäßig „Herzchen“, p = 0,24.
b2) 28 % der Zuschauer sind weiblich und sehen nicht oder nicht regelmäßig „Herzchen“, p = 0,28.
Die Dezimalbrüche können auch als Brüche oder Prozentangaben geschrieben werden.
<u>Lösungen mit Hilfe des Baumdiagramms:</u>
b1) $p = 0,30 \cdot 0,80 = 0,24$
b2) $p = 0,70 \cdot 0,40 = 0,28$</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>
c1) $p = \frac{42}{66} \cdot \frac{42}{66} = \frac{49}{121}$
c2) Berechnung über die Gegenwahrscheinlichkeit: $p = 1 - \frac{49}{121} = \frac{72}{121}$.
Alternative (-umständlicher-):
$p = p_{\heartsuit}(m,m) + p_{\heartsuit}(m,w) + p_{\heartsuit}(w,m) = \frac{24}{66} \cdot \frac{24}{66} + \frac{24}{66} \cdot \frac{42}{66} + \frac{42}{66} \cdot \frac{24}{66} = \frac{72}{121}$</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
d)	<u>Mögliche Argumentation des Werbemanagers:</u> Unter den „Herzchen“-Zuschauern ist der Anteil der männlichen Zuschauer nur $\frac{24}{66}$, der Anteil der weiblichen hingegen $\frac{42}{66}$. *Ergänzend könnte die Formulierung „fast doppelt so viele“ durch Zahlen belegt werden.* <u>Mögliche Argumentation der Regisseurin:</u> Der Anteil der Männer unter den „Herzchen“-Zuschauern liegt mit $\frac{24}{66} \approx 0{,}36$ über dem Anteil der männlichen Zuschauern des Senders, welcher nur 0,30 beträgt. *Oder auch:* Unter den männlichen Zuschauern des Senders sehen 80 % regelmäßig „Herzchen“, unter den weiblichen nur 60 %. <u>Beurteilung:</u> Wenn man von einer feststehenden Zusammensetzung der Zuschauer des Senders nach w/m ausgeht, hat die Regisseurin Recht. Dagegen spricht jedoch das folgende Argument: Wenn „Herzchen“ mehr auf den Geschmack männlicher Zuschauer zugeschnitten würde, dann hätte der Sender auch insgesamt einen höheren Anteil männlicher Zuschauer. *Es liegt im Ermessen der korrigierenden Lehrkraft, andere Lösungen ähnlich zu bewerten.*		3	4
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6