Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2007/2008

16. Juni 2008

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz - ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelblatt, Schreib- und Zeichengeräte, Rechtschreiblexikon.

2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile in die Hand. Zunächst ist der erste Prüfungsteil (Aufgabe I) ohne Taschenrechnerunterstützung und auf den Arbeitsblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der Aufgabe I seinen Taschenrechner und bearbeitet die restlichen Aufgaben.
- ist verpflichtet, die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Hinweise zum Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteil der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2008 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		

Realschulabschlussprüfung 2008 **Zweitkorrektor**

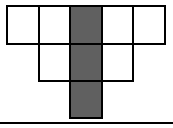
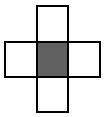
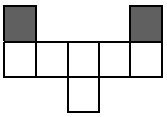
Fach: Mathematik

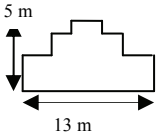
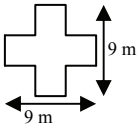
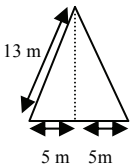
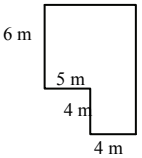
Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
V	a)	b)	c)	d)	e)		

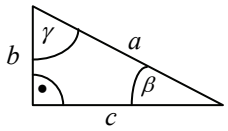
Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

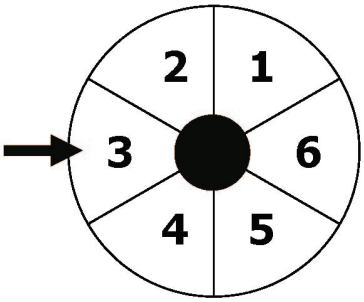
1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte **„Lösung“**. Eine Begründung wird nicht verlangt. (24 P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	$540{,}6 \cdot 0{,}1 =$	5 406	5,406	540,7	54,06	
b)	4 dm^3 =	40 m*l*	4 000 m^3	4 *l*	400 cm^3	
c)	5,026 t =	50,26 kg	0,005026 kg	5 026 g	5 026 kg	
d)	Bei welcher Figur ist der größte Bruchteil schwarz eingefärbt?					
e)	Welche Zahl gehört in die Leerstelle? $27 \cdot 5 = ___ \cdot 10$	13	54	$\frac{27}{2}$	32	
f)	$\frac{7}{20} =$	35 %	$\frac{14}{10}$	0,7	7,20	
g)	Ein ICE fährt um 7.48 Uhr in Hamburg ab und erreicht München um 13.03 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt	6 h 15 min	5 h 15 min	5 h 45 min	6 h 45 min	
h)	Heute ist der 16. Juni. In drei Wochen ist der	19. Juni	30. Juni	6. Juli	7. Juli	
i)	20 % von 900 € sind	180 €	45 €	18 €	880 €	
j)	15 % der Schüler einer Schule kommen mit dem Bus zur Schule, das sind 60 Schüler. Die Schule hat insgesamt	600 Schüler	240 Schüler	400 Schüler	800 Schüler	
k)	$0{,}2^3 =$	0,06	0,6	0,8	0,008	
l)	4^4 ist <u>nicht</u>	2^8	8^2	16^2	256	
m)	10^4 dm	1 km	10^8 cm	40 dm	1,4 m	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
n)	Der Flächeninhalt eines Dreiecks verdoppelt sich, wenn man	die Grundseite halbiert und die Höhe verdoppelt.	die Grundseite und die Höhe verdoppelt.	die Grundseite beibehält und die Höhe verdoppelt.	die Grundseite halbiert und die Höhe verachtfacht.	
o)	Welche der folgenden Aussagen ist für diesen Würfel nicht richtig?	Alle Kanten sind gleich lang.	Die Raumdiagonalen schneiden sich in einem Punkt.	Die Oberfläche berechnet sich durch Grundfläche mal Höhe.	Gegenüberliegende Seiten sind parallel zueinander.	
p)	Ein Rechteck hat die Seiten $a = 8$ cm und $b = 5$ cm. Dazu flächeninhaltsgleich ist ein Dreieck ABC mit	$a = 8$ cm, $h_a = 5$ cm	$c = 16$ cm, $h_c = 5$ cm	$b = 8$ cm, $h_b = 2{,}5$ cm	$a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm	
q)	Addiert man zu einer Zahl 3 und quadriert diese Summe, so erhält man 225. Die Zahl heißt	10	–18	–12	15	
r)	Welche Zahl ist die kleinste?	0,35	$3{,}4 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$\frac{1}{100}$	
s)	Welche Fläche hat nicht den Umfang von 36 m?					
t)	In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie haben jeweils einen Buchstaben, E, O, R und U. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort EURO gebildet wird?	$\frac{1}{24}$	$\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4^4}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{1}{4}$	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
u)	Zwei faire übliche Spielwürfel werden gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nicht zwei gleiche Augenzahlen geworfen werden?	$\frac{34}{36}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{6}$	
v)	$\frac{1}{x^3}=-64$ hat die Lösung	$x=-4$	$x=-\frac{1}{64}$	$x=-\frac{1}{4}$	$x=0{,}25$	
w)	Wie viele Münzen (1 ct, 2 ct, 5 ct, 10 ct, 20 ct, 50 ct) braucht man mindestens, um 69 ct passend zu bezahlen? *(Hinweis: Nicht jeder Münzwert muss verwendet werden.)*	4	5	6	7	
x)	 Im obigen Dreieck gilt <u>nicht</u>	$\sin\beta=\frac{b}{a}$	$\cos\gamma=\frac{b}{a}$	$\tan\gamma=\frac{c}{a}$	$\tan\beta=\frac{b}{c}$	

2. Ein Glücksrad (siehe Abbildung) wird 80-mal gedreht. Die Ergebnisse werden in einer Strichliste notiert (siehe Tabelle).



a) Bestimme die absolute Häufigkeit der Zahl 3. (1 P)

_____

b) Bestimme die relative Häufigkeit der Zahl 5. (1 P)

_____

gedrehte Zahl	Striche
1	𝍸 𝍸 𝍸 |
2	𝍸 𝍸 ||
3	𝍸 𝍸 ||||
4	𝍸 𝍸 |
5	𝍸 𝍸
6	𝍸 𝍸 𝍸 ||

3. Gegeben sind die folgenden Funktionsgleichungen: (3 P)

① $f_1(x) = x^2 + 1$

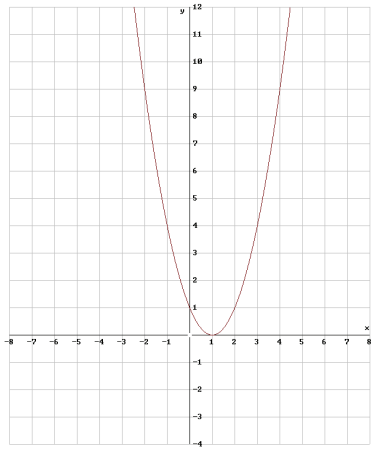
② $f_2(x) = (x-1)\cdot(x-1)$

③ $f_3(x) = x^2 + 2x$

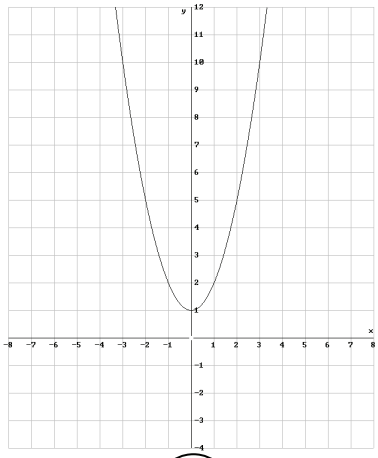
④ $f_4(x) = 1 - x^2$

Ordne jeweils dem Graphen die Nummer der zugehörigen Funktionsgleichung zu und schreibe sie in den Kreis unterhalb des Graphen:

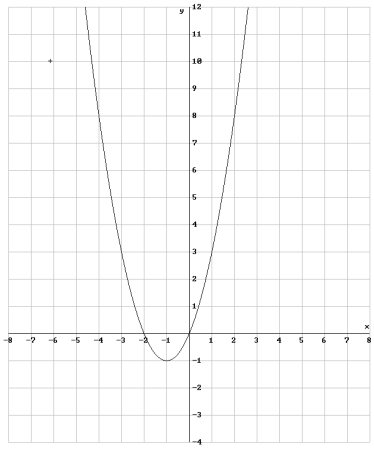
Graph 1



Graph 2

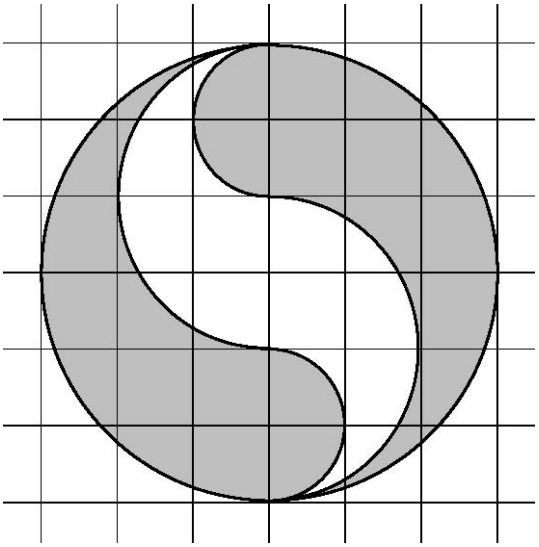


Graph 3

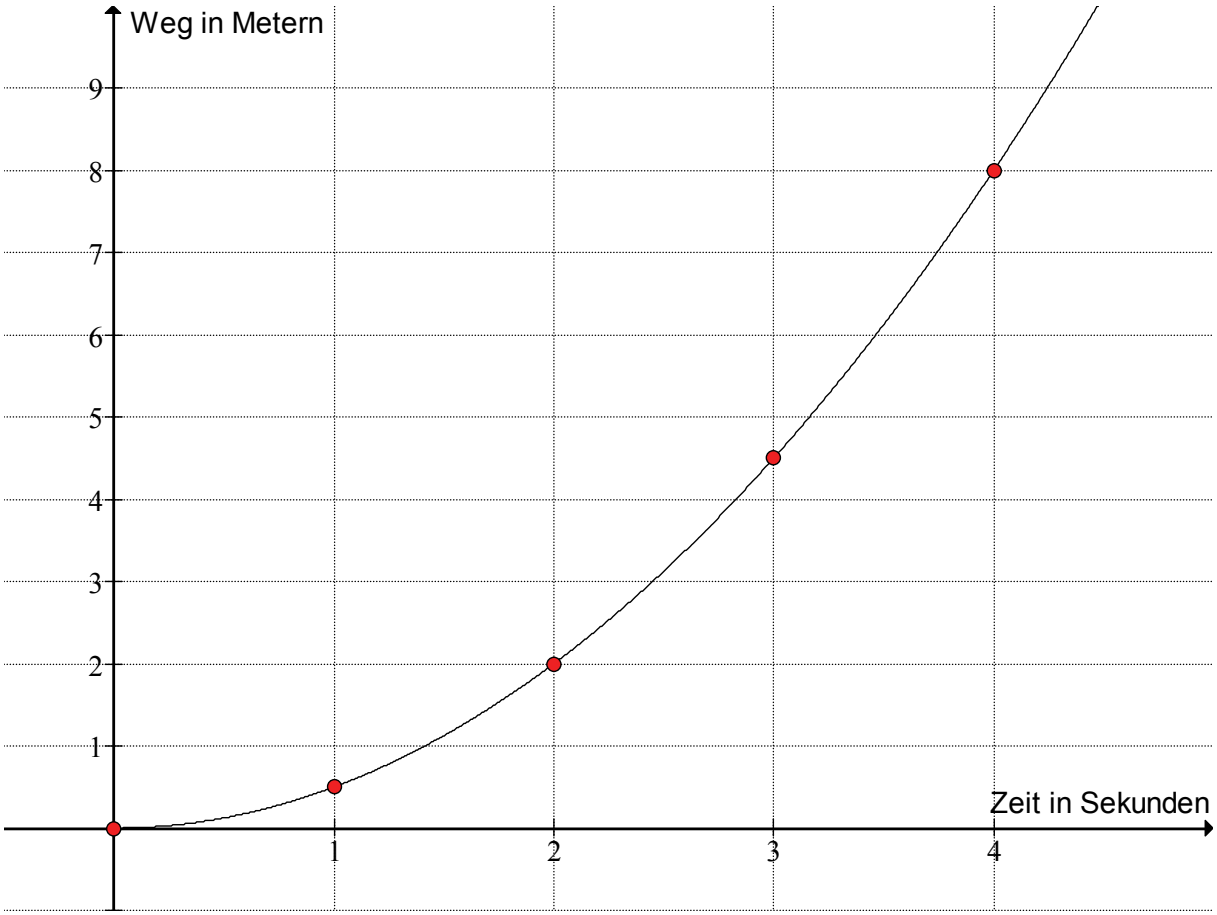


4. Bestimme den Flächeninhalt der dunkel gezeichneten Figur.
1 Kästchen entspricht 1 cm^2. (2 P)

Hinweis:
Gib den Flächeninhalt als Vielfaches von π an.



5. In dem nachfolgenden Schaubild wurde die Bewegung eines Fahrzeuges aufgezeichnet. (3 P)



a) Beschreibe die Bewegung des Fahrzeuges in Worten.

_____

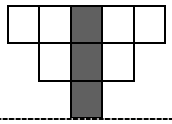
_____

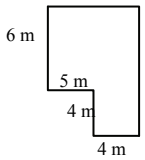
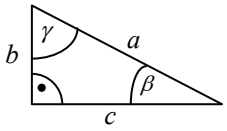
_____

b) Gib durch Abschätzen die Länge des Weges an, den das Fahrzeug nach 6 Sekunden zurückgelegt hat. Kreuze die richtige Lösung an.

☐ 18 m ☐ 24 m ☐ 30 m ☐ 36 m

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
1 a)	$540{,}6 \cdot 0{,}1 =$	54,06	**D**	1		
b)	$4\ \text{dm}^3 =$	4 *l*	**C**	1		
c)	5,026 t =	5 026 kg	**D**	1		
d)	Bei welcher Figur ist der größte Bruchteil schwarz eingefärbt?		**B**	1		
e)	Welche Zahl gehört in die Leerstelle? $27 \cdot 5 = ___ \cdot 10$	$\frac{27}{2}$	**C**	1		
f)	$\frac{7}{20} =$	35 %	**A**	1		
g)	Ein ICE fährt um 7.48 Uhr in Hamburg ab und erreicht München um 13.03 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt	5 h 15 min	**B**	1		
h)	Heute ist der 16. Juni. In drei Wochen ist der	7. Juli	**D**	1		
i)	20 % von 900 € sind	180 €	**A**		1	
j)	15 % der Schüler einer Schule kommen mit dem Bus zur Schule, das sind 60 Schüler. Die Schule hat insgesamt	400 Schüler	**C**		1	
k)	$0{,}2^3 =$	0,008	**D**		1	
l)	4^4 ist nicht	8^2	**B**		1	
m)	10^4 dm	1 km	**A**		1	
n)	Der Flächeninhalt eines Dreiecks verdoppelt sich, wenn man	die Grundseite beibehält und die Höhe verdoppelt.	**C**		1	
o)	Welche der folgenden Aussagen ist für diesen Würfel <u>nicht</u> richtig?	Die Oberfläche berechnet sich durch Grundfläche mal Höhe.	**C**		1	

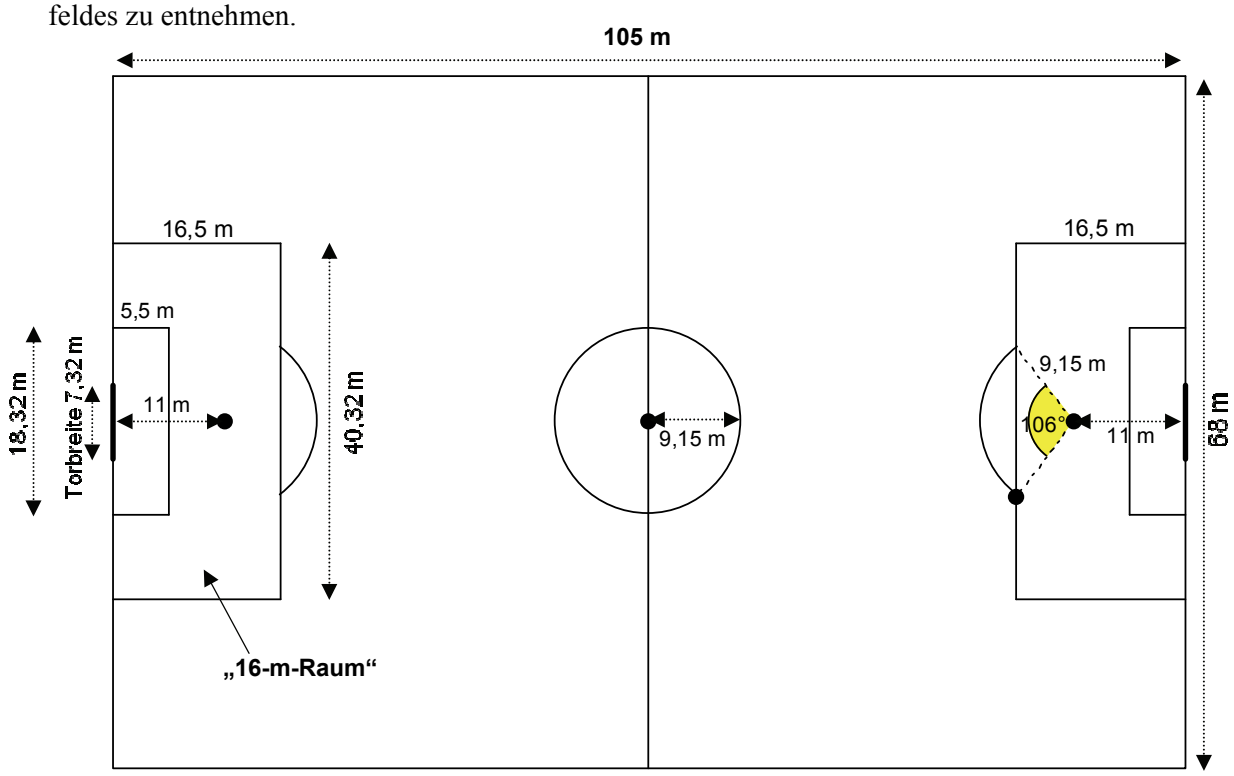
	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
p)	Ein Rechteck hat die Seiten a = 8 cm und b = 5 cm. Dazu flächeninhaltsgleich ist ein Dreieck ABC mit	$c = 16\,\text{cm}$, $h_c = 5\,\text{cm}$	**B**		1	
q)	Addiert man zu einer Zahl 3 und quadriert diese Summe, so erhält man 225. Die Zahl heißt	-18	**B**		1	
r)	Welche Zahl ist die kleinste?	$\frac{1}{100}$	**D**		1	
s)	Welche Fläche hat nicht den Umfang von 36 m?		**D**		1	
t)	In einer Urne befinden sich 4 Plättchen. Sie haben jeweils einen Buchstaben, E, O, R und U. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort EURO gebildet wird?	$\frac{1}{24}$	**A**		1	
u)	Zwei übliche Spielwürfel werden gleichzeitig geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nicht zwei gleiche Augenzahlen geworfen werden?	$\frac{5}{6}$	**B**		1	
v)	$\frac{1}{x^3} = -64$ hat die Lösung	$x = -\frac{1}{4}$	**C**			1
w)	Wie viele Münzen (1 ct, 2 ct, 5 ct, 10 ct, 20 ct, 50 ct) braucht man mindestens, um 69 ct passend zu bezahlen?	5	**B**		1	
x)	 Im obigen Dreieck gilt <u>nicht</u>	$\tan\gamma = \frac{c}{a}$	**C**			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) Die Zahl 3 tritt 14-mal auf. b) Die relative Häufigkeit der Zahl 5 beträgt $\frac{10}{80}=\frac{1}{8}$.		1 1	
3.	Graph 1: $f_2(x)=(x-1)\cdot(x-1)$, ② Graph 2: $f_1(x)=x^2+1$ ① Graph 3: $f_3(x)=x^2+2x$ ③		1 1 1	
4.	Der dunkel gezeichnete Flächenanteil beträgt $(9\pi-4\pi+1\pi)\,\text{cm}^2=6\pi\,\text{cm}^2$.			2
5.	a) Das Fahrzeug steht zunächst. Es fährt an und wird mit zunehmender Fahrzeit schneller. *Ähnliche Antworten, die den Sachverhalt so beschreiben, werden auch als richtig gewertet.* b) Möglicher Lösungsweg: Die Differenzen der zurückgelegten Strecken betragen von Sekunde zu Sekunde: 0,5 m; 1,5 m; 2,5 m; 3,5 m. Nach 5 Sekunden: 8 m +4,5 m = 12,5 m. Nach 6 Sekunden: 12,5 m + 5,5 m = 18 m. Nach 6 Sekunden hat das Fahrzeug einen Weg von 18 m zurückgelegt.		1	1 1
	Insgesamt 34 BWE	8	20	6

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

EM-Rasen (22 P.)

Im Juni 2008 findet die Fußballeuropameisterschaft der Männer in Österreich und der Schweiz statt.
Es gibt acht Austragungsorte mit jeweils einem Stadion.
Die für die Rechnungen benötigten Längenmaße in m sind der nachfolgenden Darstellung des Spielfeldes zu entnehmen.



a) Damit alle acht EM-Stadien gleiche Platzqualität haben, werden die Rasenflächen vor Beginn der EM in allen Stadien ausgetauscht. Berechne, wie viel m² Rasen insgesamt in allen Stadien ersetzt werden müssen. (2 P)

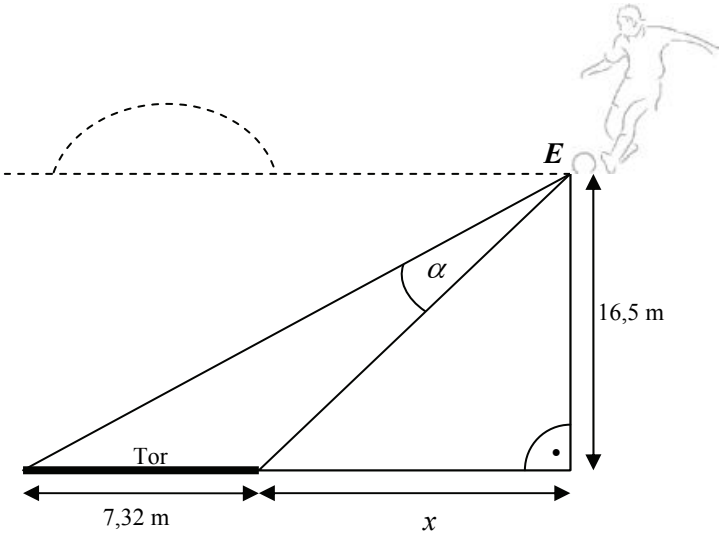
b) Für die Stadien müssen <u>jeweils</u> 223 Rasenstücke angeliefert werden. Die Rasenstücke haben die Abmessungen 2,20 m x 15 m und sind jeweils 1,5 t schwer. Für die Anlieferung stehen Lkw zur Verfügung, die jeweils 18 t zuladen können. Bestimme, wie viele LKW-Fahrten für ein Stadion mindestens notwendig sind; bestimme auch, wie viele Fahrten für alle Stadien zusammen mindestens notwendig sind. (3 P)

c) Zum Mähen des Rasens stehen in einem der Stadien zwei unterschiedlich leistungsstarke Rasenmäher A und B zur Verfügung. Mit dem Rasenmäher A benötigt der Platzwart vier Stunden für die gesamte Fläche, mit dem Rasenmäher B drei Stunden. Zu den Spielen der Europameisterschaft können auch beide Rasenmäher gleichzeitig eingesetzt werden.
Zeige, dass das Rasenmähen dann in knapp $1\frac{3}{4}$ Stunden erledigt werden kann. (4 P)

d) Der Rasenmäher A hat eine Schnittbreite von 60 cm. Der Platzwart mäht den Rasen in Bahnen von 68 m Länge, also in Querrichtung. „Warum mähst du nicht in Längsrichtung? Dann bist du doch viel schneller fertig!“ bemerkt ein Trainer. Beurteile seine Aussage. (3 P)

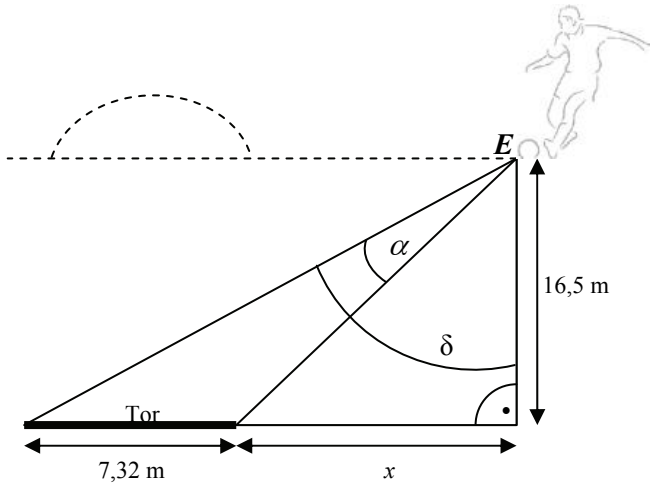
e) Sämtliche Linien auf dem Rasen werden vom Platzwart nach jedem Mähen mit Sportplatzfarbe nachgezogen. Die Arbeit leistet er in normaler Schrittgeschwindigkeit von 4 km/h.
Bestätige rechnerisch, dass diese Arbeit theoretisch in knapp 11 Minuten erledigt werden kann.
Begründe, weshalb diese Zeit in der Praxis nicht ausreicht. (4 P)

f) Während eines Fußballspiels erhält ein Spieler den Ball genau am Eckpunkt E des „16 m-Raumes“ (siehe Skizze). Als 16-m-Raum wird der rechteckige Bereich mit den Abmessungen von 16,5 m bzw. 40,32 m bezeichnet. Da der Spieler freies Schussfeld hat, schießt er sofort von hier auf das Tor. Bestimme den „Schuss“-Winkel α (siehe nachfolgende Zeichnung). (6 P)



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$8 \cdot (105 \cdot 68) = 57\,120$. Es müssen insgesamt 57 120 m^2 Rasen ausgetauscht werden.	2		
b)	223 Rasenstücke pro Stadion wiegen $223 \cdot 1{,}5\text{ t} = 334{,}5\text{ t}$. $334{,}5 : 18 = 18{,}583...$. Pro Stadion sind mindestens 19 LKW-Fahrten erforderlich, also insgesamt $19 \cdot 8$ Fahrten = 152 Fahrten. *Wird ohne erläuternde Hinweise zunächst die Gesamtmasse für alle Stadien berechnet und dann durch 18 dividiert(Ergebnis: mindestens 149 Fahrten), so ist für den Aufgabenteil b) insgesamt 1 P zu geben.* *Wird diese Berechnung ergänzt durch den Hinweis, dass auf einer Fahrt mehrere Stadien angefahren werden könnten, dann ist die volle Punktzahl zu geben.*	2	1	
c)	<u>Lösungsweg 1:</u> Mit Rasenmäher A mäht man in einer Stunde $7\,140\text{ m}^2 : 4 = 1\,785\text{ m}^2$ der Rasenfläche, mit Rasenmäher B sind es $7\,140\text{ m}^2 : 3 = 2\,380\text{ m}^2$. Mit beiden gleichzeitig schafft man also in einer Stunde $1\,785\text{ m}^2 + 2\,380\text{ m}^2 = 4\,165\text{ m}^2$ Rasenfläche. Da $7\,140 : 4\,165 = 1{,}714...$, werden etwa $1\frac{3}{4}$ Stunden benötigt. <u>Lösungsweg 2:</u> Mit Rasenmäher A mäht man in einer Stunde $\frac{1}{4}$ der Rasenfläche, mit Rasenmäher B $\frac{1}{3}$ der Rasenfläche. Um die Zeit *x* zu berechnen, die sie beide zusammen brauchen, um den Rasen zu mähen, lässt sich folgende Gleichung aufstellen und nach *x* auflösen: $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x = 1$ $3x + 4x = 12$ $7x = 12$ $x = \frac{12}{7} = 1{,}714...$ Beim Einsatz beider Rasenmäher werden etwa $1\frac{3}{4}$ Stunden benötigt.	2	2	
d)	Anzahl der Bahnen in Längsrichtung: 68 m : 0,6 m = 113,3…, also 114. Anzahl der Bahnen in Querrichtung: 105 m : 0,6 m = 175. Mäht der Platzwart quer, muss er 175 mal hin- und herfahren, seine Strecke beträgt dabei $68\text{ m} \cdot 175 = 11\,900\text{ m}$.			

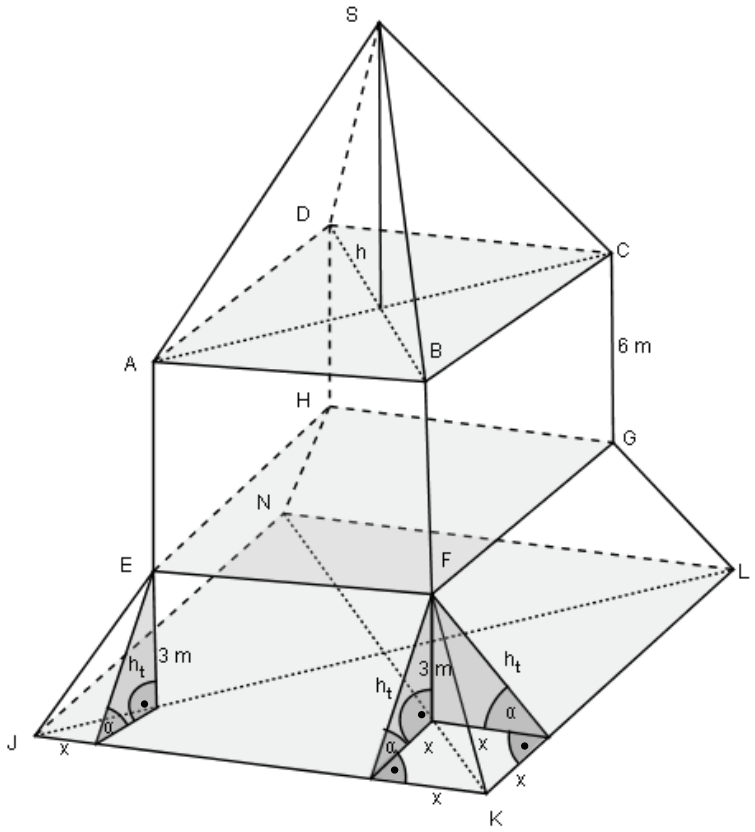
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Mäht er längs, muss er 114 mal hin- und herfahren, um den gesamten Platz abzumähen. Er legt $105\text{ m} \cdot 114 = 11\,970\text{ m}$ zurück, also 70 m mehr. Der Trainer liegt mit seiner Behauptung sehr wahrscheinlich falsch. Unter Berücksichtigung der für das Wenden jeweils benötigen Zeiten könnte sich allerdings auch erweisen, dass der Trainer Recht hat. Dies kann man nur mit weiteren Kenntnissen über die für das Wenden benötigten Zeiten und über die Mähgeschwindigkeit näher untersuchen. *Anmerkung: Sollte die Schülerantwort lediglich darauf hinauslaufen, dass die Mährichtung nicht entscheidend sei, da die zu mähende Fläche dieselbe ist, gilt dies als falsch. Es muss vom Schüler differenzierter argumentiert werden, dabei sollte auch erkannt werden, dass der Fahrtweg in Längsrichtung länger ist als jener in Querrichtung.*		1	2
e)	Die Gesamtsumme aller Linienlängen berechnet sich wie folgt: $3 \cdot 68 + 2 \cdot 105 + 4 \cdot 16{,}5 + 4 \cdot 5{,}5 + 2 \cdot 18{,}32 + 2 \cdot 40{,}32 + 2 \cdot \pi \cdot 9{,}15$ $+2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 9{,}15 \cdot \frac{106°}{360°} = 710{,}627...$ Über Dreisatz kann die Zeit zum Nachziehen der Linien berechnet werden: 4 000 m → 60 min 710,627… m → x $x = \frac{60 \cdot 710{,}627...}{4000} = 10{,}659...$ Das sind etwas weniger als 11 Minuten. Da der Platzwart die Linien nicht an einem Stück ablaufen kann und sondern Laufwege sich wiederholen, wird seine benötigte Arbeitszeit zum Nachziehen der Linien deutlich über den theoretisch ermittelten 11 Minuten liegen.		4	
f)	 Da der „16-m-Raum“ eine Breite von 40,32 m hat, gilt: $2x + 7{,}32 = 40{,}32$ und damit $x = 16{,}5$.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Weiter gilt: $\tan\delta = \frac{16,5+7,32}{16,5} = 1,443...$ $\delta = 55,289...$ Wegen der Gleichschenkligkeit des rechtwinkligen Dreiecks gilt: $\alpha = \delta - 45° \approx 10,3°$. Der Schuss-Winkel α beträgt nur etwas mehr als 10°. *Andere Lösungswege sind möglich.*		3	3
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Renovierung eines Kirchturmdaches (22 P.)

Der oberste Teil des Dachs eines Kirchturms hat die Form einer geraden quadratischen Pyramide. Dabei betragen sowohl die Seitenlängen der Grundfläche *ABCD* als auch die Höhe *h* der Pyramide jeweils 8 m (siehe nebenstehende Skizze).



a) Gib die Gesamthöhe des Kirchturmdaches an. (2 P)

b) Der quaderförmige Mittelteil soll neu verputzt und gestrichen werden. Ausgespart werden die Flächen für die kreisförmigen Kirchturmuhren (Durchmesser $d = 5{,}60$ m), die in alle senkrechten Seitenflächen eingebaut sind.
Berechne die Fläche, die verputzt werden muss. (3 P)

c) Der große Minutenzeiger jeder Uhr ist 10 cm kürzer als der Radius des Ziffernblattes, der kleine Stundenzeiger hat $\frac{2}{3}$ der Länge des großen Zeigers. Die Zeiger jeder Uhr sind quaderförmig. Sie sind 1,3 cm dick und 5 cm breit. Die Gesamtoberfläche aller Zeiger soll vergoldet werden.
Berechne diese Fläche. (5 P)

d) Die Pyramide und die unteren Schrägflächen des Daches sollen neu verkupfert werden.
Der Neigungswinkel der Dachflächen (siehe Graphik) beträgt $\alpha = 71{,}6°$.
Zeige, dass der Kupferverbrauch insgesamt ungefähr 257 m^2 beträgt. (8 P)

e) Ein Gemeindemitglied sieht sich die Bauzeichnung an und meint, dass sich der untere Pyramidenstumpf mit der oberen Pyramide zu einer großen Pyramide zusammensetzen lässt.
Beschreibe <u>zwei</u> Möglichkeiten, dem Gemeindemitglied seinen Irrtum nachzuweisen. (4 P)

Erwartungshorizont

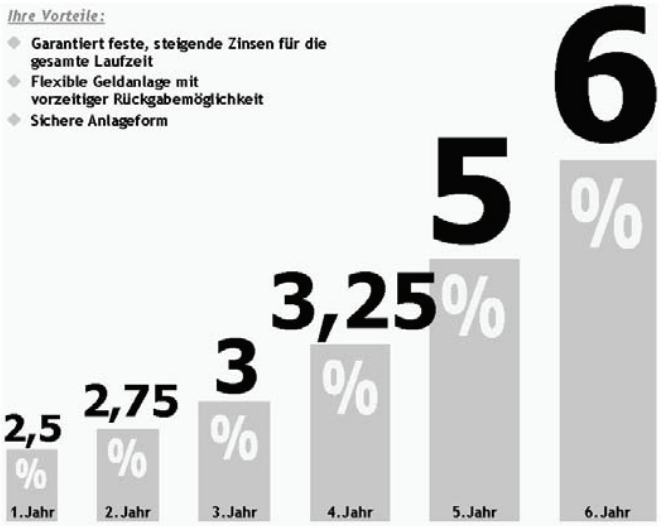
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	Die Gesamthöhe des Turmdaches beträgt $3\,\text{m} + 6\,\text{m} + 8\,\text{m} = 17\,\text{m}$.	2		
b)	Für die vier Rechteckflächen gilt: $A_R = 4 \cdot 6 \cdot 8\,\text{m}^2 = 192\,\text{m}^2$. Für die Fläche der vier Uhren gilt: $A_U = 4 \cdot 2{,}8^2 \cdot \pi\,\text{m}^2 \approx 98{,}5\,\text{m}^2$. Somit sind $192\,\text{m}^2 - 98{,}5\,\text{m}^2 = 93{,}5\,\text{m}^2$ zu verputzen. *Alternativ (und eine Idee eleganter):* Flächeninhalt eines Rechtecks: $A_R = 6 \cdot 8\,\text{m}^2 = 48\,\text{m}^2$, Flächeninhalt eines Uhrziffernblattes: $A_U = 2{,}8^2 \cdot \pi\,\text{m}^2$, Zu verputzende Fläche: $4 \cdot (A_R - A_U) = 4 \cdot (48 - 7{,}84 \cdot \pi) = 93{,}479... \approx 93{,}5$.	3		
c)	Länge des großen Zeigers: $\frac{5{,}6}{2}\,\text{m} - 0{,}1\,\text{m} = 2{,}7\,\text{m}$, Länge des kleinen Zeigers: $\frac{2}{3} \cdot 2{,}7\,\text{m} = 1{,}8\,\text{m}$. Oberfläche aller großen Zeiger: $O_g = 4 \cdot 2 \cdot (2{,}70 \cdot 0{,}013 + 2{,}70 \cdot 0{,}05 + 0{,}013 \cdot 0{,}05) = 1{,}366$ Oberfläche aller kleinen Zeiger: $O_k = 4 \cdot 2 \cdot (1{,}80 \cdot 0{,}013 + 1{,}80 \cdot 0{,}05 + 0{,}013 \cdot 0{,}05) = 0{,}9124$ Die Gesamtoberfläche aller Zeiger ist zu vergolden, also ungefähr 2,28 m^2.	1 1	1 1 1	
d)	Die Höhe der Pyramidendreiecke lässt sich mit dem Satz des Pythagoras berechnen: $4^2 + 8^2 = h^2$. Es gilt also: $h = 8{,}94...$. $O = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8{,}94... = 143{,}108...$. Für die Schrägflächen sind die Flächeninhalte von vier gleichschenkligen Trapezen zu berechnen. Dazu benötigt man die Längen der beiden parallelen Seiten (eine Seitenlänge ist mit 8 m gegeben) und die Höhe h_t des Trapezes. Für h_t gilt: $\sin 71{,}6° = \frac{3}{h_t}$, also $h_t = \frac{3}{\sin 71{,}6°} = 3{,}16...$. Für die zweite Trapezseite s gilt: $s = 2x + 8$ mit $x^2 = h_t^2 - 3^2$. $x = \sqrt{h_t^2 - 9} = 0{,}997... \approx 1$. Damit beträgt die Seitenlänge s etwa 10 m.		1 2 1 1 1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Der Flächeninhalt der Schrägflächen lässt sich nun berechnen: $A = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (8+10) \cdot 3{,}16 = 113{,}838...$. Damit müssen insgesamt 143,11 m² + 113,84 m² = 256,95 m², also ca. 257 m² verkupfert werden.		2	
e)	<u>1. Möglichkeit:</u> Der Neigungswinkel α der Dachpyramide kann ausgerechnet werden: $\tan\alpha = \frac{8}{4} = 2$ mit $\alpha = 63{,}4° \neq 71{,}6°$. <u>2. Möglichkeit:</u> Mit dem Strahlensatz lässt sich zeigen, dass $8 : 3 \neq 8{,}94 : 3{,}16$. <u>3. Möglichkeit:</u> Eine Ergänzung des Pyramidenstumpfes zur Pyramide führt zu $\frac{11}{5} \neq \tan 71{,}6°$. <u>4. Möglichkeit:</u> Vergrößert man die obere Pyramide zur Höhe 11 m, so ergibt sich $5 \neq \frac{11}{\tan 71{,}6°}$. <u>5. Möglichkeit:</u> Auch maßstäbliche Zeichnungen können den Fehler erkennen lassen.			4
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Zinsen und Zinseszinsen (22 P.)

Eine Bank hat die nebenstehende Anzeige für Geldanlagen mit einer Laufzeit von 6 Jahren veröffentlicht.



a) Gib an, wie man erkennen kann, dass die Zinssätze in der Grafik nicht angemessen dargestellt sind. (3 P)

b) Die Bank geht davon aus, dass jeder vierte Kunde sein Konto vor Ende der Laufzeit kündigt. Gib an, welche der folgenden Aussagen zu dieser Annahme passen.

(1) „Vier Kunden kündigen das Konto vorzeitig."

(2) „25 % aller Kunden kündigen das Konto vorzeitig."

(3) „4 % aller Kunden kündigen das Konto vorzeitig."

(4) „Der Anteil der Kunden, die vorzeitig kündigen, beträgt ¼." (2 P)

Paulina ist 19 Jahre alt und hat bis jetzt 3 250 € gespart. Dieses Geld möchte sie zur Finanzierung eines Autos benutzen. Dafür benötigt sie voraussichtlich mindestens 8 000 €.

c) Berechne, wie viel Prozent des benötigten Geldes sie schon angespart hat. (3 P)

d) Bestimme Paulinas Endkapital, wenn sie ihr Guthaben für 6 Jahre bei der obigen Bank anlegt. (4 P)

e) Paulina möchte wissen, wie hoch ein gleich bleibender Zinssatz bei einer anderen Bank sein muss, um nach 6 Jahren ein ebenso großes Endkapital zu erhalten. Bestimme diesen Zinssatz. (4 P)
[Zur Kontrolle: ca. 3,74 %].

f) Paulina fragt sich, wie viele Jahre sie warten müsste, um sich ihr „Wunschauto" kaufen zu können, wenn sie ihr Geld zu dem in Teilaufgabe e) bestimmten gleich bleibenden Zinssatz anlegen würde. Berechne diesen Zeitraum. (6 P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	Die Darstellung der Zinssätze ist nicht angemessen, da z.B. die Höhe der Balken nicht proportional zum dargestellten Prozentsatz ist. *Auch andere Antworten sind möglich und ebenso mit voller Punktzahl zu bewerten (z.B. Größenvergleich der Darstellung der 3 %-Säule mit der 6 %-Säule: Die „6“ ist mehr als doppelt so groß wie die „3“).*	3		
b)	Richtig sind die Aussagen Nr. 2 (25 %) und Nr. 4 (¼). *Sollte nur eine Aussage genannt werden, ist 1 P. zu vergeben.* *Sollte auch eine falsche Aussage genannt werden, sind 0 P. zu vergeben.*	2		
c)	$p = \frac{3250}{8000} = 0{,}40625 = 40{,}625\,\%$. Paulina hat etwa 41 % der erwarteten Kosten angespart.	1	2	
d)	$K_6 = 3250 \cdot 1{,}025 \cdot 1{,}0275 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}0325 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}06 = 4051{,}459...$ Nach 6 Jahren stehen Paulina 4 051,46 € zur Verfügung.		2	2
e)	$3250 \cdot q^6 = 4051{,}459...$ $q^6 = \frac{4051{,}459...}{3250}$ $q = 1{,}0374...$ Ein über 6 Jahre gleich bleibender Zinssatz müsste ca. 3,74 % betragen.		3	1
f)	$8000 = 3250 \cdot 1{,}0374^n$ $1{,}0374^n = \frac{8000}{3250}$ $1{,}0374^n = 2{,}461...$ Lösung der Gleichung entweder durch Probieren, z.B. $1{,}0374^{10} = 1{,}443...$ $1{,}0374^{20} = 2{,}084...$ $1{,}0374^{25} = 2{,}504... > 2{,}461...$ $1{,}0374^{24} = 2{,}413... < 2{,}461...$ Paulina müsste mehr als 24 Jahre warten, um ihr „Wunschauto“ finanzieren zu können.			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Lösung der Gleichung durch Logarithmieren (falls im Unterricht behandelt): $1{,}0374^n = 2{,}461...$ $n \cdot \log 1{,}0374 = \log 2{,}461...$ $n = \frac{\log 2{,}461...}{\log 1{,}0374}$ $n = 24{,}53...$		4	2
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Hase und Schildkröte (22 P.)

Bei dem Spiel „Hase und Schildkröte“ gibt es auf dem Spielplan das Startfeld **S** in der Mitte. Links und rechts befinden sich „Hasen-„ bzw. „Schildkröten-Felder“. Zwei Spieler spielen gegeneinander. Die Spieler einigen sich, wer der Hase ist und wer die Schildkröte. Eine Spielfigur wird auf das Startfeld *S* gestellt.
Bei jedem Spiel wird 3-mal mit einem üblichen Spielwürfel gewürfelt. Beim Wurf einer ungeraden Zahl wird die Figur ein Feld nach links gesetzt, beim Wurf einer geraden Zahl ein Feld nach rechts. Der Hase hat gewonnen, wenn der Spielstein nach den drei Würfen auf einem Hasen-Feld landet. Die Schildkröte gewinnt auf einem Schildkröten-Feld.
Danach wird die Spielfigur für ein neues Spiel wieder auf das Startfeld **S** gestellt.

			S			
Hase 1	**Hase 2**	**Schildkröte 1**		**Schildkröte 2**	**Hase 3**	**Hase 4**

a) Nenne das Feld, auf dem der Spielstein landet, wenn „gerade – gerade – ungerade“ (g-g-u) gewürfelt wurde. (2 P)

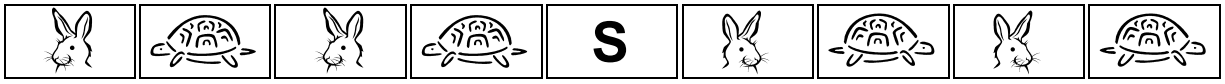
b) Vervollständige in Anlage 1 das Baumdiagramm. Trage dazu die Feldnamen in die Kreise ein.
Hinweis: Für „Hase 1“ schreibe H 1, für Schildkröte 2 schreibe S 2 usw.
Berechne für jedes der 7 Felder die Wahrscheinlichkeit, auf ihm zu landen. (9 P)

c) Beurteile, ob das Spiel in dem Sinne fair ist, dass für beide Spieler die Gewinnwahrscheinlichkeit gleich ist. (3 P)

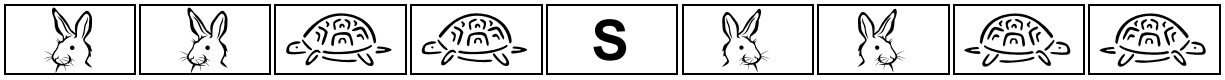
d) Der Spielplan soll neu gestaltet werden, so dass das Spiel auf jeden Fall im genannten Sinne fair ist. Das Start-Feld soll in der Mitte bleiben. Gib in der Anlage 2 eine mögliche Beschriftung des Spielfeldes an, die ein faires Spiel gewährleistet. (4 P)

e) Hier siehst du die Spielpläne **A** und **B**. Es wird mit den gleichen Regeln gespielt. Jetzt wird aber 4-mal gewürfelt. Wenn der Spielstein wieder auf Start landet, wird noch einmal zur Entscheidung gewürfelt. Dann wird der Sieger ermittelt.
Beurteile, ob die Spielpläne jeweils ein faires Spiel gewährleisten. (4 P)

Spielplan A

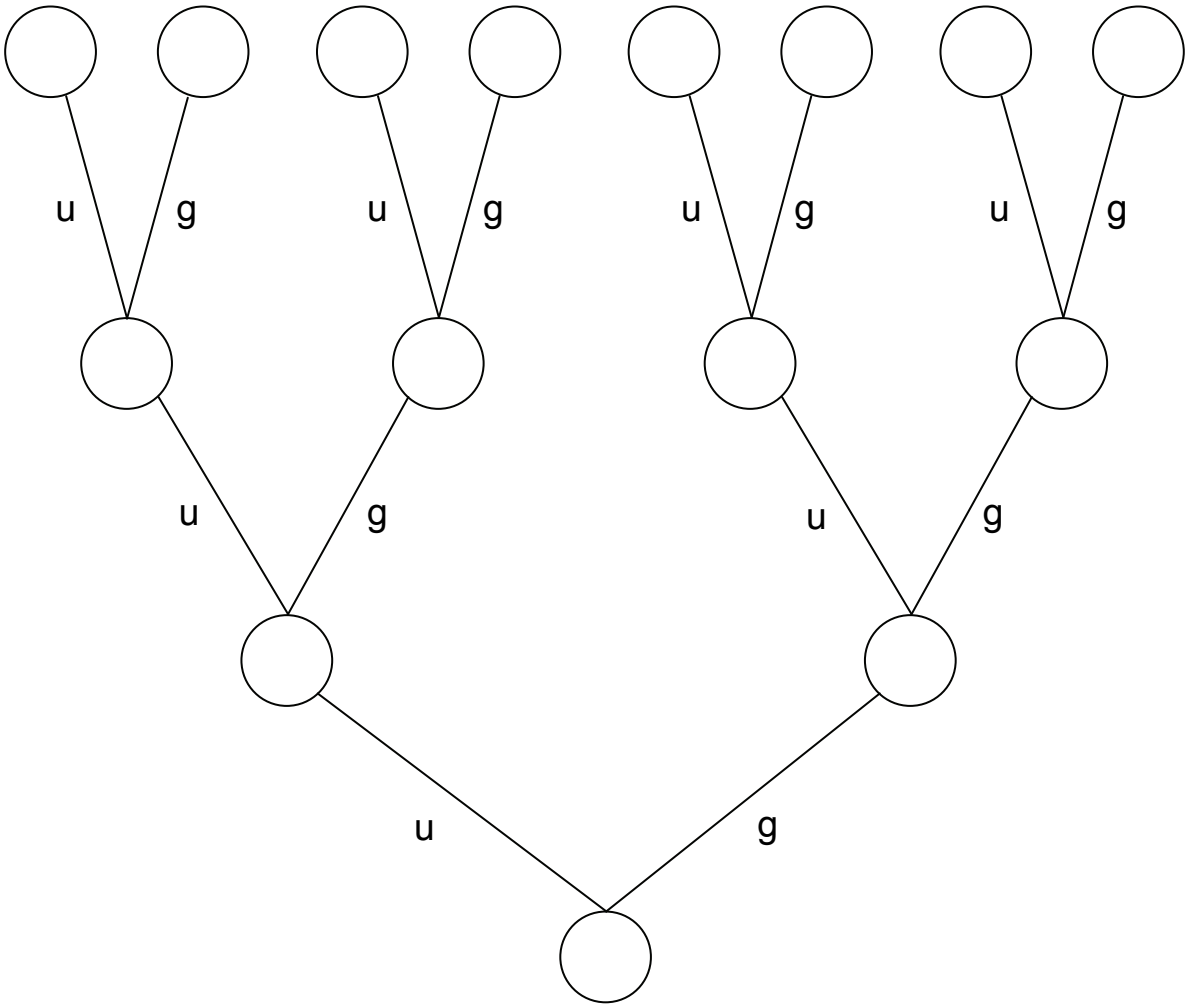


Spielplan B



Anlage 1 zur Aufgabe „Hase und Schildkröte“

Name: _____ Klasse: _____



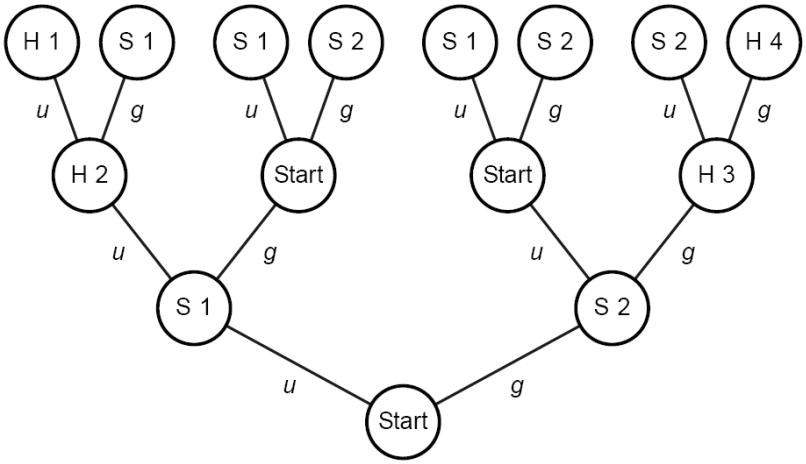
Start

Anlage 2 zur Aufgabe „Hase und Schildkröte“

Name: _____ Klasse: _____

			S			

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	Der Spieler landet auf dem Feld „S 2“.	2		
b)	 $p(\text{H1}) = \frac{1}{8} (= 0{,}125 \text{ oder } 12{,}5\%)$ $p(\text{H4}) = \frac{1}{8} (= 0{,}125 \text{ oder } 12{,}5\%)$ $p(\text{S1}) = \frac{3}{8} (= 0{,}375 \text{ oder } 37{,}5\%)$ $p(\text{S2}) = \frac{3}{8} (= 0{,}375 \text{ oder } 37{,}5\%)$ $p(\text{H2}) = 0;\ p(\text{H3}) = 0;\ p(\text{Start}) = 0$	2 3	 4	
c)	Die Wahrscheinlichkeit, nach dreimaligem Würfeln auf einem Hasenfeld zu landen, beträgt nur $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25$. Die Wahrscheinlichkeit, auf einem Schildkrötenfeld zu landen, beträgt $6 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$. Der Schildkröten-Spieler ist also im Vorteil. Daher ist das Spiel unfair zu Lasten des Hasen-Spielers. *Oder: In 2 von 8 Fällen Hase, in 6 von 8 Fällen die Schildkröte.* *Oder ähnliches…*		3	
d)	Folgende Beschriftungen sind möglich, wobei anstelle des *x* eine beliebige Beschriftung gewählt werden kann: S, *x*, S, Start, H, *x*, H H, *x*, H, Start, S, *x*, S H, *x*, S, Start, H, *x*, S S, *x*, H, Start, S, *x*, H		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Da der Spielstein mit gleicher Wahrscheinlichkeit bei einem Wurf nach links oder rechts gezogen wird, haben Felder, die gleich weit links oder rechts vom Startfeld entfernt sind, die gleiche Wahrscheinlichkeit, als Endfeld aufzutreten. Wenn also Felder, die gleich weit vom Startfeld entfernt sind, jeweils verschiedene der Symbole „Hase“ oder „Schildkröte“ tragen, ist das Spiel in jenem Falle fair. *<u>Bemerkung:</u> Dies Argument hätte auch im Teil d) verwendet werden können.* Bei 4-maligem Werfen kann man nur auf folgenden Feldern landen: • auf dem Startfeld oder • auf Feldern, die eine gerade Anzahl Felder vom Startfeld entfernt sind. Insbesondere kann der Spielstein – auch nach einem möglichen Entscheidungswurf – nie 3 Felder vom Startfeld entfernt landen. Diese beiden Felder können also beliebig beschriftet werden, ohne die Fairness zu verletzen. Für alle anderen Felder ist aber die genannte Fairness-Bedingung auf beiden Spielplänen erfüllt. Also ist das Spiel auf beiden Spielplänen fair.			4
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4