FREISTAAT THÜRINGEN
Kultusministerium

BESONDERE LEISTUNGSFESTSTELLUNG 2009 MATHEMATIK

(HAUPTTERMIN)

Bearbeitungszeit: 150 Minuten

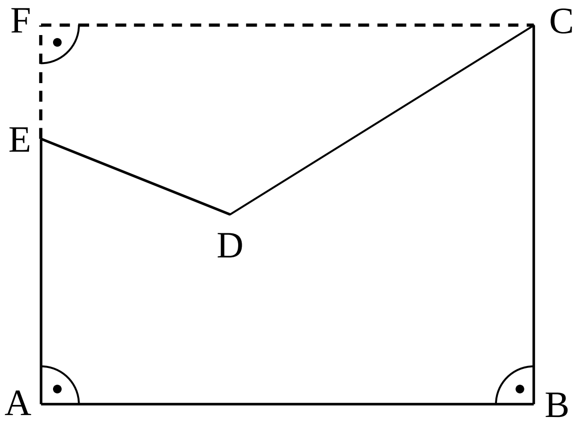
Hilfsmittel: Tafelwerk
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig)
(Schüler, die einen CAS-Taschencomputer im Unterricht benutzen, dürfen diesen verwenden.)

Lösen Sie die Pflichtaufgabe und wählen Sie von den Wahlaufgaben A1 und A2 eine Aufgabe zur Bearbeitung aus!

ÖFFNUNG AM 25. MAI 2009

Pflichtaufgabe

a) Einem Sportklub gehört das Gelände ABCDE. Von der Stadt kann er zusätzlich das Wiesengrundstück EDCF erwerben.



$\overline{AB} = 630\text{ m}$

$\overline{BC} = 480\text{ m}$

$\overline{CD} = 460\text{ m}$

$\overline{DE} = 210\text{ m}$

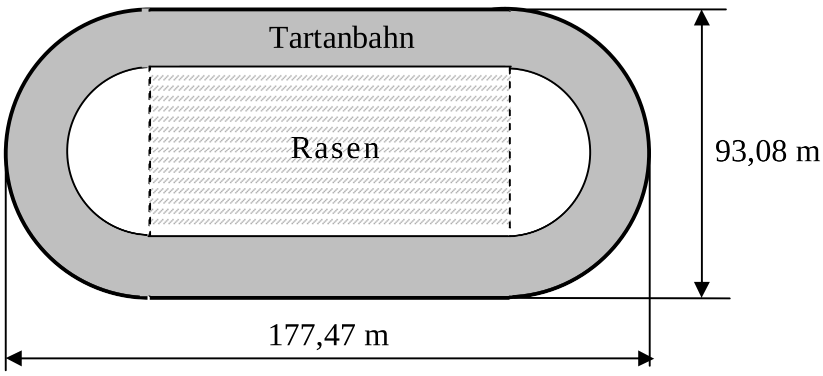
$\overline{AE} = 320\text{ m}$

(Skizze nicht maßstäblich)

Berechnen Sie die Entfernung des Punktes E vom Punkt C!
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Wiesengrundstücks EDCF!

6 BE

b) Der Sportklub verfügt über ein Leichtathletikstadion. Das Stadion hat die Form eines Rechtecks mit angesetzten Halbkreisen.
Auf der Tartanbahn befinden sich 8 Laufbahnen nebeneinander. Jede Laufbahn hat eine Breite von 1,25 m.
Die rechteckige Innenfläche des Stadions ist mit Rasen bewachsen.

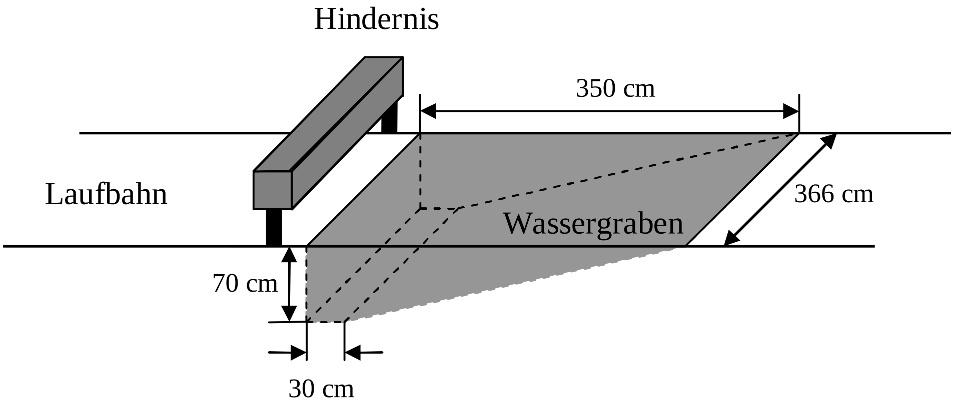


(Skizze nicht maßstäblich)

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Tartanbahn und den Flächeninhalt des Rasenstücks!

6 BE

c) Zu den attraktivsten Wettkämpfen in der Leichtathletik gehört der 3000-Meter-Hindernislauf. Eines der Hindernisse dabei ist der Wassergraben. Die rechteckige Wasseroberfläche hat eine Länge von 350 cm und eine Breite von 366 cm. Unmittelbar vor dem Wassergraben steht ein Hindernis. Direkt hinter dem Hindernis ist der Wassergraben 70 cm tief und läuft nach 30 cm geradlinig zur Laufbahn aus.

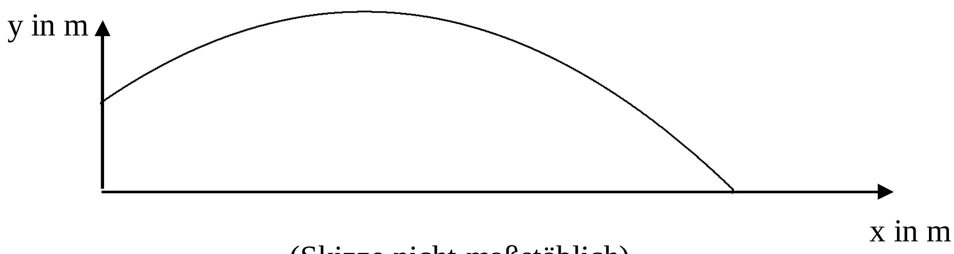


(Skizze nicht maßstäblich)

Der Wasserspiegel schließt mit der Laufbahn ab.
Berechnen Sie, wie viel Liter Wasser zum Füllen des Grabens notwendig sind!

3 BE

d) Beim Kugelstoßen bewegt sich die Kugel annähernd auf einer Parabelbahn. Die Wurfbahn eines Stoßes kann durch die Funktionsgleichung $y = f(x) = -\frac{11}{200}x^2 + x + 2$ beschrieben werden.



(Skizze nicht maßstäblich)

Welche Bedeutung hat die Zahl 2 am Ende des Terms für den Kugelstoßversuch?
Berechnen Sie die erzielte Weite!

3 BE

e) An einem 100-Meter-Lauf nehmen 8 Läufer teil.
Wie viele verschiedene Zieleinläufe sind dabei möglich, wenn alle Läufer verschiedene Zeiten erreichen?
Bei diesem Lauf qualifizieren sich die ersten drei direkt für die nächste Runde.
Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür? 2 BE

Wahlaufgabe A 1

Gegeben sind die Funktionen f und g durch die Gleichungen
$y = f(x) = 2x^2 + c$ mit $c \in R$ und $y = g(x) = 3\cos x \quad (x \in R)$.

a) Geben Sie für die Funktion f die Anzahl der Nullstellen in Abhängigkeit von c an!
Beschreiben Sie den Einfluss des Faktors 2 auf den Verlauf des Graphen im Vergleich zum Graphen von $h(x) = x^2$! **3 BE**

Für die folgenden Aufgaben sei $c = -\frac{\pi^2}{2}$.

b) Berechnen Sie für die Funktion f die Nullstellen! Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes des Graphen der Funktion f an!
Skizzieren Sie den Graphen der Funktion im Intervall $-2 \le x \le 2$! **4 BE**

c) Geben Sie zwei Eigenschaften der Funktion g an und skizzieren Sie den Graphen der Funktion in das Koordinatensystem von Teilaufgabe b! **3 BE**

d) Die Punkte $A\left(-\frac{\pi}{2}; f(-\frac{\pi}{2})\right)$, $B(0; f(0))$, $C\left(\frac{\pi}{2}; f(\frac{\pi}{2})\right)$ und $D(0; g(0))$ bilden ein Viereck.
Geben Sie die Art des Vierecks und gegebenenfalls eine Symmetrieachse an!
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABCD! **4 BE**

In einer Urne liegen vier rote und sechs blaue Kugeln.

e) Es werden drei Kugeln entnommen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist darunter mindestens eine rote Kugel, wenn
(1) nacheinander und mit Zurücklegen
(2) mit einem Griff
gezogen wird? **4 BE**

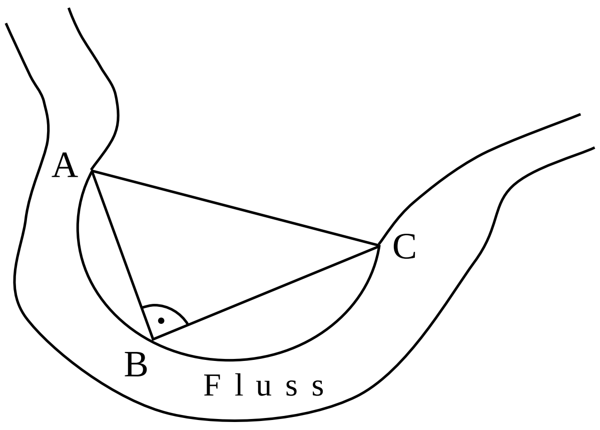
f) Alle Kugeln liegen wieder in der Urne. Sie werden nacheinander herausgenommen und in eine Reihe gelegt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegen alle roten Kugeln nebeneinander am Anfang der Reihe? **2 BE**

Wahlaufgabe A 2

Die Klasse 10a führt die diesjährige Klassenfahrt als Kanutour durch.

a) Die Klasse besteht aus 12 Mädchen und 12 Jungen.
Jedes Boot wird mit drei Personen besetzt. Für die Schüler stehen 8 Boote mit den Nummern 1 bis 8 zur Verfügung.
Wie viele verschiedene Bootsbesetzungen gibt es für das Boot mit der Nummer 1, wenn die 24 Schüler zufällig auf die 8 Boote aufgeteilt werden?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die drei Freundinnen Claudia, Luisa und Nadine zusammen im Boot mit der Nummer 1 sitzen?
Wie viele verschiedene Bootsbesetzungen sind für das Boot mit der Nummer 1 möglich, wenn 4 Boote nur mit Jungen und die anderen 4 Boote nur mit Mädchen zufällig besetzt werden? **5 BE**

b) Am ersten Tag führt die Tour vom Ausgangspunkt A zur Burg B und anschließend zum Camp C. Die drei Tourpunkte liegen direkt am Fluss, der in diesem Abschnitt halbkreisförmig verläuft.
(Die Flussbreite wird hier nicht berücksichtigt.)



$\overline{AB} = 9{,}8\,\text{km}$

$\overline{BC} = 13{,}2\,\text{km}$

$\angle ABC = 90^{\circ}$

(Skizze nicht maßstäblich)

Berechnen Sie die an diesem Tag von den Schülern auf dem Fluss zurückgelegte Strecke?

Am ersten Tag transportiert Familie Förster das gesamte Gepäck der Klasse 10a vom Ausgangspunkt A direkt zum Camp C.
Die Strecke ist ein Waldweg, der höchstens mit einer Geschwindigkeit von 20 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ befahren wird.
Berechnen Sie, wann Familie Förster spätestens in A abfahren muss, damit das Gepäck um 18.30 Uhr im Camp ist! $\boxed{\text{5 BE}}$

c) In der Nähe des Flusses befindet sich ein zylinderförmiger Turm. Seine Höhe ist genau so groß wie sein Umfang.
Berechnen Sie die Höhe und das Volumen des Turmes, wenn sein Durchmesser 10 m beträgt!
Wie viel Grad über dem Horizont steht die Sonne, wenn der Schatten dieses Turmes 35 m lang ist? $\boxed{\text{6 BE}}$

d) In der nachfolgenden Auswertung der Klassenfahrt im Mathematikunterricht stellen die Schüler fest, dass ein Teil des Flusslaufes nahezu exakt dem Verlauf einer Exponentialfunktion der Form $y = f(x) = b \cdot a^x$ entspricht.
Ermitteln Sie die Gleichung der Funktion, wenn die Punkte P(0; 1,5) und Q(3; 4,5) des Graphen bekannt sind!
Geben Sie die Gleichung einer weiteren, von Ihnen selbst gewählten Funktion an, deren Graph ebenfalls durch diese beiden Punkte verläuft! $\boxed{\text{4 BE}}$