

**Grundkurs Mathematik: Abiturprüfung 1982**  
**Infinitesimalrechnung I**

Gegeben ist die Funktion  $f: x \rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2}$  mit maximalem Definitionsbereich  $D_f$ , ihr Graph sei mit  $G_f$  bezeichnet.

- |   |    |
|---|----|
| 1. a) Bestimmen Sie $D_f$ . Untersuchen Sie, ob $G_f$ Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen besitzt.  | 3  |
| b) Geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten von $G_f$ an.<br>(Eine genauere Untersuchung des Graphen in der Nähe der Asymptoten ist verlangt.)  | 4  |
| c) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten von $f$ und geben Sie den Extrempunkt (Lage und Art) von $G_f$ und den Wertebereich $W_f$ an.   | 11 |
| d) Zeichnen Sie $G_f$ für $x \in [-3; 5]$ (Längeneinheit 2 cm) unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse und einiger geeigneter Funktionswerte. Zeichnen Sie auch die Asymptote ein. | 6  |
| 2. a) Zeigen Sie, daß $F: x \rightarrow \ln \left  \frac{x}{x-2} \right $ mit $D_F = D_f$ eine Stammfunktion von $f$ ist.   | 7  |
| b) Berechnen Sie den Flächeninhalt $A$ der Figur, die von $G_f$ , den Geraden $x = 2,5$ und $x = b (b > 2,5)$ , sowie der x-Achse eingeschlossen wird, in Abhängigkeit von $b$ .        | 4  |
| c) Kann dieser Flächeninhalt $A$ für $b \rightarrow \infty$ beliebig groß werden? Begründen Sie Ihre Antwort.   | 5  |