

# Mecklenburg-Vorpommern



Schriftliche Prüfung

**2006**

Jahrgangsstufe 10

Gymnasium/Gesamtschule

**Mathematik**

**Aufgaben**

# Hinweise für Schüler

## Aufgabenauswahl

- Die Arbeit besteht aus einem **Pflichtteil** und einem **Wahlteil**.  
Der Pflichtteil setzt sich aus einem Arbeitsblatt als Pflichtaufgabe 1 und aus den weiteren Pflichtaufgaben 2, 3 und 4 zusammen. Der Wahlteil besteht aus Wahlaufgabe 1 und Wahlaufgabe 2.
- Es sind **alle** Aufgaben des Pflichtteils und **eine** Wahlaufgabe zu bearbeiten.
- Als Erstes erhalten Sie das Arbeitsblatt. Dieses ist vollständig und **ohne** Zuhilfenahme von Tafelwerk und Taschenrechner zu bearbeiten. Nach einer Bearbeitungszeit von 20 Minuten wird das Arbeitsblatt eingesammelt.  
Erst nach Abgabe des Arbeitsblattes erhalten Sie die weiteren Aufgaben der Prüfungsarbeit.

## Bearbeitungszeit

- Die gesamte Arbeitszeit beträgt 135 Minuten. Davon stehen 20 Minuten für die Bearbeitung des Arbeitsblattes und 115 Minuten für die anderen Aufgaben zur Verfügung.

## Hilfsmittel

- Für die Anfertigung der Arbeit sind folgende Hilfsmittel erlaubt:
  - das an der Schule zugelassene Tafelwerk,
  - ein an der Schule zugelassener Taschenrechner ohne CAS,
  - Zeichengeräte und Kurvenschablonen,
  - Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung.

## Weitere Hinweise

- Die Lösungen sind in sprachlich korrekter, mathematisch exakter und äußerlich einwandfreier Form darzustellen.
- In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein. Entwürfe einzelner Aufgaben können ergänzend zur Bewertung nur herangezogen werden, wenn sie zusammenhängend konzipiert sind und die Reinschrift etwa Dreiviertel des zu erreichenden Gesamtumfanges der Aufgabe umfasst.
- Werden beide Wahlaufgaben bearbeitet, so wird die Aufgabe mit den meisten Bewertungseinheiten gewertet.
- Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei
  - sehr guter Notation und Darstellung,
  - eleganter, kreativer und rationeller Lösung,
  - vollständiger Lösung der zweiten Wahlaufgabe.
- Maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Verstößen gegen die mathematische Korrektheit oder die äußere Form abgezogen werden.

## Schriftliche Prüfung Mathematik - Jahrgangsstufe 10

Name, Vorname	
Klasse	

### Pflichtaufgabe 1 (Aufgaben 1 bis 5)

### Arbeitsblatt

**Dieses Arbeitsblatt ist vollständig und ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk und Taschenrechner zu bearbeiten. Nebenrechnungen sind auf dem Arbeitsblatt anzugeben**

#### 1 Berechnen Sie.

1.1	$\frac{13}{2} - \frac{5}{3} =$
1.2	$2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{2}{3} =$
1.3	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$
1.4	$-4^3 - (-4)^3 =$
1.5	$\log_3 81 =$

#### 2 Terme

2.1	Für welche reellen Zahlen ist der Term $\sqrt{49 - x^2}$ nicht definiert?
2.2	Zerlegen Sie den Term in ein Produkt aus Linearfaktoren. $x^3 + 2 \cdot x^2 + x$
2.3	Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. $\frac{4 \cdot a^2 \cdot b^2 - 16 \cdot a \cdot b^3}{2 \cdot a \cdot b - 8 \cdot b^2}$

#### 3 Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen im Bereich der reellen Zahlen.

3.1	$(x - 5) \cdot (x + 4) = 0$
3.2	$\frac{24}{16} = \frac{21}{x}$
3.3	$3^{x+5} = 27$

**4 Funktionen**

4.1 Entscheiden Sie, ob es sich bei folgenden Darstellungen um Funktionen  $y = f(x)$  handelt.

<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">5</td> <td style="padding: 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> </tr> </table>	x	2	1	5	1	y	1	2	3	4		
x	2	1	5	1								
y	1	2	3	4								
<input type="checkbox"/> Ja  <input type="checkbox"/> Nein	<input type="checkbox"/> Ja  <input type="checkbox"/> Nein	<input type="checkbox"/> Ja  <input type="checkbox"/> Nein										

4.2 Gegeben ist eine Funktion  $f$  durch ihre graphische Darstellung (siehe Skizze) und durch die Gleichung  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  mit  $x \in \mathbb{R}$ . Ermitteln Sie die Werte für  $a$  und  $b$ .

a =

b =

4.3 Die Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$  mit den Gleichungen  $f(x) = 2 \cdot x + 3$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) und  $g(x) = x + 4$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) schneiden sich im Punkt  $Q$ . Ermitteln Sie die Koordinaten von  $Q$ .

**5 Geometrie**

Bestimmen Sie die Größe des Winkels  $\alpha$ .

(Skizze nicht maßstäblich)

## Pflichtaufgabe 2

Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  durch die Gleichungen

$$f(x) = -(x-3)^2 + 4 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R} \quad \text{und}$$

$$g(x) = x^2 - 5 \quad \text{mit } x \in \mathbb{R}.$$

Der Graph der Funktion  $f$  wird mit  $F$  und der Graph der Funktion  $g$  mit  $G$  bezeichnet.

- 2.1 Stellen Sie  $F$  und  $G$  in ein und demselben Koordinatensystem graphisch dar.
- 2.2 Durch die Schnittpunkte  $S_1$  und  $S_2$  der Graphen  $F$  und  $G$  verläuft eine Gerade  $h$ .  
Ermitteln Sie eine Gleichung für  $h$ .
- 2.3 Die Koordinatenachsen und die Gerade  $h$  bilden ein Dreieck.  
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

## Pflichtaufgabe 3

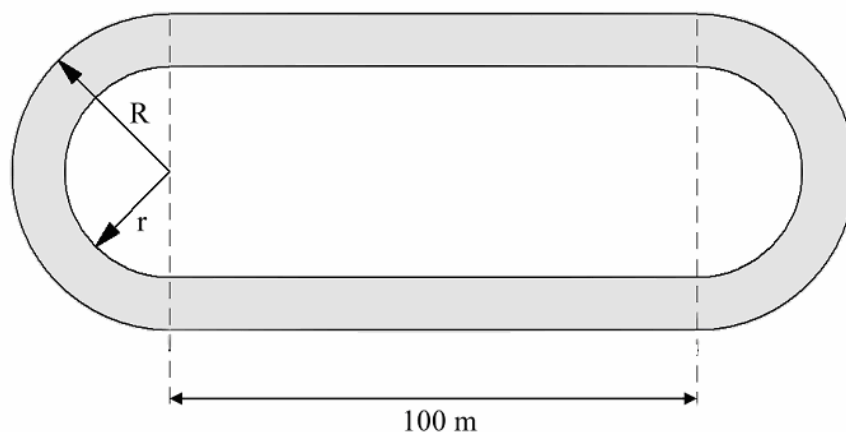
Auf der Aschenbahn eines Schulsportplatzes findet zwischen zwei Schülern ein Rennen statt. Ingo läuft auf der Innenbahn und Axel auf der Außenbahn.

Ingo legt bei einer Runde 400 m zurück.

Die Laufbahnen von Ingo und Axel haben überall einen Abstand von 4 m (siehe Skizze).

Hinweis:  $r$  ... Radius der Innenbahn

$R$ ... Radius der Außenbahn



(Skizze nicht maßstäblich)

- 3.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke, die Axel bei einer Runde zurücklegt.
- 3.2 Die gesamte Innenfläche des Schulsportplatzes wird vollständig mit Rollrasen ausgelegt.  
Die Kosten hierbei betragen pro Quadratmeter 3,90 €.  
Ermitteln Sie die Gesamtkosten.

## Pflichtaufgabe 4

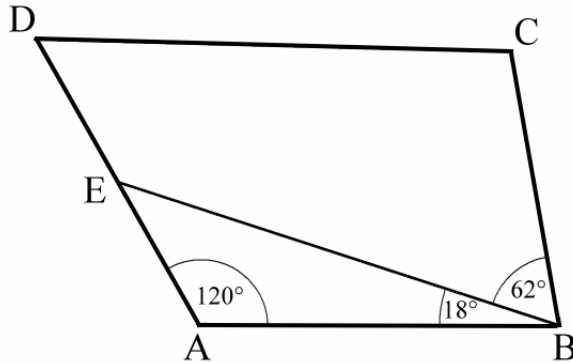
Ein Elektriker hat in einer Schachtel zehn gleich aussehende Glühlampen, von denen drei eine Leistung von 40 Watt, fünf eine Leistung von 60 Watt und zwei eine Leistung von 100 Watt haben. Er entnimmt der Schachtel rein zufällig und ohne Zurücklegen nacheinander zwei Glühlampen.

- 4.1 Zeichnen Sie zu diesem Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Ergebnisse.
- 4.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse  
A: Beide Glühlampen haben die gleiche Leistung,  
B: Mindestens eine Glühlampe hat eine Leistung von 100 W.

## Wahlaufgabe 1

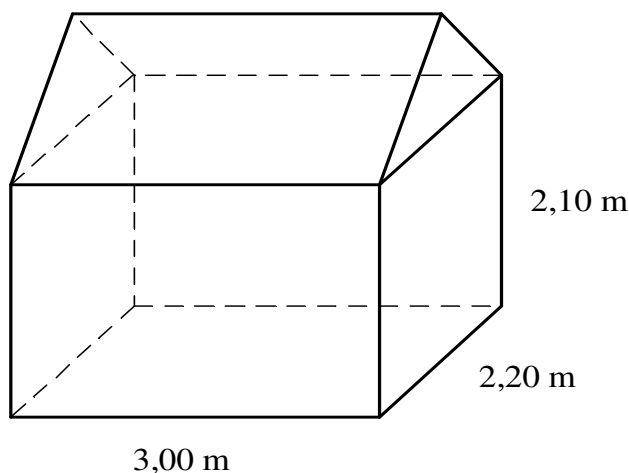
Ein Grundstück hat die Form eines unregelmäßigen Vierecks ABCD, wobei

$\overline{AB} = 18,00$  m,  $\overline{BC} = 14,00$  m und E der Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AD}$  ist (siehe Skizze 1).



(Skizze 1, nicht maßstäblich)

- 1.1 Die Verbindung von B nach E wird als Fußweg genutzt. Ermitteln Sie die Länge dieses Fußweges.
- 1.2 Das Grundstück wird bis auf den Eingangsbereich  $\overline{BC}$  mit einem Zaun umgeben. Berechnen Sie die Länge des Zaunes.
- 1.3 Bestimmen Sie die Größe des Grundstücks (Flächeninhalt des Vierecks ABCD in  $\text{m}^2$ ).
- 1.4 Die Errichtung eines Gartenhauses mit mehr als  $15,00 \text{ m}^3$  Rauminhalt ist genehmigungspflichtig. Auf dem Grundstück soll ein  $3,20$  m hohes Gartenhäuschen errichtet werden, das die Form eines Quaders mit einem aufgesetzten dreiseitigen Prisma hat (Maße und Form siehe Skizze 2).

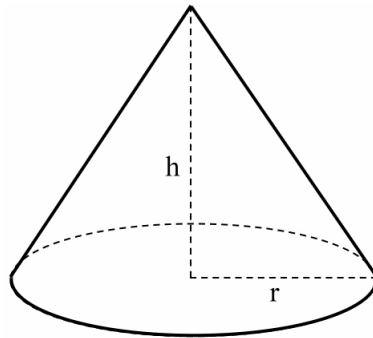


(Skizze 2, nicht maßstäblich)

Untersuchen Sie rechnerisch, ob für das geplante Gartenhaus eine Genehmigung erforderlich ist.

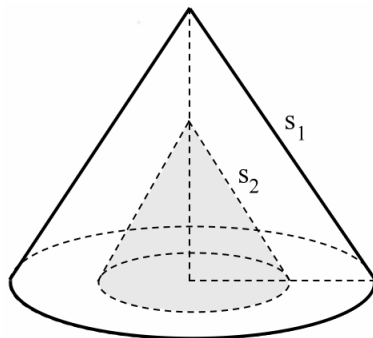
## Wahlaufgabe 2

Aus Edelsteinrohlingen, die die Form eines geraden Kreiskegels mit einem Radius  $r = 6,0$  mm und einer Höhe  $h = 8,0$  mm haben, werden Schmuckstücke hergestellt (siehe Skizze 1).



(Skizze 1, nicht maßstäblich)

- 2.1 Ermitteln Sie das Volumen eines Rohlings.
- 2.2 Aus einem Rohling wird ein gerader Kreiskegel  $K$ , so wie in der Skizze 2 dargestellt, herausgeschnitten. Dabei ist  $K$  der Abfall und der Restkörper stellt ein Schmuckstück dar. Die Mittelpunkte der Grundkreise beider Kegel fallen zusammen. Die Längen der zueinander parallel verlaufenden Mantellinien  $s_1$  und  $s_2$  verhalten sich wie  $2 : 1$ .



(Skizze 2, nicht maßstäblich)

Ermitteln Sie den Oberflächeninhalt des entstandenen Schmuckstücks.

- 2.3 Zur Herstellung eines weiteren Schmuckstückes wird ein neuer Rohling durch einen parallelen Schnitt zur Grundfläche in der Höhe von  $4,0$  mm geteilt. Dieses Schmuckstück hat die Form eines geraden Kreiskegelstumpfes. Berechnen Sie den Oberflächeninhalt dieses Schmuckstücks.
- 2.4 Zeigen Sie, dass das Volumen des Abfalls bei der Herstellung beider Schmuckstücke aus Aufgabe 2.2 und Aufgabe 2.3 gleich groß ist.