

Schriftliche Überprüfung Mathematik Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2008/2009

7. Mai 2009

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer – Zweittermin

Diese Unterlagen enthalten:

- I Allgemeine Hinweise zur Arbeit
- II Aufgaben
- III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

sÜ2-Ma-LM Seite 1 von 29

I Allgemeines

- 1. Die zuständige Fachlehrkraft erhält die beiden Prüfungsteile 1 (mit Aufgabe I) und 2 (mit den Aufgaben II, III, IV und V) und wählt aus den Aufgaben II, III, IV und V genau **drei Aufgaben** aus.
- Zu Beginn der schriftlichen Überprüfung werden beide Prüfungsteile (Aufgabe I und die von der Fachlehrkraft ausgewählten drei Aufgaben) ohne das Formelblatt an die Schülerinnen und Schüler verteilt.
 - Bei Prüfungsteil 1 erhalten nebeneinander sitzende Schüler unterschiedliche Gruppen A/B. Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten wird gewährt.
- 3. Die Arbeitszeit beträgt 135 Minuten.
 - Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
 - Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin seinen/ihren Taschenrechner und das Formelblatt ausgehändigt.
 - Für die Bearbeitung des zweiten Prüfungsteils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- 4. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die <u>nicht</u> in der Klasse unterrichtet.
- 5. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Zeichengerät, Rechtschreiblexikon.
- 6. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgabenblätter und gegebenenfalls zugehörige Anlagen mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.
- 7. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der drei Aufgaben des Prüfungsteils 2 ist separates Papier zu verwenden.
- 8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.
- 9. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber <u>nicht</u> den ihrer eigenen Klasse.
- 10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.
- 11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 29 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/-) sind danach vorgesehen.
 - Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.
- 12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz, Tel. 428 01 34 53, Fax 428 55 519, E-Mail: w.renz@arcor.de.

sÜ2-Ma-LM Seite 2 von 29

II Aufgaben

Gruppe A

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten)

(34 P)

 Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben A, B, C oder D in die Spalte "Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 P)

	Aufgabe	A	В	C	D	Lösung
a)	Ein MP3-Player kostet im Sonderangebot mit 20% Preisnachlass nur noch 120 € Welches ist der ursprüngliche Preis?	600,00 €	144,00 €	150,00 €	140,00 €	
b)	$\frac{4^4}{5}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{256}{5}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{16}{25}$	
c)	Welche Gleichung gilt?	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	$\sin \gamma = \frac{b \cdot \sin \beta}{c}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot b}{\sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{b}{c \cdot \sin \beta}$	
d)	ber Flächeninhalt des Trapez beträgt:	95 cm ²	100 cm ²	195 cm ²	50 cm ²	
e)	$1,2\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{4} =$	$5,2\cdot 10^2$	$4.8 \cdot 10^{-24}$	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$5,2\cdot 10^{-24}$	
f)	In einem Kartenspiel mit 32 Karten gibt es vier Asse. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Ziehen kein Ass zu ziehen?	15 16	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	31 32	
g)	Welche Gleichung gilt für die Raumdiagonale d?	$d^2 = a^2 + b^2$	$d^2 = a^2 + c^2$	$d^2 = b^2 + e^2$	$d^2 = e^2$	

sÜ2-Ma-LM Seite 3 von 29

	Aufgabe	A	В	C	D	Lösung
h)	Für $a > 0$ gilt: $\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3}{\sqrt{a}} =$	1	\sqrt{a}	а	a^2	
i)	Mit einem Rasenmäher mit 30 cm Schnittbreite benötigt Herr M. ca. 50 min zum Mähen seines Rasens. Wie viel Zeit würde er mit einem Mäher gleicher Bauart aber mit 40 cm Schnittbreite benötigen? Gehe davon aus, dass die Schnittbreite der einzige Parameter ist, der die Dauer beeinflusst.	≈ 13 min	≈ 38 min	≈ 44 min	≈ 63 min	
j)	Welches ist die Lösung der Gleichung $5^x = 625$?	x = 4	$x = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 625}$	$x = \log_{625} 5$	x = 125	
k)	Die Höhe eines Kreis- kegels wird bei gleich bleibender Grundfläche verdoppelt. Mit welchem Faktor verändert sich das Volumen?	2	4	8	π^2	
1)	Welcher Term hat einen anderen Wert als $(2^2)^{-3}$?	$\frac{1}{64}$	$\frac{1^2}{8}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$\frac{1}{4^3}$	
m)	Die folgende Figur soll farbig ausgemalt werden. Dir stehen sechs Farben zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten gibt es die drei Flächen farbig zu gestalten, wenn aneinandergrenzende Flächen nicht gleichfarbig sein dürfen?	6.3	6.5.4	6.5.5	6.6.6	

sÜ2-Ma-LM Seite 4 von 29

	Aufgabe	A	В	C	D	Lösung
n)	Für die Bogenlänge b gilt: $b =$	$\frac{\pi r \cdot 30^{\circ}}{180^{\circ}}$	$\frac{\pi r \cdot 120^{\circ}}{180^{\circ}}$	$\frac{2\pi r \cdot 360^{\circ}}{60^{\circ}}$	$\frac{2\pi r \cdot 60^{\circ}}{360^{\circ}}$	

sÜ2-Ma-LM Seite 5 von 29

Gruppe B

Aufgabe I (ohne Taschenrechner zu bearbeiten)

(34 P)

 Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben A, B, C oder D in die Spalte "Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 P)

	Aufgabe	A	В	C	D	Lösung
a)	Ein MP3-Player kostet im Sonderangebot mit 20% Preisnachlass nur noch 120 € Welches ist der ursprüngliche Preis?	140,00 €	150,00 €	144,00 €	600,00 €	
b)	$\frac{4^4}{5}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{5}$	$\frac{16}{5}$	
c)	Welche Gleichung gilt?	$\sin \gamma = \frac{b}{c \cdot \sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot b}{\sin \beta}$	$\sin \gamma = \frac{b \cdot \sin \beta}{c}$	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	
d)	b s cm C 6,64 cm h = 5 cm 6,64 cm Der Flächeninhalt des Trapez beträgt:	50 cm ²	195 cm ²	100 cm ²	95 cm ²	
e)	$1,2\cdot 10^{-6}\cdot 4\cdot 10^{4} =$	$5,2\cdot 10^{-24}$	$4,8 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{-24}$	5,2·10 ²	
f)	In einem Kartenspiel mit 32 Karten gibt es vier Asse. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Ziehen kein Ass zu ziehen?	31 32	$\frac{3}{4}$	7/8	15 16	
g)	Welche Gleichung gilt für die Raumdiagonale d?	$d^2 = e^2$	$d^2 = b^2 + e^2$	$d^2 = a^2 + c^2$	$d^2 = a^2 + b^2$	

sÜ2-Ma-LM Seite 6 von 29

	Aufgabe	A	В	С	D	Lösung
h)	Für $a > 0$ gilt: $\frac{\left(\sqrt{a}\right)^3}{\sqrt{a}} =$	a^2	а	\sqrt{a}	1	
i)	Mit einem Rasenmäher mit 30 cm Schnittbreite benötigt Herr M. ca. 50 min zum Mähen seines Rasens. Wie viel Zeit würde er mit einem Mäher gleicher Bauart aber mit 40 cm Schnittbreite benötigen? Gehe davon aus, dass die Schnittbreite der einzige Parameter ist, der die Dauer beeinflusst.	≈ 63 min	≈ 44 min	≈ 38 min	≈ 13 min	
j)	Welches ist die Lösung der Gleichung $5^x = 625$?	x = 125	$x = \log_{625} 5$	$x = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 625}$	x = 4	
k)	Die Höhe eines Kreis- kegels wird bei gleich bleibender Grundfläche verdoppelt. Mit welchem Faktor verändert sich das Volumen?	π^2	8	4	2	
1)	Welcher Term hat einen anderen Wert als $(2^2)^{-3}$?	$\frac{1}{4^3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$\frac{1^2}{8}$	$\frac{1}{64}$	
m)	Die folgende Figur soll farbig ausgemalt werden. Dir stehen sechs Farben zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten gibt es die drei Flächen farbig zu gestalten, wenn aneinandergrenzende Flächen nicht gleichfarbig sein dürfen?	6.6.6	6.5.5	6.5.4	6.3	

sÜ2-Ma-LM Seite 7 von 29

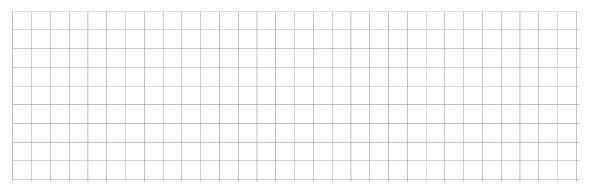
	Aufgabe	A	В	C	D	Lösung
n)	Für die Bogenlänge b gilt: $b =$	$\frac{2\pi r \cdot 60^{\circ}}{360^{\circ}}$	$\frac{2\pi r \cdot 360^{\circ}}{60^{\circ}}$	$\frac{\pi r \cdot 120^{\circ}}{180^{\circ}}$	$\frac{\pi r \cdot 30^{\circ}}{180^{\circ}}$	

sÜ2-Ma-LM Seite 8 von 29

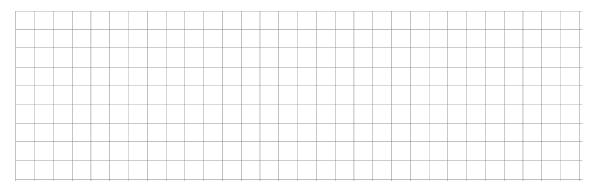
2. Gleichungen.

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen.

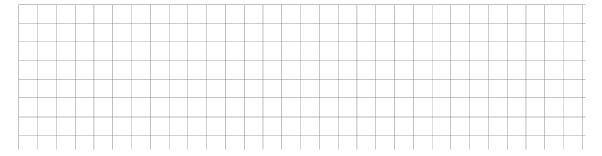
a)
$$-x^2 + 2x + 35 = 0$$
 (4 P)



b)
$$\frac{x-7}{x} = \frac{14}{3}$$
 für $x \neq 0$. (4 P)



c)
$$x^{\frac{2}{3}} = 4 \text{ für } x > 0.$$
 (3 P)



sÜ2-Ma-LM Seite 9 von 29

(4 P)

(5 P)

Lehrermaterialien Mathematik

3. Graphen

Die Abbildung zeigt Teile der Graphen von den Parabeln A, B, C und D.

Ordne der Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 - 4$$

die zugehörige Parabel zu.

4. Wahrscheinlichkeit

Begründe deine Wahl.

A B B C 4 -2 0 2 4 6 8 C C C C -4 -6

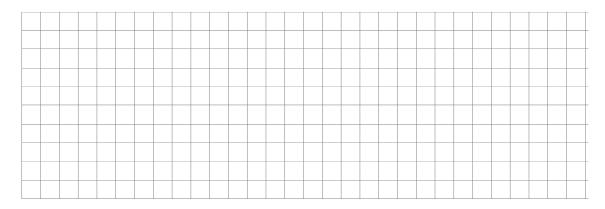
Antwort:

Zur Funktion *f* gehört die Parabel ____.

Begründung:

Ein Arzt behandelt 60 % seiner Patienten bei Kopfschmerzen erfolgreich mit Mittel A. Wenn das Medikament nicht hilft, verschreibt er ein Mittel B, welches 50 % dieser Patienten hilft.

Bestimme, wie viel Prozent seiner Kopfschmerzpatienten erst nach Einnahme von Mittel A und Mittel B schmerzfrei sind.



sÜ2-Ma-LM Seite 10 von 29

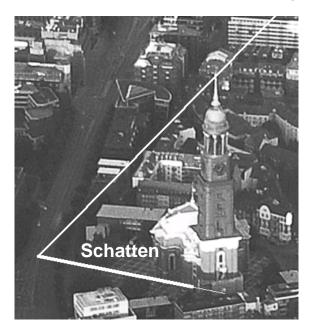
Idee der Zahl und des Messens

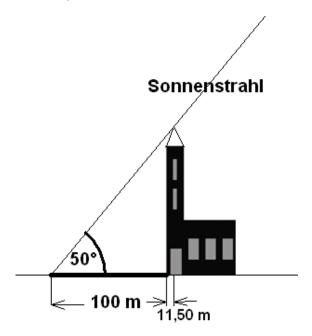
Aufgabe II: Ein Mathematiker in Hamburg

(22 P)

In Hamburg findet ein Mathematiker-Kongress statt. Der Teilnehmer Miller nutzt eine Pause für einen kleinen Stadtrundgang. Er hat wie immer seinen Winkelmesser dabei.

Nach einer Weile wird Herr Miller auf den Michel aufmerksam. Er fragt sich, wie hoch der Kirchturm wohl sei. Er sieht, dass der Michel in der Mittagszeit einen langen Schatten wirft:





Die Spitze des Schattens ist nördlich vom Turm mitten auf der Ludwig-Ehrhard-Straße. Herr Miller kann die Länge des Schattens von der Turmwand bis zur Schattenspitze gut ausmessen, es sind 100 m (dicke weiße Linie). Von der Turmmitte bis zur Turmwand sind es am Boden außerdem noch 11,50 m (dünne Verlängerung). Herr Miller misst auch den Sonnenstand, d.h. den Winkel unter dem die Sonnenstrahlen um diese Jahres- und Uhrzeit zur Horizontalen einfallen. Er misst 50 °.

- a) Bestimme mit Hilfe der angegebenen Daten einen Näherungswert für die Höhe des Turmes. (6 P)
- b) Berechne die prozentuale Abweichung vom tatsächlichen Wert, der 132 m beträgt. (3 P)

Von der Aussichtsplattform des Michels erblickt Herr Miller die Köhlbrandbrücke mit ihren beiden Stahlpfeilern, die die Tragseile halten.

Gerne möchte er herausfinden, wie groß der Abstand zwischen ihnen ist.

Dazu misst er sowohl vom Michel als auch von der Aussichtsplattform der Nikolaikirche aus einige Winkel (siehe Skizze auf der nächsten Seite).



Für seine Rechnung geht er davon aus, dass beide Aussichtsplattformen und auch die anvisierten Punkte der Stahlpfeiler in einer waagerechten Ebene liegen (in ca. 80 m Höhe).

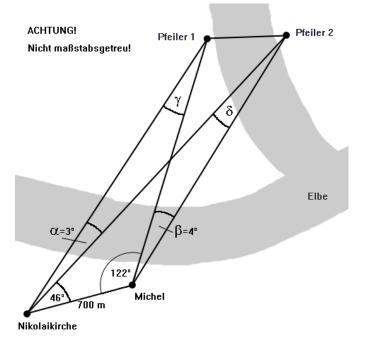
Einem Stadtplan entnimmt er noch, dass die Aussichtsplattformen der beiden Kirchen ca. 700 Meter (Luftlinie) voneinander entfernt sind.

Die Pfeiler sind dagegen leider nicht auf dem Stadtplan eingezeichnet.

sÜ2-Ma-LM Seite 11 von 29

- c) Bestimme die Größe der Winkel γ und δ . (3 P)
- d) Bestätige durch Rechnung, dass der Abstand vom Michel zum1. Pfeiler ca. 3377 m beträgt. (5 P)
- e) Durch eine gleichartige Rechnung erhält man, dass der Abstand vom Michel zum 2. Pfeiler ca. 3618 m beträgt.

Bestimme den Abstand der beiden Pfeiler. (5 P)



sÜ2-Ma-LM Seite 12 von 29

Idee von Raum und Form

Aufgabe III: Messbecher

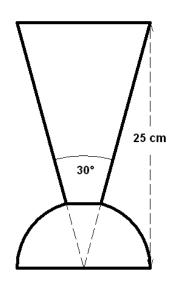
(22 P)

Die Abbildungen zeigen einen kegelförmigen Messbecher, der in einem halbkugelförmigen Fuß steckt.

Der Kegel ist 25 cm hoch und hat einen Öffnungswinkel von 30°.

Der Radius der Halbkugel ist gleich dem Radius des oberen Randes des Kegels. Beide Teile des Messbechers bestehen aus Blech. Die Dicke des Materials kann in den Rechnungen idealisiert als Null angenommen werden.





a) Bestätige, dass der Radius des oberen Randes des Messbechers ca. 6,7 cm beträgt.

(3 P)

b) Bestimme das Kegelvolumen.

(2P)

c) Der Messbecher wird bis zur halben Höhe mit Wasser gefüllt.
 Bestimme die Wassermenge.

(6 P)

 d) Eine der abgebildeten drei Skalen in der Anlage soll auf einer Mantellinie innen im Messbecher dem Benutzer für ausgewählte Volumina die entsprechenden Füllstände markieren.
 Wähle die richtige Skala aus und begründe (ohne alle Werte nachzurechnen) die Auswahl.

(2 P)

e) Bestimme die Flächengröße des Blechstücks, aus dem der Kegel besteht.

(5 P)

f) Wird aus der Halbkugel das Loch für den Kegel heraus geschnitten, ist das herausgeschnittene Blechstück nicht flach sondern hat die Form einer Kugelkappe. Der Flächeninhalt einer Kugelkappe wird mit der Formel

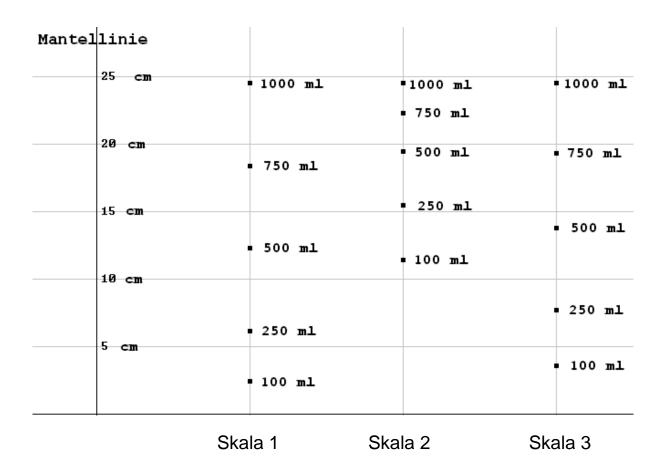
$$A_{\rm KK} = 2\pi r^2 \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

berechnet. Dabei ist r der Radius der Kugel und α der Öffnungswinkel.

Bestimme den Oberflächeninhalt der Halbkugel, nachdem das Loch für den Kegel herausgeschnitten wurde. (4 P)

sÜ2-Ma-LM Seite 13 von 29

Anlage zur Aufgabe "Messbecher", Aufgabenteil d)



sÜ2-Ma-LM Seite 14 von 29

Idee des funktionalen Zusammenhangs

Aufgabe IV: Leuchtkugeln

(22 P)

Auf einem Volksfest werden zu jeder vollen Stunde von einem Turm aus zwei Leuchtkugeln mit Hilfe von Wurfmaschinen senkrecht in die Luft geschossen. Kugel 1 von der Spitze des 55 m hohen Turms und Kugel 2 aus 35 m Höhe. Die Besucher des Festes können Tipps abgeben, ob die beiden Kugeln sich noch in der Luft einmal auf gleicher Höhe befinden werden. Dies hängt von den verschiedenen Anfangsgeschwindigkeiten ab.

Die Höhe, auf der sich die Kugeln zu einem bestimmten Zeitpunkt jeweils befinden, kann mit Hilfe folgender Gesetzmäßigkeit berechnet werden:

Wird ein Gegenstand aus einer Anfangshöhe a_0 (in m) mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 (in $\frac{m}{s}$)

senkrecht nach oben geworfen, so kann die Höhe, auf der Gegenstand sich *t* Sekunden nach dem Abwurf befindet, annähernd bestimmt werden mit Hilfe der Funktionsgleichung

$$h(t) = a_0 + v_0 \cdot t - 5t^2$$
.

a) Um 14 Uhr wird Kugel 1 mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $20\frac{m}{s}$ senkrecht nach oben geschossen. Die zugehörige Funktionsgleichung lautet also:

$$h_1(t) = 55 + 20 t - 5t^2$$
.

- Gib die Höhe von Kugel 1 nach 1 s, 3 s, 5 s an.
- Skizziere den Graphen von h_1 im beigefügten Koordinatensystem.
- Bestimme die maximale Höhe der Kugel.

(8 P)

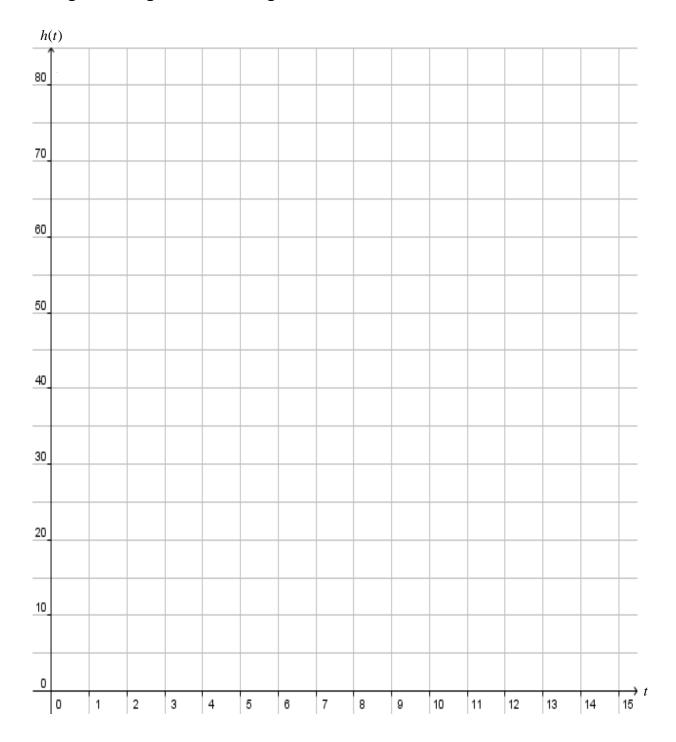
- b) Zur gleichen Zeit wie Kugel 1 wird Kugel 2 aus 35 m Höhe mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 30 m/s in die Luft geschossen.
 - Gib die zugehörige Funktionsgleichung h_2 an.
 - Bestimme, wie lange die Kugel in der Luft ist.
 - Bestimme (rechnerisch oder zeichnerisch) den Zeitpunkt, zu dem beide Kugeln auf gleicher Höhe sind.
- c) Jemand behauptet: Werden zwei Gegenstände von gleicher Höhe senkrecht nach oben geworfen, der erste mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 , der zweite mit der doppelten Anfangsgeschwindigkeit $2v_0$, so ist der zweite Gegenstand doppelt so lange in der Luft wie der erste.

Entscheide, ob die Behauptung wahr ist.

(5 P)

sÜ2-Ma-LM Seite 15 von 29

Anlage zur Aufgabe "Leuchtkugeln"



sÜ2-Ma-LM Seite 16 von 29

Idee von Daten und Zufall

Aufgabe V: Berufsausbildung

(22 P)

In einer Untersuchung über Schulabschluss und Berufsausbildung in Deutschland werden 5000 Erwerbstätige im Alter unter 30 nach ihren Schulabschlüssen befragt. 1000 von ihnen sind **ohne Berufsausbildung (oB)** und 4000 von ihnen **mit Berufsausbildung (mB)**.

Im Bericht über die Befragung wird angegeben:

mit Berufsausbildung (mB) [4000 Befragte]

~ .	_			
Sch	mil	ahs	chl	1155

ohne Abschluss	Hauptschul-	Realschul-	(Fach-) Hochschulreife (FH)
(oA)	abschluss (HA)	abschluss (RA)	
80	1320	2078	522

ohne Berufsausbildung (oB) [1000 Befragte]

Schulabschluss:

ohne Abschluss (oA)	Hauptschul- abschluss (HA)	Realschul- abschluss (RA)	(Fach-) Hochschulreife (FH)
100	518	190	192

- a) Das abgebildete, unvollständige Kreisdiagramm (s. Anlage) soll die Tabellenwerte der Befragten mit Berufsausbildung (mB) veranschaulichen.
 Bestimme den Winkel für den Sektor "(Fach-)Hochschulreife" und zeichne die fehlende Einteilung zwischen "Realschulabschluss" und "(Fach-)Hochschulreife ein" (Genauigkeit 2°). (4 P)
- b) Unter den Befragten mit Realschulabschluss (**RA**) wird eine Person zufällig ausgewählt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person eine Berufsausbildung hat (**mB**). (4 P)

Für die folgenden Aufgabenteile werden die Einteilungen HA, RA und FH jeweils zu "mit Abschluss" (mA) zusammengefasst.

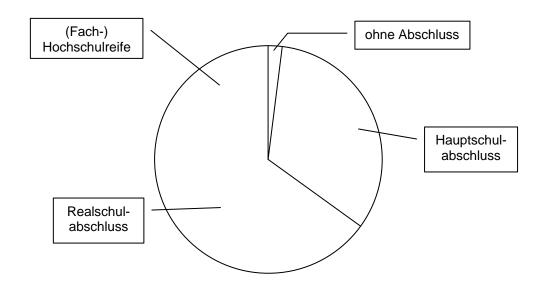
- c) Gib die in der Vierfeldertafel verlangten Werte als absolute Häufigkeiten an zusammen mit den verlangten Summen.
 Du erhältst damit einen Überblick über die Daten.
- d) Ein Reporter schreibt über das Untersuchungsergebnis: "Unter den Erwerbstätigen mit Berufsausbildung haben nur 2 % keinen Schulabschluss. Das zeigt, dass man ohne Schulabschluss kaum Chancen hat, einen Ausbildungsplatz zu bekommen."
 - Zeige, dass diese Schlussfolgerung die Daten nicht korrekt wiedergibt.
 - Ziehe begründet eine eigene Schlussfolgerung. (10 P)

sÜ2-Ma-LM Seite 17 von 29

Anlage zur Aufgabe "Berufsausbildung"

zu a)

Befragte mit Berufsausbildung



zu c)

	ohne Abschluss (oA)	mit Abschluss (mA)	Summe
ohne Berufsausbildung (oB)			
mit Berufsausbildung (mB)			
Summe			

sÜ2-Ma-LM Seite 18 von 29

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

Aufgabe I

	Lösungsskizze		Z B	uordnu ewertui	ng ng		
		Downgoomzze		1	I	II	III
			Gr. A	Gr. B			
1	a)	150,00 €	C	В		1	
	b)	$\frac{256}{5}$	В	С	1		
	c)	$\sin \gamma = \frac{c \cdot \sin \beta}{b}$	A	D		1	
	d)	50 cm ²	D	A	1		
	e)	$4.8 \cdot 10^{-2}$	С	В		1	
	f)	$\frac{7}{8}$	В	C	1		
	g)	$d^2 = b^2 + e^2$	C	В			1
	h)	$\frac{\sqrt{a}^3}{\sqrt{a}} = a \;, \; a > 0$	C	В	1		
	i)	≈38 min	В	С		1	
	j)	x = 4	A	D	1		
	k)	Das Volumen verdoppelt sich. Der Faktor ist 2.	A	D	1		
	1)	$\frac{1^2}{8}$	В	С	1		
	m)	Es gibt $6.5.5 = 150$ Möglichkeiten.	С	В			1
	n)	$\frac{2\pi r \cdot 60^{\circ}}{360^{\circ}}$	D	A			1

sÜ2-Ma-LM Seite 19 von 29

		Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung	
		Dostangoonizze	I	II	III
2	a)	$-x^{2} + 2x + 35 = 0$ $x^{2} - 2x - 35 = 0$ $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - (-35)} = 1 \pm 6$ $x_{1} = -5 x_{2} = 7$	4		
	b)	$\frac{x-7}{x} = \frac{14}{3}$ $3(x-7) = 14x$ $3x-21 = 14x$ $-11x = 21$ $x = -\frac{21}{11}$	4		
	c)	$x^{\frac{2}{3}} = 4$ $x = 8$	1	2	
3	Der S	cheitelpunkt ist $(-3 -4)$ und daher gehört der Graph D zur Funktion f .	2	2	
4	K: Ko	opfschmerzen 0,5 = 0,2 der Patienten des Arztes sind erst nach Einnahme von Mittel A <u>und</u> 1 B schmerzfrei.	2	3	
		Insgesamt 34 BWE	20	11	3

sÜ2-Ma-LM Seite 20 von 29

Aufgabe II: Ein Mathematiker in Hamburg

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
			II	III
a)	$\tan 50^{\circ} = \frac{h}{100 + 11,5}$ $h = 111,5 \cdot \tan 50^{\circ}$ $h = 132,880$			
	Der Messwert für die Höhe des "Michel" beträgt ca. 133 m.		6	
b)	$\frac{132,88-132}{132} \approx 0,0067 = 0,67 \% < 1 \%.$	2		
	Hinweis : Sehr guter Wert, zumal die 132 m sicher auch gerundet sind.	3		
c)	$\gamma = 180^{\circ} - (3^{\circ} + 46^{\circ} + 122^{\circ}) = 9^{\circ}$ $\delta = 180^{\circ} - (4^{\circ} + 46^{\circ} + 122^{\circ}) = 8^{\circ}$	3		
d)	Anwendung des Sinussatzes liefert: $ \frac{\left MP_{1}\right }{\sin 49^{\circ}} = \frac{700}{\sin 9^{\circ}} $ $ \left MP_{1}\right = \frac{700 \cdot \sin 49^{\circ}}{\sin 9^{\circ}} $ $ \left MP_{1}\right = 3377,11 \approx 3377 $		5	
e)	Mit dem Kosinussatz folgt: $ P_1P_2 ^2 = MP_1 ^2 + MP_2 ^2 - 2 \cdot MP_1 \cdot MP_2 \cdot \cos 4^\circ$ $ P_1P_2 ^2 = 3377^2 + 3618^2 - 2 \cdot 3377 \cdot 3618 \cdot \cos 4^\circ$ $ P_1P_2 ^2 = 117605,79$ $ P_1P_2 = 342,93$ Der berechnete Näherungswert für den Abstand der beiden Pfeiler beträgt also ca. 343 m.			5
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

sÜ2-Ma-LM Seite 21 von 29

Aufgabe III: Messbecher

a) $\tan 15^\circ = \frac{r}{25}$ $r = 25 \cdot \tan 15^\circ$ $r = 6,698$ Der Radius der Kegelöffnung beträgt also ca. 6,7 cm. 3 b) $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi \cdot 6,7^2 \cdot 25}{3}$ $V = 1174,771$ Das Volumen des Kegels beträgt ca. 1 175 cm ³ . 2 c) Das Volumen eines Kegels vergrößert sich bei festem Verhältnis von r zu h mit h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V \approx 147$ cm ³ . oder: Zur halben Höhe gehört $r_2 = \frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2 = \frac{\pi \cdot (\frac{r}{2})^2 \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{8} \cdot V \approx 147$. oder: Mit $h_2 = 12,5$ cm gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^\circ = \frac{r}{12,5}$		Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
tan $15^{\circ} = \frac{1}{25}$ $r = 25 \cdot \tan 15^{\circ}$ $r = 6,698$ Der Radius der Kegelöffnung beträgt also ca. 6,7 cm. 3 b) $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi \cdot 6,7^2 \cdot 25}{3}$ $V = 1174,771$ Das Volumen des Kegels beträgt ca. 1 175 cm ³ . 2 c) Das Volumen eines Kegels vergrößert sich bei festem Verhältnis von r zu h mit h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V \approx 147$ cm ³ . oder: Zur halben Höhe gehört $r_2 = \frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2 = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{8} \cdot V \approx 147$. oder: Mit $h_2 = 12,5$ cm gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^{\circ} = \frac{r}{12,5}$				II	III	
b) $V=\frac{\pi\cdot r^2\cdot h}{3}$ $V=\frac{\pi\cdot 6,7^2\cdot 25}{3}$ $V=1174,771$ Das Volumen des Kegels beträgt ca. 1 175 cm³. 2 2 c) Das Volumen eines Kegels vergrößert sich bei festem Verhältnis von r zu h mit h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V\approx 147$ cm³. oder: Zur halben Höhe gehört $r_2=\frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2=\frac{\pi\cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2\cdot \frac{h}{2}}{3}=\frac{\pi\cdot \frac{r^2}{4}\cdot \frac{h}{2}}{3}=\frac{1}{8}\cdot \frac{\pi\cdot r^2\cdot h}{3}=\frac{1}{8}\cdot V\approx 147$. oder: Mit $h_2=12,5$ cm gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^\circ=\frac{r}{12,5}$	a)	$r = 25 \cdot \tan 15^{\circ}$				
$V = 1174,771$ Das Volumen des Kegels beträgt ca. 1 175 cm ³ . 2 c) Das Volumen eines Kegels vergrößert sich bei festem Verhältnis von r zu h mit h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V \approx 147$ cm ³ . oder: Zur halben Höhe gehört $r_2 = \frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2 = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{8} \cdot V \approx 147$. oder: Mit $h_2 = 12,5$ cm gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^\circ = \frac{r}{12,5}$		Der Radius der Kegelöffnung beträgt also ca. 6,7 cm.	3			
h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V \approx 147 \text{ cm}^3$. oder: Zur halben Höhe gehört $r_2 = \frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2 = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^2 \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{\pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2}}{3} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{8} \cdot V \approx 147$. oder: Mit $h_2 = 12,5$ cm gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^\circ = \frac{r}{12,5}$	b)	V = 1174,771	2			
$r = 3,349 \approx 3,35$ und damit analog Aufgabenteil b) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3,35^2 \cdot 12,5 = 146,902 \approx 147.$	c)	h wie h^3 . Mit der Halbierung von h ist also eine Achtelung des Volumens verbunden, also $V\approx 147~{\rm cm}^3$. oder: Zur halben Höhe gehört $r_2=\frac{r}{2}$. Für die Wassermenge ergibt sich damit $V_2=\frac{\pi\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2\cdot\frac{h}{2}}{3}=\frac{\pi\cdot\frac{r^2}{4}\cdot\frac{h}{2}}{3}=\frac{1}{8}\cdot\frac{\pi\cdot r^2\cdot h}{3}=\frac{1}{8}\cdot V\approx 147$. oder: Mit $h_2=12,5~{\rm cm}$ gilt analog Aufgabenteil a): $\tan 15^\circ=\frac{r}{12,5}$ $r=12,5\cdot \tan 15^\circ$ $r=3,349\approx 3,35$ und damit analog Aufgabenteil b)				

sÜ2-Ma-LM Seite 22 von 29

	Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung	
			II	III
d)	Skala 2 ist richtig.			
	Skala 1 kann es nicht sein, da sie offensichtlich linear verläuft, aber $V \sim h^3 \sim s^3$ also $s \sim \sqrt[3]{V}$. (Die Begründung der Nichtlinearität kann auch ohne Verwendung der Formeln			
	geschehen).			
	Die Unterscheidung von Skala 2 und 3 kann aufgrund der in c) berechneten Werte gelingen: Skala 3 liefert bei halber Mantellinie einen Wert zwischen 250 cm³ und 500 cm³, während Skala 2 den berechneten Wert von etwa 150 cm³ ergibt.			2
e)	Gesucht ist die Mantelfläche des Kegels:			
	$M = \pi \cdot r \cdot s$			
	Es gilt: $\cos 15^\circ = \frac{25}{s}$ und damit $s = \frac{25}{\cos 15^\circ} = 25,881$			
	$M = \pi \cdot r \cdot 25,881 = 544,676$			
	Die Mantelfläche des Kegels beträgt ca. 545 cm ² .	3	2	
f)	Die Halbkugel hat die Oberfläche $2 \cdot \pi \cdot r^2$,			
	die ausgeschnittene Kappe hat die Oberfläche $2 \cdot \pi \cdot r^2 (1 - \cos 15^\circ)$, wobei $r = 25 \cdot \tan 15^\circ \approx 6,7 \text{ (vgl. a)}$).			
	Die gesuchte Fläche ist die Differenz:			
	$2 \cdot \pi \cdot r^2 - 2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot (1 - \cos 15^\circ) =$			
	$2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \cos 15^\circ = 272,441$			
	Der Oberflächeninhalt der Halbkugel, aus der das Loch herausgeschnitten wurde, beträgt ca. 272 cm ² .		2	2
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

sÜ2-Ma-LM Seite 23 von 29

Weitere Informationen zu Aufgabe d) als Hinweise für die Lehrkraft:

Es gilt für das Kegelvolumen: $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot r^2$

m bezeichne die Länge der zugehörigen Mantellinie.

Zunächst substituieren wir r^2 durch $m^2 - h^2$, also $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi \cdot (m^2 - h^2)$.

Weiterhin gilt: $\cos(15^\circ) = \frac{h}{m}$, also $h = m \cdot \cos(15^\circ)$, damit substituieren wir weiter:

$$V = \frac{1}{3} \cdot m \cdot \cos 15^{\circ} \cdot \pi \cdot \left(m^2 - \left(m \cdot \cos 15^{\circ} \right)^2 \right)$$
$$= \frac{\pi}{3} \cdot \cos 15^{\circ} \left(1 - \left(\cos 15^{\circ} \right)^2 \right) \cdot m^3$$
$$= \frac{\pi}{48} \cdot \left(\sqrt{6} - \sqrt{2} \right) \cdot m^3$$

Löst man diese Gleichung nach m auf, erhält man:

$$m = \sqrt[3]{\frac{12\left(\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)}{\pi} \cdot V}$$

Tabelliert man diese Funktionalität für die betrachteten Werte, erhält man:

V [ml]	<i>m</i> [cm]
0	0
100	11,39
250	15,45
500	19,47
750	22,29
1000	24,53

Diese Werte von m wurden in "Skala 2" als y-Skala über einem konstanten x-Wert aufgetragen.

sÜ2-Ma-LM Seite 24 von 29

Aufgabe IV: Leuchtkugeln

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
				III
a)	• $h_I(1) = 70 \text{ m}, h_I(3) = 70 \text{ m}, h_I(5) = 30 \text{ m}.$ • $h(t)$ • $h_I(t)$ • h_I			
	• Da $h_I(1) = h_I(3)$, liegt der Scheitel an der Stelle 2. Es gilt: $h_I(2) = 75$. Die maximale Höhe von Kugel 1 beträgt demnach 75 m.	4	4	
b)				
		3	6	

sÜ2-Ma-LM Seite 25 von 29

	Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
			II	III	
c)	Kugel 2 in b) wird mit $v_0 = 30$ m/s aus einer Höhe von 35 m geworfen und bleibt 7 Sekunden in der Luft. Wenn die Behauptung wahr wäre, müsste eine Kugel 3, die aus 35 m Höhe mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 60$ m/s geworfen wird, genau 14 Sekunden in der Luft bleiben.				
	Für $h_3(t) = 35 + 60t - 5t^2$ wäre dann $h_3(14) = 0$. Es gilt aber $h_3(14) = -105$. Also ist die Behauptung falsch.				
	Andere Begründungen sind möglich.			5	
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5	

sÜ2-Ma-LM Seite 26 von 29

Aufgabe V: Berufsausbildung

		Lösungsskizze				uordnu ewertu	
		Zosungssmzze				II	III
a)	$\frac{522}{4000} \cdot 360^{\circ} \approx 47,0^{\circ}, \text{ einzuze}$	eichnen mit einer Ger	nauigkeit von 2°:				
	Befra	agte mit Berufsausb	ildung				
	(Fach-) Hochschulreife Realschul- abschluss		Haupt absc	schul- hluss			
					2	2	
b)	Unter den Befragten haben 190 + 2078 = 2268 Personen als Schulabschluss der Realschulabschluss. Davon sind 2078 mB.						
	$p\left(\mathbf{mB} \mid \mathbf{RA}\right) = \frac{2078}{2268} \text{ bzw. } p\left(\mathbf{mB} \mid \mathbf{RA}\right) \approx 0.916 \approx 92\%$					2	
c)							
		ohne Abschluss (oA)	mit Abschluss (mA)	Summe			
	ohne Berufsausbildung (oB)	100	900	1000			
	mit Berufsausbildung (mB)	80	3920	4000			
	Summe	180	4820	5000	4		

sÜ2-Ma-LM Seite 27 von 29

	Lösungsskizze		Zuordnun Bewertun	
			II	III
d1)	• Dass unter den Befragten mB nur ca. 2% keinen Abschluss haben, hängt u.a. damit zusammen, dass <i>insgesamt</i> unter den Befragten nur ein kleiner Teil (3,6 %) ohne Abschluss war. Diese 3,6 % sind allerdings auch nicht sehr aussagekräftig, weil ja der weitaus größere Teil der Untersuchten (4000 gegen 1000) eine Berufsausbildung hat. Sinnvoller wäre es, die 2 % zu vergleichen mit dem (zwar größeren aber absolut auch kleinen) Wert von 10 % derjenigen Personen mit Berufsausbildung, die keinen Schulabschluss haben.			
	• Solche Feststellungen aus statistischen Daten belegen keine kausalen Zusammenhänge. Eine These, die offenbar Misserfolge in der Schule zurückführt auf spätere Erfahrungen in der Berufsausbildung, ist unsinnig. Das Umgekehrte zu untersuchen, wäre sinnvoller (vgl. d2).			
	• Wenn alle Befragten einen Schulabschluss hätten, würde die "Logik" des Reporters noch absurder, dann könnte er nämlich ebenso feststellen: "Unter den Erwerbstätigen ohne Berufsausbildung haben alle einen Schulabschluss. Das zeigt, dass man mit Schulabschluss kaum Chancen hat, einen Ausbildungsplatz zu bekommen."			
	Weitere sinnvolle Argumente sind möglich. Jedes andere überzeugende Argument kann zur vollen Punktzahl führen.		5	
d2)	Unter den Personen mit Schulabschluss haben nur 19 % keine Berufsausbildung, wohingegen unter den Personen ohne Schulabschluss 56 % keine Berufsausbildung haben. Das ist ein deutlicher Unterschied. Wenn man bei allen Personen den Willen zu einer Berufsausbildung unterstellt, dann könnte man mit den Daten eine Vermutung vorsichtig bestätigen, dass es offenbar ohne Abschluss erheblich schwerer ist, einen Ausbildungsplatz zu bekommen bzw. eine Ausbildung erfolgreich abzuschließen.			5
	Insgesamt 22 BWE	8	9	5

sÜ2-Ma-LM Seite 28 von 29

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6

sÜ2-Ma-LM Seite 29 von 29