

**BESONDERE
LEISTUNGSFESTSTELLUNG
2005
MATHEMATIK
(HAUPTTERMIN)**

Arbeitszeit: 150 Minuten

Hilfsmittel: Tafelwerk
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig)

Lösen Sie die Pflichtaufgabe und wählen Sie von den Wahlaufgaben A1 und A2 eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.

ÖFFNUNG AM 12. MAI 2005

Pflichtaufgabe

- a) Gegeben seien die Funktionen u und v mit den Gleichungen
 $y = u(x) = 4 \cdot \sin x$ und $y = v(x) = -4 \cdot \sin x$.
 Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen u und v im Intervall
 $0 \leq x \leq 3\pi$ in ein und dasselbe Koordinatensystem!

Lösen Sie die Gleichung $2 = 4 \cdot \sin x$ im Intervall
 $0 \leq x \leq 3\pi$!

Für welche Werte von a besitzt die Gleichung $a \cdot \sin x = 2$ im
 Intervall $0 \leq x \leq 3\pi$

- (1) genau zwei Lösungen
- (2) genau eine Lösung
- (3) keine Lösung?

8 BE

- b) Die Funktion f mit $y = f(x) = k \cdot x^4$ verlaufe durch den
 Punkt $P(\sqrt{2}; 16)$.
 Berechnen Sie k !
 Die Funktion g mit $y = g(x) = 2 \cdot x^{-n}$ verlaufe durch den
 Punkt $P(\sqrt{2}; 16)$.
 Berechnen Sie n !

3 BE

- c) Berechnen Sie jeweils x !

(1) $\log_4 64 = x$

(2) $\sqrt{\frac{1}{a^{-4}}} = a^x$

(3) $4^2 + 2^4 = 2^x$

(4) $\frac{1}{2} = \left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]^x$

4 BE

d) Entscheiden Sie für jede der Aussagen (1), (2) und (3), ob sie wahr ist.

Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung, ggf. auch rechnerisch!

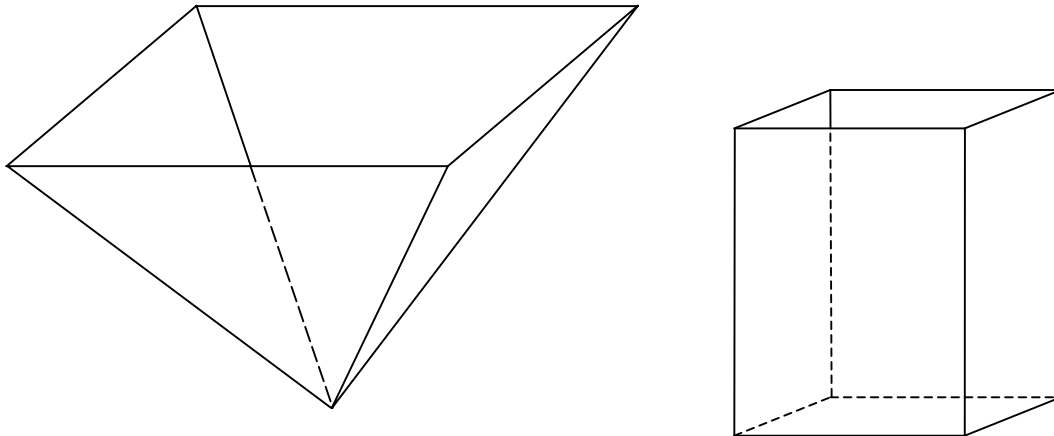
- (1) Es gibt ein Dreieck, welches stumpfwinklig und gleichseitig ist.
- (2) Jedes gleichschenklige Dreieck, dessen Basis 1,5-mal so lang ist wie ein Schenkel, ist stumpfwinklig.
- (3) Für jedes Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 2 \text{ cm}$ und $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$ gilt $1 \text{ cm} < \overline{BC} < 5 \text{ cm}$.

5 BE

Wahlaufgabe A 1

Zum Lagern einer Salzlösung werden zwei Gefäße in den Boden eingelassen (s. Skizze).

Das erste hat die Form einer geraden quadratischen Pyramide mit einer Grundkante von 12 m, das zweite die eines Quaders mit den Grundkanten von 5 m bzw. 6 m. Beide Gefäße haben eine Tiefe von jeweils 4 m.



(Skizzen nicht maßstäblich)

- a) Wie viel Salzlösung paßt in jedes dieser Gefäße?
Nach welcher Zeit sind die Gefäße voll, wenn sie jeweils mit einem Schlauch gefüllt werden, der pro Stunde fünfzehn Kubikmeter Salzlösung ausstößt?

3 BE

- b) Vier Tankwagen fahren zu diesen Gefäßen und sollen Salzlösung holen. Jeder dieser vier Tankwagen holt die Salzlösung mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % aus dem quaderförmigen Tank. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Tankwagen ihre Lösung aus dem quaderförmigen und zwei aus dem pyramidenförmigen Gefäß geholt haben?

Die vier Tankwagen A, B, C und D verlassen das Gelände des Lagers in zufälliger Reihenfolge.

Wie viele Möglichkeiten für das Verlassen des Lagers gibt es?

Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn Tankwagen A als erster losfahren soll?

Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn Tankwagen D als letzter losfahren soll?

6 BE

c) Gegeben seien die Funktionen f und g mit den Gleichungen

$$y = f(x) = \frac{1}{2}x \quad \text{bzw.} \quad y = g(x) = \sqrt[3]{5x} \quad \text{mit } x \geq 0.$$

Zeichnen Sie die Graphen dieser beiden Funktionen im Intervall $0 \leq x \leq 13$ in ein und dasselbe Koordinatensystem!

Außer dem Koordinatenursprung haben beide Graphen noch einen Punkt S gemeinsam.

Lesen Sie die Koordinaten von S näherungsweise ab!

Berechnen Sie die Koordinaten von S !

Ermitteln Sie zu f bzw. g Gleichungen für die Umkehrfunktionen \bar{f} bzw. \bar{g} !

Die Graphen der Funktionen \bar{f} und \bar{g} schneiden einander im Koordinatenursprung und im Punkt P .

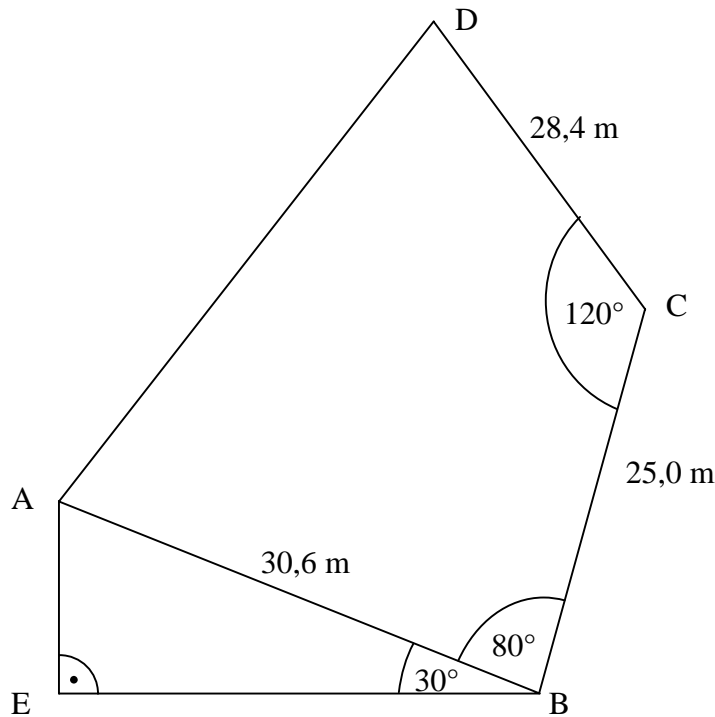
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P !

Vergleichen Sie dieses Ergebnis mit dem Punkt S !

11 BE

Wahlaufgabe A 2

Das Grundstück ABCD steht dem Jugendklub von Adorf zur Nutzung zur Verfügung. Die Gemeinde überlässt aus Anlass des zehnjährigen Jubiläums des Jugendklubs auch das angrenzende Grundstück AEB dem Jugendklub zur Nutzung.



(Skizze nicht maßstäblich)

- a) Berechnen Sie die Längen der Grundstücksgrenzen \overline{AE} , \overline{EB} und \overline{AD} !

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teilfläche BCD!

10 BE

- b) Die Mitglieder des Jugendklubs hatten vor drei Jahren einen Lottogewinn, von dem sie damals 3000 € mit einem Zinssatz von 3,25 % fest angelegt haben. Die Zinsen wurden dem Konto jährlich gutgeschrieben.

Wie hoch ist das Guthaben heute?

Nach wie vielen Jahren seit der Kontoeröffnung würde der Kontostand 4500 € erstmals überschritten?

4 BE

- c) Zur Feier des zehnjährigen Jubiläums hat der Jugendklub den Bürgermeister und seine beiden Stellvertreter eingeladen. Jede der drei Personen hat mit 90%-iger Sicherheit die Teilnahme zugesagt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen alle drei Personen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommen genau zwei der drei Personen? Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt der Bürgermeister mit genau einem seiner Stellvertreter?

3 BE

- d) Im Jugendklub wurde neulich eine Mathematikhausaufgabe diskutiert. Dabei ging es um die Funktion f mit der Gleichung $y = f(x) = 2 \cdot 2^x$. Ein Teil der Mitglieder meinte, dass sich der Graph von f aus dem Graphen von g mit der Gleichung $y = g(x) = 2^x$ durch eine Verschiebung um 2 entlang der y -Achse gewinnen lässt. Ein anderer Teil meinte, dass sich der Graph von f aus dem Graphen von g mit der Gleichung $y = g(x) = 2^x$ durch Verschiebung um -1 entlang der x -Achse gewinnen lässt. Wie beurteilen Sie beide Auffassungen?

3 BE
