Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2009/2010

9. Juni 2010

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz – ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner und ohne Formelblatt) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel (im 2. Prüfungsteil): Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelblatt, Schreib- und Zeichengeräte, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V**).
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile (**Aufgabe I** sowie die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben**) ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt in die Hand. Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten kann gewährt werden.
  Die Aufgabe I ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I seinen Taschenrechner und das Formelblatt und bearbeitet die von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben auf Extrablättern.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteil der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2010 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		

Realschulabschlussprüfung 2010 **Zweitkorrektor**

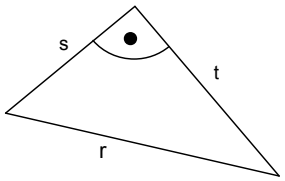
Fach: Mathematik

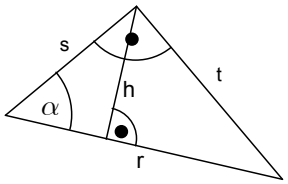
Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner (34P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt.

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	70 007 g =	0,70007 kg	7,0007 kg	70,007 kg	700,07 kg	
b)	$0{,}020 \cdot 5 =$	0,1	1,0	0,01	0,001	
c)	10 h =	360 s	18 000 s	3 600 s	36 000 s	
d)	Die Hälfte von $\frac{1}{4}$ h sind	5 min	7,5 min	10 min	12,5 min	
e)	Der 10. April 2010 ist bereits der … des Jahres 2010.	50.Tag	100.Tag	150.Tag	200.Tag	
f)	In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:	Die Summe der Innenwinkel beträgt 170°.	Die längste Seite liegt dem rechten Winkel gegenüber.	Mindestens ein Winkel ist stumpf.	Die Summe von 2 Seitenlängen ist genauso lang wie die 3. Seite.	
g)	Welche der nebenstehenden Zahlen ist die kleinste?	$\frac{3}{2}$	1,54	$1{,}5^2$	$\sqrt{3{,}24}$	
h)	1,7 Milliarden =	1 700 000	$17 \cdot 10^6$	170 000 000	$1{,}7 \cdot 10^9$	
i)	Ein Dreiecksprisma hat	6 Kanten	7 Kanten	8 Kanten	9 Kanten	
j)	Nach dem Satz des Pythagoras gilt … 	$s^2 - r^2 = t^2$	$r^2 - s^2 = t^2$	$t^2 - s^2 = r^2$	$r^2 + t^2 = s^2$	
k)	Ein gleichseitiges Dreieck hat …	3 Spiegelachsen	2 Spiegelachsen	1 Spiegelachse	0 Spiegelachsen	
l)	30 % eines Geldbetrages sind 90 €, dann sind 100 % …	180 €	200 €	240 €	300 €	
m)	Die Gleichung $1{,}5x - 12 = 0$, hat die Lösung	$x = 0$	$x = 6$	$x = 8$	$x = -8$	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
n)	Das Ergebnis der Rechnung $12 \cdot 0{,}89 + 24 \cdot 0{,}5 + 2{,}45$ beträgt ungefähr	15	20	25	30	
o)	0,001 =	1 %	0,1 %	10 %	0,01 %	
p)	Welche der nebenstehenden Funktionsgleichungen hat eine Gerade als Graph?	$y = 2x^3$	$y = 2x^2$	$y = 2x + 1$	$y = \frac{2}{x}$	
q)	Aus welchen Angaben lässt sich <u>kein</u> Dreieck konstruieren?	$\alpha = 50°$; $\beta = 80°$, $c = 7$ cm	$\beta = 110°$; $\gamma = 60°$; $a = 40$ cm	$a = 7$ cm, $c = 5$ cm, $b = 4$ cm.	$a = 6$ cm, $b = 3$ cm, $c = 9$ cm.	
r)	Der Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Grundlinie g und der zugehörigen Höhe h_g beträgt 18 cm². Welche Längen könnten zu diesem Dreieck gehören?	$g = 6$ cm $h_g = 6$ cm	$g = 6$ cm $h_g = 3$ cm	$g = 12$ cm $h_g = 6$ cm	$g = 9$ cm $h_g = 9$ cm	
s)	Der Maßstab einer Landkarte ist angegeben mit 1 : 25 000. Das bedeutet:	1 cm auf der Karte sind 25 000 km in der Wirklichkeit	1 cm auf der Karte sind 25 000 m in der Wirklichkeit	1 mm auf der Karte sind 25 000 cm in der Wirklichkeit	1 cm auf der Karte sind 250 m in der Wirklichkeit	
t)	Ein Zug fährt gleichmäßig 80 km/h. Welche Strecke legt er in 150 min zurück?	150 km	120 km	200 km	240 km	
u)	 tan α = …	$\frac{s}{h}$	$\frac{t}{r}$	$\frac{h}{s}$	$\frac{t}{s}$	
v)	Welche Gleichung ist falsch?	$\sqrt{100} = \sqrt{36} + 4$	$\frac{10^4}{10^3} = 100$	$10^{-3} = 0{,}001$	$2^5 = 2^2 \cdot 2^3$	

2. In einem Behälter befinden sich 8 gleichfarbige Kugeln, die mit den Zahlen von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 beschriftet sind. Eine Kugel wird verdeckt gezogen.

   a) Gib jeweils die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A und B an:

   A: „Es wird eine Kugel mit einer ungeraden Zahl gezogen." $\Rightarrow$ $p(\text{A}) =$ ……

   B: „Es wird eine Kugel mit einer Zahl kleiner als 10 gezogen." $\Rightarrow$ $p(\text{B}) =$ ……

   b) Gib ein Ereignis C an, so dass gilt: $p(\text{C}) = \frac{1}{4}$.

   _____

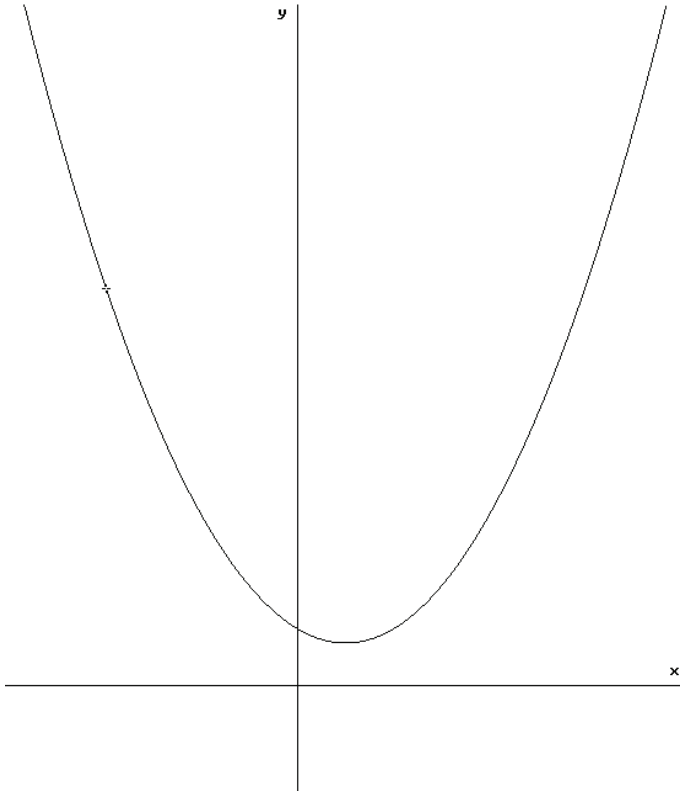
3. Ein Betrag von 1 500 € wird Anfang des Jahres bei einer Bank angelegt. Der Kunde erhält dafür 4 % Zinsen. Berechne das Guthaben am Ende des Jahres.

4. Bestimme die Lösung der Gleichung $11x - 1 = 43 - \frac{1}{2}(x - 4)$.

5. Gegeben ist die Funktionsgleichung: $f(x) = x^2 - x + 1$.

   a) Entscheide durch rechnerischen Nachweis, ob der Punkt $P(-2/6)$ auf dem Graphen der Funktion *f* liegt.

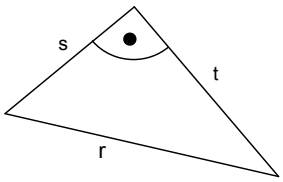
   b) Für welche Werte von *x* liegt der Punkt *Q* (*x* / 1) auf dem Graphen der Funktion *f*?

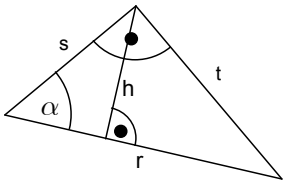


Rechnung zu a)

Rechnung zu b)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Lösungsbuchstabe**	I	II	III
a)	70 007 g =	70,007 kg	**C**	1		
b)	$0{,}020 \cdot 5 =$	0,100	**A**	1		
c)	10 h =	36 000 s	**D**	1		
d)	Die Hälfte von $\frac{1}{4}$ h sind	7,5 min	**B**	1		
e)	Der 10. April 2010 ist bereits der … des Jahres 2010.	100.Tag	**B**	1		
f)	In jedem rechtwinkligen Dreieck gilt:	Die längste Seite liegt dem rechten Winkel gegenüber.	**B**	1		
g)	Welche der nebenstehenden Zahlen ist die kleinste?	$\frac{3}{2}$	**A**	1		
h)	1,7 Milliarden =	$1{,}7 \cdot 10^9$	**D**		1	
i)	Ein Dreiecksprisma hat	9 Kanten	**D**		1	
j)	Nach dem Satz des Pythagoras gilt … 	$r^2 - s^2 = t^2$	**B**		1	
k)	Ein gleichseitiges Dreieck hat …	3 Spiegelachsen	**A**		1	
l)	30 % eines Geldbetrages sind 90 €, dann sind 100 % …	300 €	**D**		1	
m)	Die Gleichung $1{,}5x - 12 = 0$, hat die Lösung	$x = 8$	**C**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Lösungsbuchstabe**	I	II	III
n)	Das Ergebnis der Rechnung $12 \cdot 0{,}89 + 24 \cdot 0{,}5 + 2{,}45$ beträgt ungefähr	25	**C**		1	
o)	0,001 =	0,1 %	**B**		1	
p)	Welche der nebenstehenden Funktionsgleichungen hat eine Gerade als Graph?	$y = 2x + 1$	**C**		1	
q)	Aus welchen Angaben lässt sich <u>kein</u> Dreieck konstruieren?	$a = 6\,\text{cm}$, $b = 3\,\text{cm}$, $c = 9\,\text{cm}$.	**D**		1	
r)	Der Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Grundlinie *g* und der zugehörigen Höhe h_g beträgt 18 cm². Welche Längen könnten zu diesem Dreieck gehören?	$g = 6$ cm $h_g = 6$ cm	**A**		1	
s)	Der Maßstab einer Landkarte ist angegeben mit 1 : 25 000. Das bedeutet:	1 cm in der Karte sind 250 m in der Wirklichkeit	**D**		1	
t)	Ein Zug fährt gleichmäßig 80 km/h. Welche Strecke legt er in 150 min zurück?	200 km	**C**		1	
u)	 tan $\alpha = \ldots$	$\frac{t}{s}$	**D**			1
v)	Welche Gleichung ist falsch?	$\frac{10^4}{10^3} = 100$	**B**			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	Mögliche Ergebnisse beim einmaligen Ziehen sind: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, also insgesamt 8 verschiedene Ergebnisse. a) Von diesen 8 möglichen Ergebnissen gehören 4 verschiedene Ergebnisse zum Ereignis A = „ungerade Zahl"; also ist die Wahrscheinlichkeit $p(\mathrm{A}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.		1	
	b) Dies ist das sichere Ereignis, d.h. bei jedem Ziehen einer Kugel tritt dieses Ereignis ein: p(B) = 1		1	
	c) Mögliche Ereignisse wären z.B.: C = „Es wird eine durch 4 teilbare Zahl gezogen" oder C = „Es wird eine Zahl größer als 6 gezogen" oder andere Ereignisse, die genau 2 mögliche verschiedene Ergebnisse beim einmaligen Ziehen dieser 8 Kugeln haben.			1
3.	4 % von 1500 = $0{,}04 \cdot 1500 = 60$. 1500 + 60 = 1560. Nach einem Jahr hat der Kunde 1560 € auf dem Konto.		2	
4.	$11x - 1 = 43 - \frac{1}{2}(x-4)$ $22x - 2 = 86 - (x-4)$ $22x - 2 = 86 - x + 4$ $22x - 2 = 90 - x$ $23x = 92$ $x = 4$ Die Gleichung hat die Lösung $x = 4$.		2	2
5.	a) $f(-2) = (-2)^2 - (-2) + 1 = 4 + 2 + 1 = 7 \neq 6$, d.h. der Punkt $A(-2/6)$ liegt <u>nicht</u> auf dem Graphen.		1	
	b) Gesucht sind die Werte x, für die gilt: $1 = x^2 - x + 1$. $1 = x^2 - x + 1$ $x^2 - x = 0$ $x \cdot (x-1) = 0$ $x_1 = 0$ $x_2 = 1$ Die Punkte $Q_1(0/1)$ und $Q_2(1/1)$ liegen auf dem Funktionsgraphen.		2	
	Insgesamt 34 BWE	7	22	5

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Name: _____ Klasse: _____

Die Ostseepipeline (22P)

Deutschland und Russland beschlossen im Jahre 2005, eine Pipeline für russisches Erdgas durch die Ostsee zu bauen.

Die am Meeresgrund verlaufende Pipeline ist eine 1223 km lange Stahlröhre, die mit Beton verkleidet ist.

Die Pipeline besteht aus einzelnen Teilrohren, die zusammengeschweißt werden. Jedes Teilrohr hat eine Länge von 13 m.

a) Bestimme die Anzahl der Röhren, die für die gesamte Pipeline mindestens benötigt werden. (3P)

b) Berechne die maximale Liefermenge in m³ pro Tag, wenn pro Sekunde 872 m³ Gas durch die Pipeline geleitet werden können. (3P)

Der Innendurchmesser der Pipeline beträgt 1 150 mm. Die Hülle aus Stahl hat eine Dicke von 30 mm.

c) Skizziere den Querschnitt einer Röhre mit den Maßen aus dem Text. (2P)

d) Bestimme das Gewicht einer solchen 13 m langen Röhre, wenn 1 m³ Stahl ca. 7,86 Tonnen wiegt. (5P)

Der Gesamtenergiebedarf in Deutschland betrug im Jahre 2005 (Angaben gerundet) 485 Mio. t Steinkohleeinheiten (SKE), der gedeckt wurde durch:

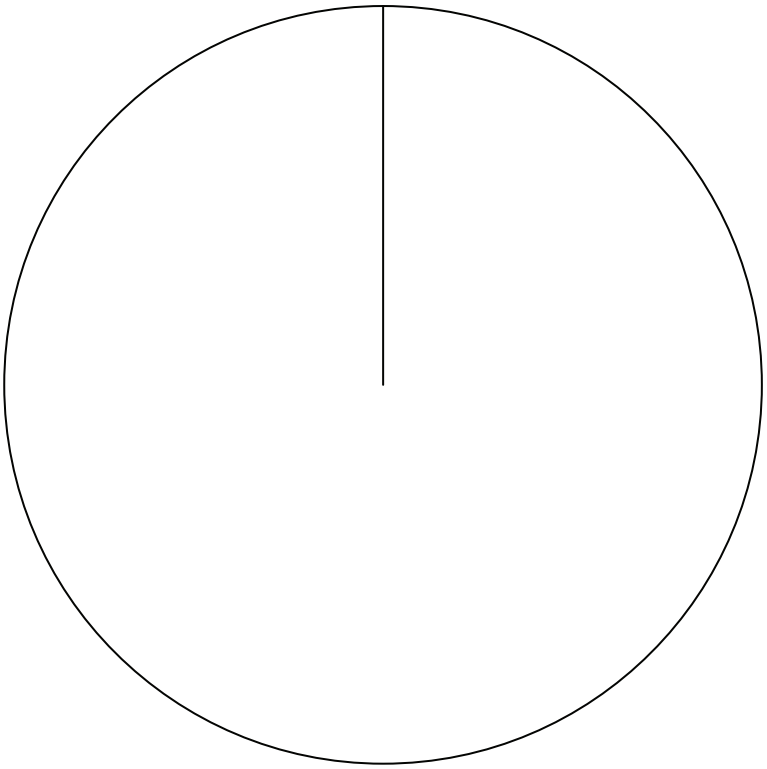
Mineralöl	175 Mio. t SKE
Erdgas	110 Mio. t SKE
Erneuerbare Energien	22 Mio. t SKE
Kohle	117 Mio. t SKE
Kernenergie	61 Mio. t SKE

e) Zeichne ein Kreisdiagramm (siehe Anlage), das die Anteile der einzelnen Energieträger für das Jahr 2005 verdeutlicht. (6P)

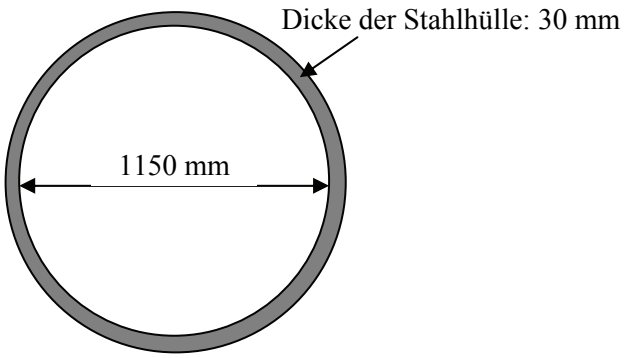
f) Beurteile mithilfe der Daten aus Aufgabenteil e) die Bedeutung von Erdgas für die deutsche Energieversorgung. (3P)

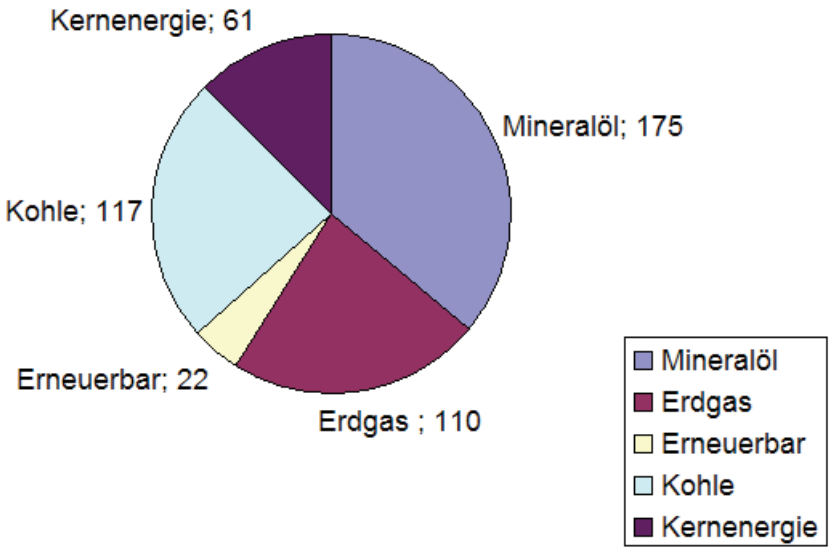
Anlage zur Aufgabe „Die Ostseepipeline“

Energie



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	1 223 km = 1 223 000 m 1 223 000 : 13 $\approx$ 94 076,923 Es werden mindestens 94 077 Röhren benötigt.	 3		
b)	1 Tag = 24 h = 1 440 min = 86 400 s 86400 · 872 = 75 340 800 Pro Tag können 75 340 800 m³ Gas durch die Pipeline geleitet werden.	1 1 1		
c)	 Erstellung der Skizze Vollständigkeit der gegebenen Maße in der Skizze.	 1 1		
d)	$r_1 = 0{,}605$ m , $r_2 = 0{,}575$ m $V_{Röhre} = V_{Zylinder1} - V_{Zylinder2}$ $= 13 \cdot \pi\left(r_1^2 - r_2^2\right)$ $\approx 1{,}445...$ Gewicht: 1,445… · 7,86 = 11,3636… Eine Röhre wiegt ungefähr 11 364 kg (11,364 t).		2 1 1 1	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	$360° \triangleq 485\ t \Leftrightarrow 1° \triangleq (485:360)t = 1{,}3472...t \approx 1{,}347\,t$ Mineralöl: 175 t $\triangleq$ 130° Erdgas: 110 t $\triangleq$ 82° erneuerbare Energie: 22 t $\triangleq$ 16° Kohle: 117 t $\triangleq$ 87° Kernenergie: 61 t $\triangleq$ 45°  Toleranz: $\pm 1°$.		6	
f)	Mögliche Aussagen: • Erdgas war 2005 nach Mineralöl und Kohle einer der wichtigsten Energieträger Deutschlands. • Fast ein Viertel der Energie Deutschlands stammt aus Erdgas. • Ein sicherer Transport von Erdgas ist wichtig für Deutschland.			3
	Insgesamt 22 BWE	8	11	3

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Name: _____ Klasse: _____

HighFlyer (22P)

An den Deichtorhallen in Hamburg gibt es einen Ballon, der mit Helium gefüllt ist und der an einer Seilwinde am Boden befestigt ist. Da Helium leichter ist als Luft, steigt der Ballon mit einer Gondel für 30 Besucher an einem 150 m langen Seil in die Höhe. Besucher und Touristen können so bei gutem Wetter und Windstille den Ausblick über die Stadt Hamburg genießen.

Kinder und Jugendliche müssen 10 € und Erwachsene 15 € für eine Fahrt mit dem Ballon bezahlen. Für eine Gruppe ab 15 Personen gibt es einen Rabatt von 15 %.

a) Eine Klasse mit 27 Schülerinnen und Schülern und 2 Lehrern macht einen Ausflug zum Fesselballon und bucht eine Fahrt.
- Berechne, wie viel die Gruppe bezahlen muss.
- Berechne anschließend, wie viel jeder Einzelne bezahlen muss, wenn jeder Teilnehmer gleich viel bezahlen soll. (5P)

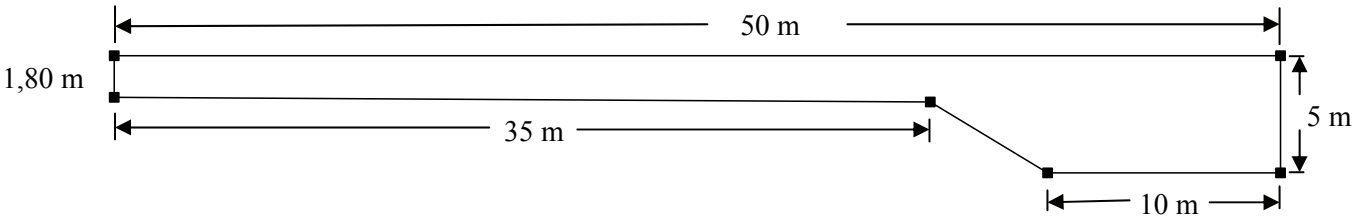
b) Der Ballonbetreiber bietet 1 520 m² auf der Oberfläche des Ballons als Werbefläche an. Bestimme den Oberflächeninhalt des Ballons und beurteile durch Vergleich mit den obigen Abbildungen, ob das Hamburger Abendblatt diese maximale Werbefläche voll ausnutzt (Ballondurchmesser $d = 23$ m). (4P)

Der Ballonbetreiber schreibt im Internet:

> *„Obwohl Fesselballons zu den ältesten Fluggeräten zählen, ist der HighFlyer ein Wunderwerk moderner Technik. Mit **23 Metern Durchmesser** hat der Ballon ein **Volumen von 6400 Kubikmetern**, also etwa zweimal so viel wie der Inhalt des Sportschwimmbeckens der Alster-Schwimmhalle!“*

c) Berechne das Volumen des Ballons mit Hilfe des gegebenen Durchmessers und vergleiche mit der Angabe des Ballonbetreibers im Internet. (3P)

Das Sportschwimmbecken der Alsterschwimmhalle ist 50 m lang und 25 m breit. Die weiteren Maße zur Tiefe des Beckens sind im nachfolgenden Längsschnitt gegeben.

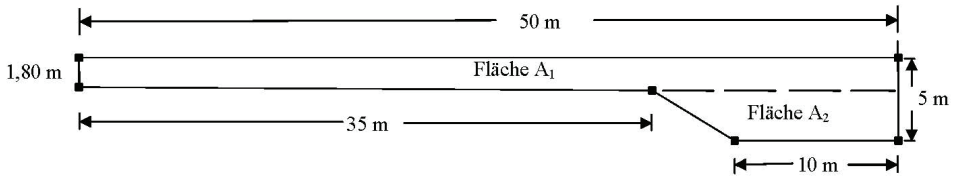


d) Entscheide, ob die Aussage *„Das Volumen des Ballons ist etwa zweimal so groß wie der Inhalt des Sportschwimmbeckens der Alster-Schwimmhalle!“* zutrifft! (6P)

An einer späteren Stelle auf seiner Internetseite gibt der Ballonbetreiber ein Volumen von 5 570 m³ für den Ballon an.

e) Bestimme für dieses Volumen den Durchmesser des Ballons und interpretiere die Abweichung zwischen beiden Volumenangaben. (4P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	Preis für die Klasse, wenn jeder den Normalpreis für Jugendliche bzw. Erwachsene bezahlen muss:			
	$27 \cdot 10\,€ + 2 \cdot 15\,€ = 300\,€$	1		
	Auf diesen Preis gibt es ein Gruppenermäßigung von 15 %:			
	$300\,€ \cdot 0{,}85 = 255\,€$	1		
	Die Gruppe muss für die Ballonfahrt 255 Euro bezahlen.	1		
	Wenn alle gleichviel bezahlen sollen, ergibt sich folgende Rechnung:			
	255 € : 29 = 8,7931…€	1		
	Bei gleichem Preis für alle muss jeder 8,80 € bezahlen.	1		
b)	Kugeloberfläche:			
	$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$			
	$O = 4 \cdot \pi \cdot 11{,}5^2 = 1\,661{,}902...$			
	Die Oberfläche des kugelförmigen Ballons beträgt also fast 1 662 m².		1	
	Die Werbefläche in Prozent ausgedrückt, beträgt $\frac{1520}{1661{,}9} = 0{,}9146... \approx 91{,}5\,\%$.	1		
	Fast 91,5 % der Oberfläche des Ballons kann als Werbefläche genutzt werden.			
	Im Vergleich mit den Abbildungen wird ersichtlich, dass der Werbestreifen rund um die Kugel deutlich weniger als 91,5 % der Ballonoberfläche bedeckt.		1	
	Die maximale Werbefläche wird also nicht genutzt.		1	
c)	Der Ballon wird als Kugel angenommen. Sein Volumen beträgt			
	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 11{,}5^3 = 6\,370{,}626...$			
	Das angegebene Volumen von 6 400 m³ stimmt recht gut mit dem berechneten Wert überein.		3	
d)	Das Volumen des Schwimmbeckens errechnet sich aus dem Produkt der Längsschnittfläche und der Breite des Beckens.			
	Die Längsschnittfläche lässt sich auf unterschiedliche Weise in Teilflächen unterteilen, z. B.			
			1	1

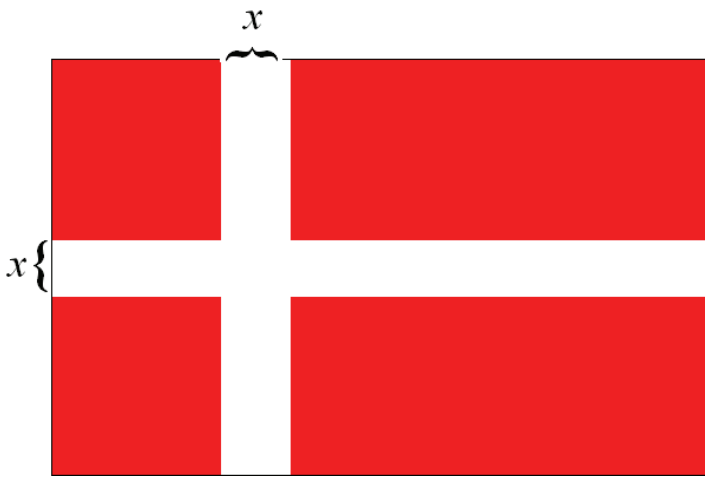
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Für den Flächeninhalt der Fläche A_1 gilt: $A_1 = 1{,}80 \cdot 50 = 90$		1	
	Für den Flächeninhalt der Fläche A_2 gilt: $A_2 = \frac{15+10}{2} \cdot 3{,}20 = 40$		1	
	(denn das Trapez hat die Grundseitenlänge 10 m und die dazu parallele Seitenlänge 50 m – 35 m = 15 m, sowie die Höhe von 5 m – 1,80 m = 3,20 m).			
	Volumen des Schwimmbeckens:			
	$V_{Schwimmbecken} = (90+40) \cdot 25 = 3\,250$			
	Das Schwimmbecken hat ein Volumen von 3 250 m^3.		1	
	Da $3250 \cdot 2 = 6500 \approx 6370$, trifft die Aussage des Ballonbetreibers in etwa zu.		1	
	Werden die Daten etwas kritischer betrachtet, so ist auch eine Bewertung wie „etwas übertrieben“ oder „trifft nicht ganz zu“ zulässig.			
e)	$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 5570$			
	$r^3 = \frac{3 \cdot 5570}{4 \cdot \pi}$			
	$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5570}{4 \cdot \pi}}$			
	$r = 10{,}996... \approx 11$			
	Eine Kugel mit einem Volumen von 5570 m^3 hat einen Durchmesser von ca. 22 m.		2	
	Die Abweichung könnte sich erklären durch			
	• ungenaue Messung bei der Feststellung des Kugeldurchmessers			
	• der Ballon hat keine ideale Kugelform			
	• unterschiedliche Befüllungen des Ballons mit Gas			
	• unterschiedliche Temperaturen und die damit verbundene Ausdehnung des Kugelvolumens			2
	Insgesamt 22 BWE	6	13	3

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Name: _____ Klasse: _____

Flaggen (22P)

Für die Heimspiele der Fußball-Nationalmannschaft bieten Fanshops Länderflaggen an. Die Flaggen haben die Abmessungen 150 cm x 113,3 cm.



a) Berechne den Flächeninhalt einer solchen Flagge in m^2. (3P)

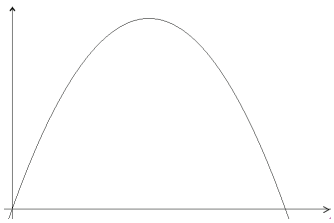
b) Dänische Fans möchten ein Riesenexemplar ihrer Nationalflagge nähen (siehe nebenstehende Abbildung). Die lange Seite soll 9 m lang sein. Zeige, dass für diese Riesenflagge die Länge der kurzen Seite dann etwa 6,80 m betragen muss. (3P)

c) Björn hat folgenden Term für die Berechnung des Flächeninhalts der <u>weißen</u> Stoffbahnen der dänischen Riesenflagge aufgestellt: $9x - x^2 + 6{,}8x$.
Dabei bezeichnet x die Breite der beiden weißen Streifen in m.
Begründe, dass der Term richtig ist. (3P)

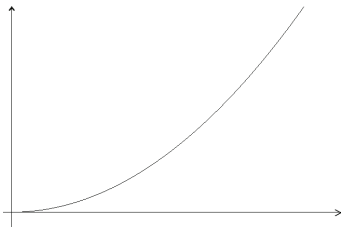
d) Kira hat dagegen folgenden Term aufgestellt: $(-1)\cdot(x^2 - 15{,}8x)$.
Zeige, dass ihr Term zu dem von Björn gleichwertig ist. (2P)

e) Damit die Proportionen stimmen, hat Kira auch ausgerechnet, dass für die Riesenflagge 14,8 m² Stoff <u>für die weißen Streifen</u> benötigt werden. Berechne, von welcher Streifenbreite x sie dabei ausgegangen ist. (5P)

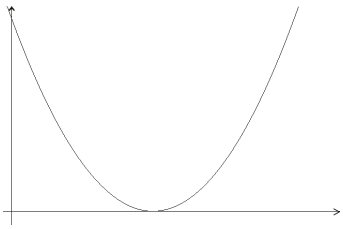
f) Begründe, welcher der drei nachfolgenden Graphen zu Björns bzw. Kiras Term passt und welcher nicht.
Bestimme auch, welche Werte für x überhaupt nur in Frage kommen. (6P)



A



B



C

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	$A = 150 \cdot 113{,}3\ \text{cm}^2 = 16995\ \text{cm}^2$. $16995\ \text{cm}^2 \approx 1{,}7\ \text{m}^2$. Die Flagge hat eine Fläche von 1,7 m².	3		
b)	Die Riesenflagge ist $\frac{9}{1{,}5} = 6$-mal so lang wie eine Standardflagge. Also muss auch die Breite der Riesenflagge 6-mal so groß wie die der kleineren sein: $6 \cdot 1{,}133 \approx 6{,}8$. Die Riesenflagge hat also eine Breite von 6,8 m.	1 1 1		
c)	Der Flächeninhalt des waagerechten Streifens beträgt $9 \cdot x$. Der Flächeninhalt des senkrechten Streifens beträgt $6{,}8 \cdot x$. Beide Streifen überlappen sich auf einer quadratischen Fläche mit dem Inhalt x^2. Da diese Fläche bei der Summe $9 \cdot x + 6{,}8 \cdot x$ doppelt gerechnet wird, muss der Term x^2 einmal subtrahiert werden. Es gilt also $9 \cdot x + 6{,}8 \cdot x - x^2$, was dem Term von Björn entspricht.		3	
d)	Björn: $9x - x^2 + 6{,}8x = -x^2 + 9x + 6{,}8x = -x^2 + 15{,}8x$. Kira: $(-1) \cdot (x^2 - 15{,}8x) = -x^2 + 15{,}8x$. Beide Terme sind also gleichwertig.		1	1
e)	$9 \cdot x - x^2 + 6{,}8 \cdot x = 14{,}8$ $x^2 - 15{,}8x + 14{,}8 = 0$ $x_{1,2} = 7{,}9 \pm \sqrt{7{,}9^2 - 14{,}8} = 7{,}9 \pm \sqrt{47{,}61} = 7{,}9 \pm 6{,}9$ $x_1 = 7{,}9 + 6{,}9 = 14{,}8$ $x_2 = 7{,}9 - 6{,}9 = 1$ Da x_1 als Lösung nicht in Frage kommt, ist x_2 die gesuchte Lösung. Kira ist von einem 1 m breiten weißen Streifen ausgegangen.		1 2 1	 1
f)	Der Graph muss bei $x = 0$ eine Nullstelle haben, damit kommt C nicht in Frage. Sowohl Björn als auch Kira haben quadratische Terme aufgestellt mit negativem Leitkoeffizienten. Der Graph muss also eine nach unten geöffneten Parabel sein. Damit kommt B nicht in Frage. Graph A erfüllt beide Bedingungen und könnte damit passen.		1 2 1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Der weiße Streifen kann höchstens so breit sein, wie die ganze Flagge breit ist, also höchstens 6,8 m, für x kommt also allenfalls das Intervall zwischen 0 und 6,8 als Definitionsbereich in Frage (*in der Nähe der Intervallränder hätten wir natürlich absurde Flaggen)*.			2
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

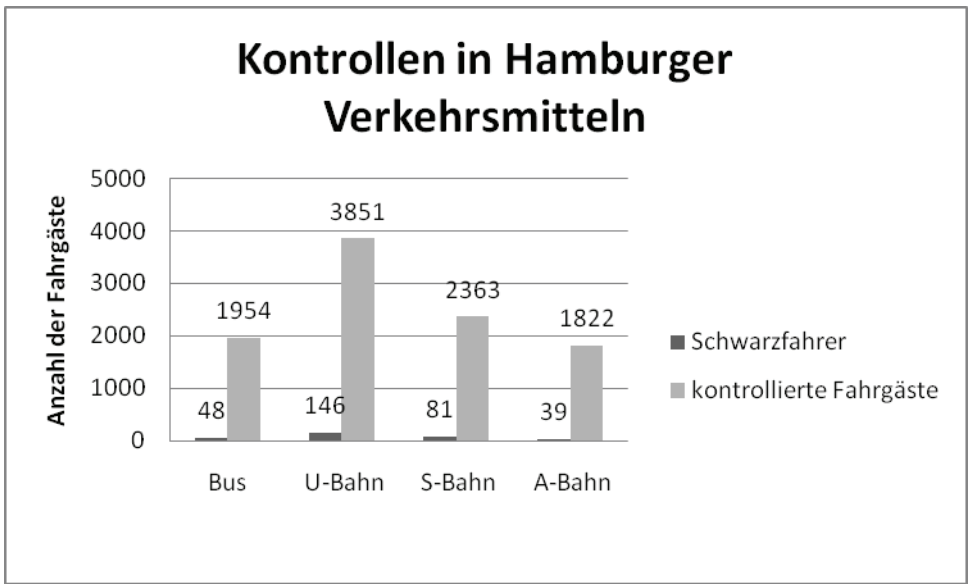
Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Name: _____ Klasse: _____

Schwarzfahrer beim HVV (22P)

Der Hamburger Verkehrsverbund (HVV) führt stichprobenartig Kontrollen seiner Fahrgäste durch. Ist jemand ohne gültigen Fahrausweis unterwegs, so bezeichnet man ihn als „Schwarzfahrer“. Alle anderen Fahrgäste nennen wir hier „ehrlich“.

Innerhalb des Hamburger Verkehrsverbundes werden oft Fahrkartenkontrollen durchgeführt. Die jeweiligen Anzahlen der kontrollierten Fahrgäste und der Schwarzfahrer in den unterschiedlichen öffentlichen Verkehrsmitteln <u>an einem bestimmten Tag</u> sind dem folgenden Diagramm zu entnehmen.



a) Berechne die Anzahl der an diesem Tag insgesamt kontrollierten Fahrgäste und die Gesamtzahl der erwischten Schwarzfahrer und
bestimme den Anteil der erwischten Schwarzfahrer an der Gesamtzahl der kontrollierten Fahrgäste in Prozent. (5P)

b) Entscheide, ob die folgende Aussage über die Ergebnisse der Fahrkartenkontrolle richtig ist:
„Der Anteil der Schwarzfahrer in der U-Bahn ist größer als der Anteil der Schwarzfahrer in der S-Bahn.“ (3P)

In der Pressemitteilung des HVV vom 25.04.2006 hieß es:

Insgesamt 102 000 mal wurden im Jahr 2005 Fahrgäste ohne gültigen Fahrausweis angetroffen. Bei etwa 3,6 Millionen kontrollierten Fahrgästen bedeutet dies eine „Schwarzfahrerquote" von 2,8 Prozent.

c) Bestimme auf der Grundlage dieser Pressemitteilung, wie viele ehrliche Fahrer ein Kontrolleur bei der Kontrolle von 350 Fahrgästen erwarten darf. (3P)

d) Vergleiche die von dir in b) ermittelte „Schwarzfahrerquote" mit der vom HVV errechneten Quote und interpretiere den Unterschied. (5P)

Auf der Internetseite einer Hamburger Zeitung vom 23.10.2008 gab es folgende Mitteilung:

„*Von rund 630 Millionen Fahrgästen in Bahnen und Bussen des HVV pro Jahr werden nur 1 Prozent kontrolliert, was bedeutet, dass rund 20 Millionen Schwarzfahrer ertappt würden, wenn alle 630 Millionen Fahrgäste kontrolliert würden.*"

e) Beurteile

- die Durchführbarkeit einer umfassenden Kontrolle aller Fahrgäste
- die Aussage, dass rund 20 Millionen Schwarzfahrer ertappt würden, wenn alle Fahrgäste kontrolliert würden, anhand der vom HVV für das Jahr 2005 ermittelten Daten (siehe Vortext von Aufgabenteil c)). (6P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Insgesamt wurden an diesem Tag $1\,954 + 3\,851 + 2\,363 + 1\,822 = 9\,990$ Fahrgäste kontrolliert. Insgesamt wurden an diesem Tag $48 + 146 + 81 + 39 = 314$ Schwarzfahrer unter den kontrollierten Fahrgästen erwischt. $\frac{314}{9990} = 0{,}0314... \approx 3{,}14\,\%$. Der Anteil der Schwarzfahrer betrug an diesem Tag etwa 3,1 %.	5		
b)	Anteil der Schwarzfahrer in der U-Bahn: $\frac{146}{3851} = 0{,}0379... \approx 3{,}8\,\%$. Anteil der Schwarzfahrer in der S-Bahn: $\frac{81}{2363} = 0{,}0342... \approx 3{,}4\,\%$. Die Aussage ist – bezogen auf die vorliegende Kontrolle – richtig.		3	
c)	Der Anteil der ehrlichen Fahrgäste betrug im Jahr 2005 100 % – 2,8 % = 97,2 %. 97,2 % von 350: $0{,}972 \cdot 350 = 340{,}2$. Unter 350 Fahrgästen sind nach dieser Statistik etwa 340 ehrliche Fahrgäste zu erwarten.		3	
d)	Legt man die statistische „Schwarzfahrerquote“ von 2,8 % zugrunde, so wären statt der tatsächlich erwischten 314 Schwarzfahrer lediglich ca. 280 Schwarzfahrer zu erwarten. Dieser Unterschied könnte erklärt werden durch • die Zufälligkeit der Stichprobe bei den 9 990 an einem bestimmten Tag kontrollierten Fahrgästen • die Tatsache, dass die Stadtteile, in denen kontrolliert wurde bzw. aus denen die kontrollierten Fahrgäste kamen, signifikant von den Hamburger Durchschnittswerten abweichen.		3	2
e)	Es ist praktisch unmöglich, alle 630 Millionen Fahrgäste zu kontrollieren. Die Gründe dafür sind: - sehr hoher Personaleinsatz - sehr hohe Kosten und Behinderungen durch Absperrmaßnahmen - Während des Berufsverkehrs ist eine flächendeckende Kontrolle aufgrund der hohen Fahrgastdichte nicht möglich.			2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
	Wenn man ein Jahr lang alle Fahrgäste kontrollierte, bliebe diese Maßnahme bestimmt nicht geheim, und die Schwarzfahrerquote würde drastisch sinken. Das wäre zwar erstrebenswert, aber die Mehreinnahmen stünden wahrscheinlich in keinem Verhältnis zu den zusätzlichen Personalkosten und Behinderungen. Wenn man diesen Zusammenhang nicht berücksichtigt, dann würden bei einer weiterhin angenommenen Schwarzfahrerquote von 2,8 % bei 630 Millionen Fahrgästen rund 17 640 000 Schwarzfahrer erwartet. Im Zeitungsartikel wurde also sehr großzügig aufgerundet, möglicherweise um die Situation zu dramatisieren.		4	
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4