Abiturprüfung 2006

Hinweise zur Korrektur und Bewertung
der Abiturprüfungsarbeiten in

MATHEMATIK

als Leistungskursfach

Nicht für den Prüfling bestimmt

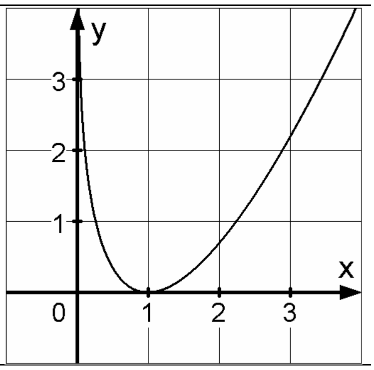
Die Korrekturhinweise enthalten keine vollständige Lösung der Aufgaben, sondern nur einen kurzen Abriss des Erwartungshorizontes. Nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege und Begründungsansätze sind gleichberechtigt.

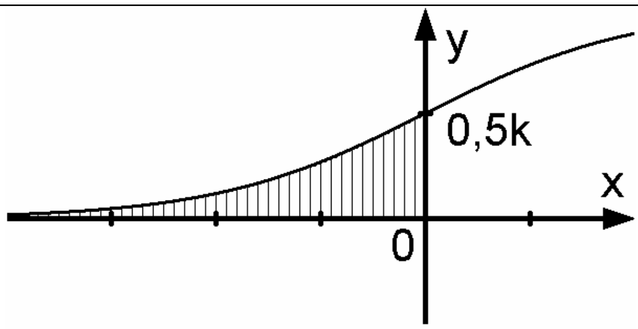
Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich an der bei jeder Teilaufgabe am linken Rand des Angabenblattes vermerkten, maximal erreichbaren Zahl von Bewertungseinheiten (BE) zu orientieren.

Umrechnung der erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte:

Die insgesamt erreichten Bewertungseinheiten werden nach der folgenden Tabelle in Notenpunkte umgesetzt:

Notenpunkte	Notenstufen	Bewertungseinheiten	Intervalle in %
15 14 13	+ 1 1 1 –	120 ... 115 114 ... 109 108 ... 103	15
12 11 10	+ 2 2 2 –	102 ... 97 96 ... 91 90 ... 85	15
9 8 7	+ 3 3 3 –	84 ... 79 78 ... 73 72 ... 67	15
6 5 4	+ 4 4 4 –	66 ... 61 60 ... 55 54 ... 49	15
3 2 1	+ 5 5 5 –	48 ... 41 40 ... 33 32 ... 25	20
0	6	24 ... 0	20

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	Nullstelle $x=1$; $\lim\limits_{x\to 0+} f(x)=\infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$
b)	5	$0<x<1$: $\ln x<0$ und $1-\frac{1}{x}<0 \Rightarrow f'(x)<0$, also f streng monoton abnehmend $x>1$: $\ln x>0$ und $1-\frac{1}{x}>0 \Rightarrow f'(x)>0$, also f streng monoton zunehmend
c)	5	$f''(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}>0$ für alle $x>0$ $\Rightarrow G_f$ linksgekrümmt in D_f $f(3)=2\ln 3\approx 2{,}2$ 
d)	4	f in $]0;1]$ echt monoton abnehmend, also dort umkehrbar $D_g=[0;\infty[$, $W_g=]0;1]$ $\lim\limits_{x\to 0+} g'(x)=-\infty$
e)	8	mögliche Stammfunktion: $F(x)=(\frac{1}{2}x^2-x)\ln x-\frac{1}{4}x^2+x$
2. a)	3	Vom Ursprung ausgehend bewegt sich der Scheitel $(0\,\|\,2-t)$ auf der y-Achse in positiver Richtung und nähert sich dem Punkt $(0\,\|\,2)$ beliebig nahe an.
b)	3	$A_t(x)=(1-x)\cdot(tx^2+2-t)$
c)	6	Für $0<t<\frac{3}{2}$ ist A_t echt monoton abnehmend, so dass A_t sein Maximum an der Randstelle $x=0$ annimmt. $A_t'(x)=-3tx^2+2tx+t-2$ hat für $0<t<1{,}5$ keine Nullstelle und wegen $A_t'(0)=t-2<0$ folgt: $A_t'(x)<0$ für $0\le x\le 1$.
d)	3	$A_{1,6}(0)=A_{1,6}(\frac{1}{2})=0{,}4$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f_k(x) = k;\ \lim\limits_{x\to-\infty} f_k(x) = 0$
b)	4	f_k in D_k streng monoton zunehmend; Wertemenge $]0;k[$
c)	7	$f_k''(x) = \dfrac{k^3 e^{-kx}(e^{-kx}-1)}{(1+e^{-kx})^3}$
d)	6	-----
e)	7	 mögliche Stammfunktion: $F_k(x) = \ln(e^{kx}+1)$
2. a)	2	Verschiebung um 6,908 in positiver x-Richtung und Streckung mit Faktor 10^6 in y-Richtung
b)	3	$N(0) \approx 1{,}999$: Die Kultur wurde mit zwei Bakterien angesetzt. $N(2) \approx 109{,}1$: Nach zwei Stunden sind es etwa einhundert Bakterien.
c)	5	nach etwa acht Stunden
d)	4	stärkstes Wachstum an der Wendestelle $x = 6{,}908$ z. B.: $N(6{,}908+\frac{1}{120}) - N(6{,}908-\frac{1}{120}) \approx 16666$ oder $\dfrac{N'(6{,}908)}{60} \approx 16667$ Der maximale Zuwachs beträgt etwa siebzehntausend Bakterien pro Minute.
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	4	$\binom{8}{3}\binom{12}{5}+\binom{8}{4}\binom{12}{4}+\binom{8}{5}\binom{12}{3}=91322$
b)	3	$2\cdot 4!\cdot 4! = 1152$
c)	4	$2\cdot 2\cdot 4!\cdot 4! = 2304$
2. a)	4	$P_{0,35}^{12}(Z\le 2)\approx 15{,}1\ \%$
b)	4	$P_{0,6}^{n}(Z\le 3)\le 0{,}2$; mindestens 8-mal
c)	4	$1-(\frac{7}{8})^n > 0{,}9$; mindestens 18-mal
d)	4	$1-\dfrac{1}{400\varepsilon^2}\ge 0{,}75 \Rightarrow \varepsilon \ge \frac{1}{10}$ (halbe Intervallbreite)
3. a)	5	$P_{0,25}^{25}(Z\ge k)\le 0{,}05 \Rightarrow k\ge 11$ Es sind mindestens $25+11=36$ Fragen richtig zu beantworten.
b)	4	$P_{0,25}^{20}(Z\le 5)\approx 61{,}7\ \%$
4.	4	$E(H)=p;\ Var(H)=\frac{pq}{n}\le\frac{1}{4n}$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1.	3	-----
2.	7	$6\cdot(\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{36}$; $5\cdot(\frac{1}{6})^2\cdot\frac{2}{15}+(\frac{1}{6})^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{36}$ Die Ereignisse sind stochastisch unabhängig.
3. a)	5	$P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z \geq k) \geq 0{,}99 \quad \Rightarrow \quad k \leq 23$ Entscheidung für Vegas-Würfel, wenn mindestens 23-mal eine „6“ geworfen wird
b)	3	$P^{100}_{\frac{1}{6}}(Z \geq 23) \approx 6{,}3\ \%$
4.	5	$\dfrac{0{,}3\cdot P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z=25)}{0{,}3\cdot P^{100}_{\frac{1}{3}}(Z=25)+0{,}7\cdot P^{100}_{\frac{1}{6}}(Z=25)} \approx 43{,}7\ \%$
5. a)	4	-----
b)	4	$1-\Phi\left(\dfrac{225-E(X)+0{,}5}{\sqrt{Var(X)}}\right) \approx 24{,}5\ \%$ Lösungen ohne Stetigkeitskorrektur sind ebenfalls anzuerkennen.
6. a)	4	$P^{5}_{\frac{1}{3}}(Z \geq 1) = 1-(\frac{2}{3})^5 \approx 86{,}8\ \%$
b)	5	Modell B: $\binom{6+5-1}{5} = 252$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	3	-----
b)	4	z. B.: Grenzgerade $g_0 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$; Aufhängepunkte der Geraden g_k bilden Halbgerade $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + k^2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, die nicht parallel zu g_0 ist.
c)	5	$k_{1/2} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$
d)	5	$\varphi \approx 71{,}6°$
2. a)	6	$M_2(2 \mid -\frac{5}{3} \mid \frac{22}{3})$
b)	3	$\overline{PQ} \approx 0{,}76$
c)	4	$E^* : x_2 - x_3 - 21 = 0$
d)	4	-----
e)	6	$R = \sqrt{39}$
	40	

Aufgabe	BE	Hinweise
1. a)	2	$\frac{\pi}{6} \approx 52{,}4\ \%$
b)	5	$Z_2(5-\frac{5}{3}\sqrt{3}\mid 5+\frac{5}{3}\sqrt{3}\mid 5-\frac{5}{3}\sqrt{3})$
c)	5	Strecke [FN] mit $N(10\mid 0\mid 5)$ z. B.: $x_3 : a \mapsto \frac{5a+10}{a+1} = 5+\frac{5}{a+1}$ ist für $a \geq 0$ streng monoton abnehmend mit Wertemenge $]5;10]$
2. a)	3	Grundflächen sind gleichseitige Dreiecke, Seitenflächen rechtwinklige, gleichschenklige Dreiecke.
b)	4	-----
3. a)	5	Der Abstand des Kugelmittelpunkts von der Ebene S_4 ist größer als der Kugelradius.
b)	5	-----
c)	6	Volumenverkleinerung: $85\frac{1}{3}$ Oberflächenabnahme: $64\cdot(3-\sqrt{3})$
d)	5	$W(5\mid 5\mid 16)$
	40	