

Grundkurs Mathematik: Abiturprüfung 1983
Infinitesimalrechnung I

Gegeben ist die Funktion $f: x \rightarrow \frac{4x}{x^2 + 4}$, $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph sei mit G_f bezeichnet.

- | | |
|---|----|
| 1. a) Ermitteln Sie die Symmetrieeigenschaften und die Asymptote von G_f . | 2 |
| b) Bilden Sie die 1. Ableitung $f'(x)$ und berechnen Sie $f'(0)$ sowie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$.
[Teilergebnis: $f'(x) = \frac{4(4-x^2)}{(x^2+4)}$] | 5 |
| c) Bestimmen Sie mit Hilfe der 1. Ableitung das Monotonieverhalten von f und geben Sie Lage und Art der Extrempunkte von G_f an. | 7 |
| d) Wie folgt aus den bisherigen Ergebnissen die Existenz eines Wendepunktes von G_f im Bereich $x > 2$? Ermitteln Sie nun alle Wendepunkte von G_f . | 10 |
| e) Zeichnen Sie G_f und berücksichtigen Sie hierbei die gewonnenen Ergebnisse (Längeneinheit 1 cm). | 4 |
| 2. a) Zeigen Sie, daß $h: x \rightarrow 2 \cdot \ln(x^2 + 4)$ mit $x \in \mathbb{R}$ Stammfunktion von f ist. | 2 |
| b) Die beiden Geraden $x = 1$ und $x = b(b > 1)$, der Graph G_f und die x-Achse begrenzen eine Figur mit dem Flächeninhalt A .
Berechnen Sie b so, daß A den Wert $4 \cdot \ln 2$ erhält.
(Führen Sie die Rechnung möglichst ohne Taschenrechner durch!) | 10 |