



**BESONDERE
LEISTUNGSFESTSTELLUNG
2007
MATHEMATIK
(HAUPTTERMIN)**

Arbeitszeit: 150 Minuten

Hilfsmittel: Tafelwerk
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig)
(Schüler, die einen CAS-Taschencomputer im Unterricht benutzen,
dürfen diesen verwenden.)

Lösen Sie die Pflichtaufgabe und wählen Sie von den
Wahlaufgaben A1 und A2 eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.

ÖFFNUNG AM 10. MAI 2007

Pflichtaufgabe

Ein Schulbuchverlag bittet eine Referendarin, Aufgaben für ein neues Mathematiklehrbuch der zehnten Klasse zusammenzustellen. Sie reicht folgende drei Aufgaben ein. Lösen Sie diese Aufgaben!

- a) Gegeben seien die Funktionen f und g durch ihre Gleichungen

$$y = f(x) = \frac{1}{x-1}, \quad y = g(x) = \frac{1}{x^2}.$$

Geben Sie für f und g jeweils den maximalen Definitionsbereich an!

Skizzieren Sie die Graphen von f und g in ein gemeinsames Koordinatensystem!

Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Graphen keinen gemeinsamen Punkt besitzen!

Geben Sie einen Definitionsbereich für die Funktion g an, für den eine Umkehrfunktion existiert!

Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für diese Umkehrfunktion!

8 BE

- b) Gegeben sei ein Dreieck ABC mit den Seiten $\overline{AB} = c = 13$ cm, $\overline{AC} = b = 14$ cm und $\overline{BC} = a = 15$ cm.

Berechnen Sie die Größen der Innenwinkel dieses Dreiecks!

Wie groß ist die zur Seite $b = \overline{AC}$ gehörende Höhe h_b ?

In welche Teilwinkel teilt diese Höhe den Innenwinkel

$\beta = \angle CBA$?

7 BE

- c) Frau Blumenstock geht bei Regenwetter mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % in ihren Garten; wenn es nicht regnet jedoch mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 %.

1. Für den kommenden Tag wird eine Regenerwartung von 80 % prognostiziert.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird Frau Blumenstock an diesen Tag in ihrem Garten sein?

2. Bei welcher Regenerwartung ist sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % in ihrem Garten?

5 BE

Wahlaufgabe A 1

Ein Schausteller betreibt vier Stände, einen mit einem Glücksrad, einen mit Zielwurf, einen mit Würfeln und einen mit einem Wissenstest.

- a) Wie viele Möglichkeiten hat er, diese vier Stände anzuordnen?
Wie viele Möglichkeiten hat er, wenn der Zielwurf an zweiter Stelle stehen soll?

2 BE

- b) Das Glücksrad ist in zwölf gleich große Sektoren geteilt, die mit den Ziffern Eins bis Zwölf beschriftet sind. Es wird zweimal gedreht.

Welche Wahrscheinlichkeiten haben folgende Ereignisse:

A := "Man erhält beide Male eine gerade Zahl."

B := "Man erhält zwei unterschiedliche Zahlen."

C := "Man erhält beide Male eine zweistellige Zahl."

D := "Das Produkt beider Zahlen beträgt 36."

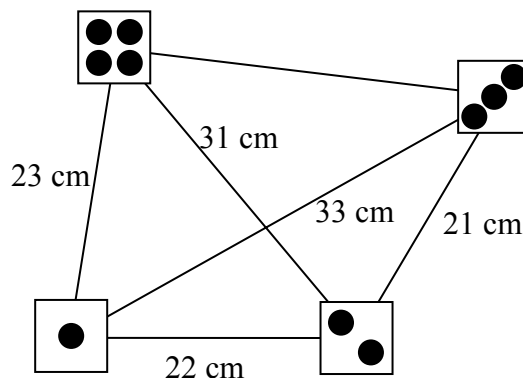
Formulieren Sie ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ beträgt!

6 BE

- c) An der Würfelstation darf man mit vier Würfeln gleichzeitig würfeln.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dabei die Augensumme 23 zu erzielen?

2 BE

- d) Walpurga hat die Augenzahlen Eins, Zwei, Drei und Vier gewürfelt und freut sich, dass jeder Würfel die Augenzahl anzeigt, die seiner Nummer entspricht (s. Skizze).



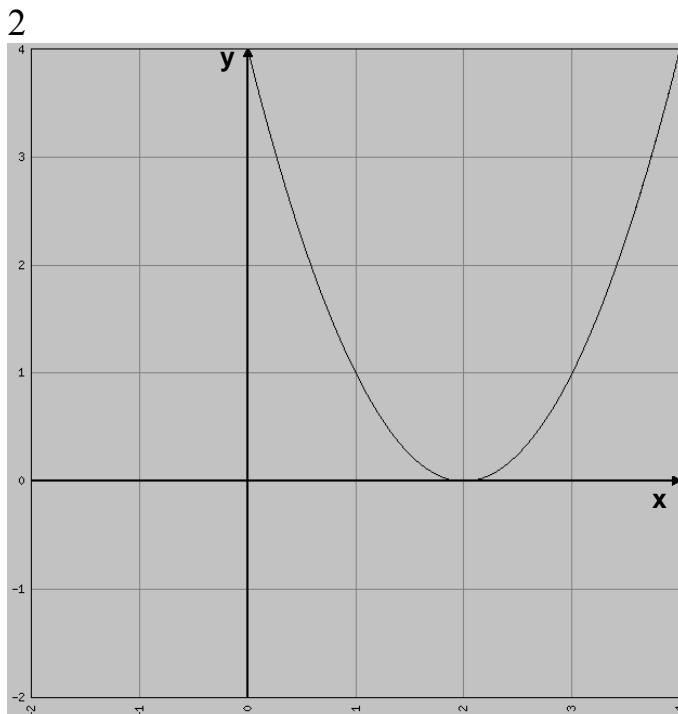
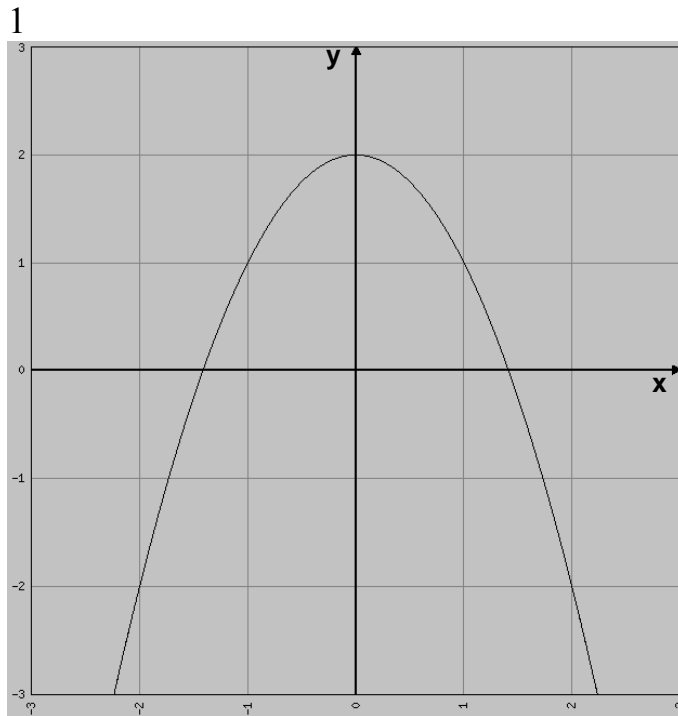
(Skizze nicht maßstäblich)

Würfel Eins ist von Würfel Zwei 22 cm, von Würfel Drei 33 cm und von Würfel Vier 23 cm entfernt. Würfel Zwei ist vom Würfel Drei 21 cm und vom Würfel Vier 31 cm entfernt.

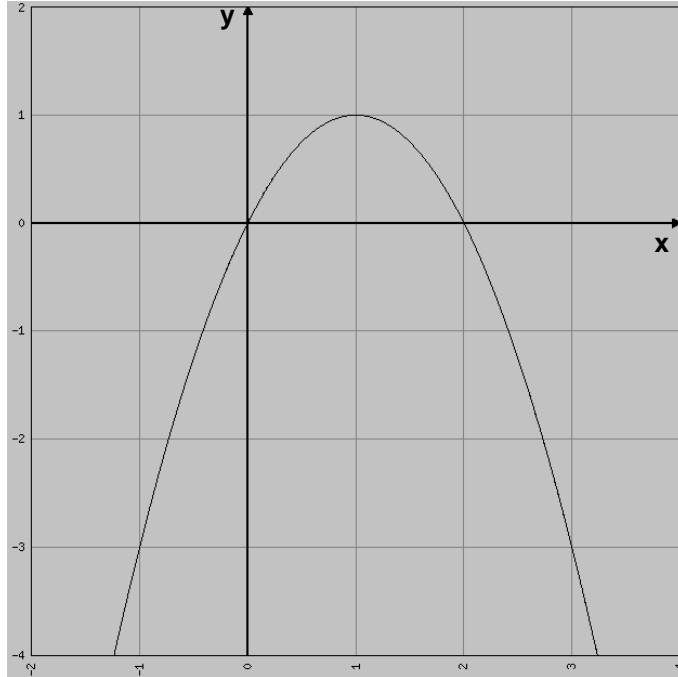
Wie weit sind die Würfel Drei und Vier voneinander entfernt?

6 BE

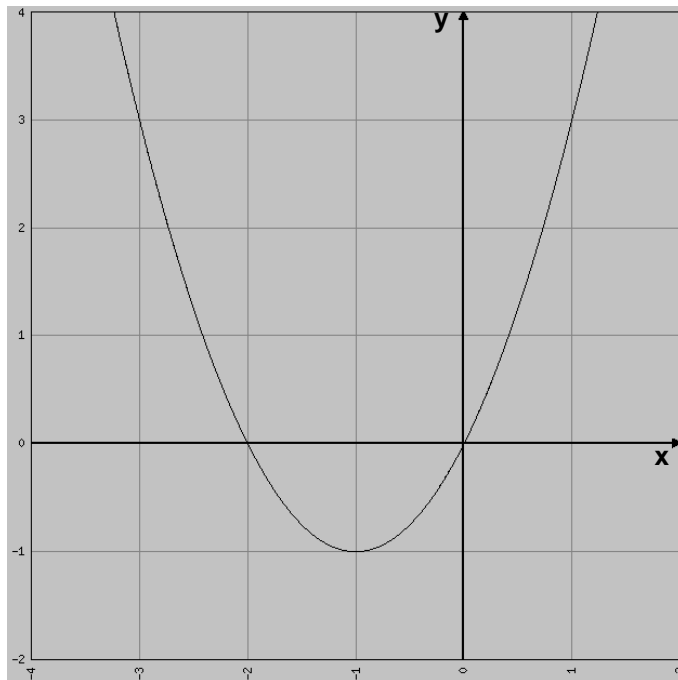
- e) An der Station „Wissenstest“ bekommt man vier Karten mit Funktionsgraphen und soll die Funktionsgleichungen zuordnen.



3



4



$$y = f(x) = x^2 + 2x$$

$$y = g(x) = -x^2 + 2x$$

$$y = h(x) = -x^2 + 2$$

$$y = i(x) = (x - 2)^2$$

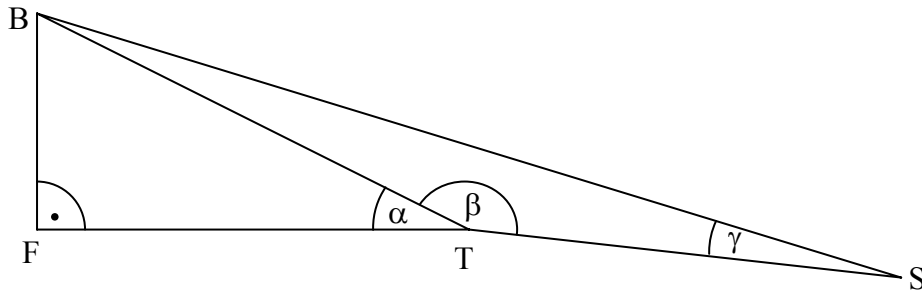
Ordnen Sie die Gleichungen den Graphen zu und zeigen Sie, dass die Funktionen g und h genau einen Punkt gemeinsam haben!
Geben Sie die Koordinaten dieses Punktes an!

4 BE

Wahlaufgabe A 2

Für den Bau des Schleppliftes einer Sommerrodelbahn lässt die Stadt S Messungen mit folgenden Ergebnissen vornehmen:

$$\overline{TS} = 820,0 \text{ m}, \alpha = 14^\circ, \beta = 170^\circ, \gamma = 4^\circ.$$



(Skizze nicht maßstäblich)

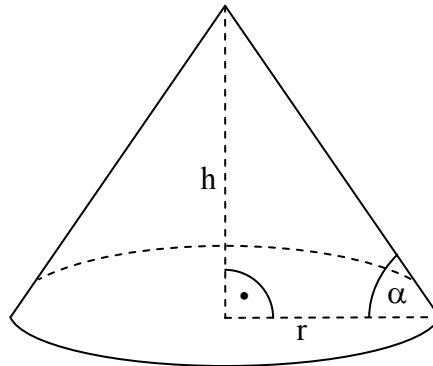
- a) Berechnen Sie die Länge des Schleppliftes entlang der Strecke \overline{BT} !
 Ermitteln Sie, welchen Höhenunterschied h der Schlepplift überwindet!
 Konstruieren Sie das Viereck BFTS in einem geeigneten Maßstab und geben Sie diesen an!
 Die Geschwindigkeit des Schleppliftes ist so eingestellt, dass er in zehn Sekunden zwölf Meter zurücklegt.
 Wie lange wird die Fahrt von der Talstation T bis zur Bergstation B dauern? Geben Sie das Ergebnis auch in Minuten an!

9 BE

- b) Laut Angaben eines Planungsbüros werden für den Bau der Rodelbahn 1,4 Millionen Euro benötigt. 60 % der erforderlichen Summe werden aus Fördermitteln des Landes gezahlt. Den Restbetrag muss die Stadt selbst aufbringen. Zu diesem Zweck wurden vor zehn Jahren 350000 € fest angelegt. Während der gesamten zehn Jahre wurde nichts abgehoben.
 Zu welchem Zinssatz hätte das Geld vor zehn Jahren mindestens angelegt werden müssen, um jetzt den erforderlichen Restbetrag ausgezahlt zu bekommen?
 Würde die Stadt den erforderlichen Betrag auch dann erhalten, wenn vor zehn Jahren folgende Vereinbarung getroffen worden wäre: Der Betrag von 350000 € wird für zehn Jahre fest angelegt. In den ersten fünf Jahren beträgt der Zinssatz 3 %, in den nächsten fünf Jahren 6 %.
 Begründen Sie Ihre Entscheidung!

5 BE

- c) Auf der Baustelle befindet sich ein aufgeschütteter Kieshaufen in Form eines Kegels mit dem Radius $r = 12$ m und der Höhe $h = 9$ m.



(Skizze nicht maßstäblich)

Ein Kubikdezimeter des Materials hat eine Masse von 1,6 kg.

Wie viele Tonnen wiegt der Kieshaufen?

Berechnen Sie den Schüttwinkel α !

Für den Bau soll noch einmal die gleiche Menge Kies angeliefert und auf den bereits bestehenden Kegel geschüttet werden. Die Größe des Schüttwinkels α ändert sich dabei nicht. Der zur Verfügung stehende Platz würde einen Kegelradius von 15 m ermöglichen.

Reicht der zur Verfügung stehende Platz aus?

6 BE
