P1

1.1.1 $f(-x) = \frac{4}{9}(-x)^3 - 9(-x) = -\frac{4}{9}x^3 + 9x = -(\frac{4}{9}x^3 - 9x) = -f(x)$; Punktsymmetrie zu O(0/) ;

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{4}{9}x^3 - 9x \to \infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4}{9}x^3 - 9x \to -\infty$

1.1.2 $f'(x) = \frac{4}{3}x^2 - 9$; $f''(x) = \frac{8}{3}x$; $\frac{4}{3}x^2 - 9 = 0$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{27}{4}} \approx \pm 2{,}6$

$f''(2{,}6) > 0$ min; $f''(-2{,}6) < 0$ max; $f(2{,}6) = -15{,}6$

$P_{min}(2{,}6/-15{,}6)$ wegen Symmetrie $P_{max}(-2{,}6/15{,}6)$

1.1.3 f(6) = 42; Geradengleichung: $\frac{y-0}{x-0} = \frac{42}{6} \Rightarrow y = 7x$

Wegen der Symmetrie: $2\int_0^6 (7x - \frac{4}{9}x^3 + 9x)dx = \left[\frac{7x^2}{2} - \frac{x^4}{9} + \frac{9x^2}{2}\right]_0^6 = 288$ FE

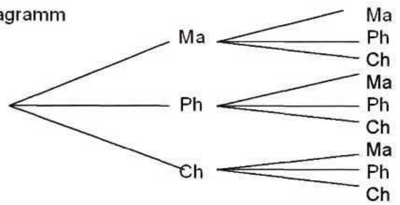
1.2.1 Darstellung

1.2.2 $\overline{BA} = \begin{vmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{vmatrix}$ $\overline{BD} = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{vmatrix}$ $\cos\beta = \frac{-3+28}{\sqrt{50}\cdot\sqrt{50}} = 0{,}5$ $\beta = 60°$

1.2.3 Gerade g_{BD} $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ ist erfüllt für λ= 2 >1;

P nicht auf $\overline{BD}$

1.3 Baumdiagramm



Ergebnismenge
Ω ={ MaMa. MaPh. MaCh.
PhPh, PhCh,ChCh}

ohne Berücks der Reihenf.

X	MaMa	MaPh	MaCh	PhPh	PhCh	ChCh
P(X) %	$0{,}5\cdot\frac{49}{99}$=24,75	$2\cdot0{,}5\cdot\frac{30}{99}$=30,3	$2\cdot0{,}5\cdot\frac{20}{99}$=20.2	$0{,}3\cdot\frac{29}{99}$=8,8	$2\cdot0{,}3\cdot\frac{20}{99}$=12,12	$0{,}2\cdot\frac{19}{99}$=3,84

1.4 P(A) ≈ 24.75 % + 8,8 % + 3.8 % ≈ 37,4 %; P(B) = 100 % - 24,75 % ≈ 75 %

P2

2.1 $f(-x) = \frac{4}{9}(-x)^3 - 9(-x) = -\frac{4}{9}x^3 + 9x = -(\frac{4}{9}x^3 - 9x) = -f(x)$; Punktsymmetrie zu O(0/) ;

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{4}{9}x^3 - 9x \to \infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4}{9}x^3 - 9x \to -\infty$

2.2 $f'(x) = \frac{4}{3}x^2 - 9$; $f''(x) = \frac{8}{3}x$; $\frac{4}{3}x^2 - 9 = 0$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{27}{4}} \approx \pm 2{,}6$

$f''(2{,}6) > 0$ min; $f''(-2{,}6) < 0$ max; $f(2{,}6) = -15{,}6$

$P_{min}(2{,}6/-15{,}6)$ wegen Symmetrie $P_{max}(-2{,}6/15{,}6)$

2.3 f(6) = 42; Geradengleichung: $\frac{y-0}{x-0} = \frac{42}{6} \Rightarrow y = 7x$

Wegen der Symmetrie: $2\int_0^6 (7 - \frac{4}{9}x^3 + 9x)dx = \left[7x - \frac{x^4}{9} + \frac{9x^2}{2}\right]_0^6 = 288$ FE

2.4 Nullstellen $x_1 = 0$, $x_2 = 4{,}5$; Schnittpunkt beider Graphen im I. Quadranten S(6/7)

$\int_{-\frac{9}{2}}^{0} (\frac{4}{9}x^3 - 9x)dx = \left[\frac{x^4}{9} - \frac{9x^2}{2}\right]_{-\frac{9}{2}}^{0} = \frac{729}{16} = A_1$

$\int_0^6 (7x - \frac{4}{9}x^3 + 9x)dx = \left[\frac{7x^2}{2} - \frac{x^4}{9} + \frac{9x^2}{2}\right]_{-\frac{9}{2}}^{0} = 144$ $A_2 = 144 - \frac{729}{16} = \frac{1575}{16}$

$A_1 : A_2 = 81:175 = 1:2{,}16$

2.5 $f'(3) = 3$ $\tan\varphi = \frac{7-3}{1+3\cdot7} = \frac{4}{22}$ $\varphi = 10{,}3°$

2.6 $A(u) = \frac{1}{2}\cdot4{,}5\cdot(\frac{4}{9}u^3 - 9u) = u^3 - 20{,}25\,u$

$A'(u) = 3u^2 - 20{,}25$ $u_1 \approx -2{,}6$ $f(-2.6) = 15{,}6$ $S(-2{,}6/15{,}6)$

$A''(u) = 6u < 0$, wenn $u < 0$ max; $A(-2{,}6) = 35$

W 1

1.1 $R^2 = h^2 + r^2$ $r^2 = R^2 - h^2$; h = 1 $\Rightarrow$ r = 2,83 V = 8,4 cm³

h = 1,5 $\Rightarrow$ r = 2,60 V = 10,6 cm³

h = 2,5 $\Rightarrow$ r = 1,66 V = 7,2 cm³

1.2 $V = V(h) = \frac{1}{3}\cdot\pi(R^2 - h^2)\cdot h$; $V'(h) = \frac{-\pi\cdot(3h^2 - 9)}{3}$ $V''(h) = -2\pi h$

$h = \sqrt{3}$ $V''(\sqrt{3}) < 0$ Max $V_{max} = 10{,}9$ cm³

$m_{Ku} = V_{Ku} \cdot \rho$ $\quad V_{Ku} = 36\pi$ $\quad V_{Kus} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot (3-\sqrt{3}) = 6 \cdot \pi(3-\sqrt{3})$

$m_{Kus} : m_{Ku} = V_{Kus} : V_{Ku} = 6 \cdot \pi(3-\sqrt{3}) : 36\pi = 1 : (3+\sqrt{3}) = 1 : 4{,}7$

1.3 allgemein: $V(h) = \frac{1}{3} \cdot \pi(R^2 - h^2) \cdot h$ $\quad V'(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (R^2 - 3h^2)$; $V'(h) = 0$ damit

wird $h = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ und $r^2 = R^2 - h^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{R^2 - \frac{3R^2}{9}} = \frac{R}{3}\sqrt{6}$

$h : r = = \frac{\sqrt{3}R}{3} : \frac{R}{3}\sqrt{6} = 1 : \sqrt{2} = \text{const.}$

W2

2.1.1 $y = 0$: $0 = e - e^{-1-0,5x}$; $\quad -1 - 0{,}5x = \ln e = 1 \Rightarrow x = 4$ $\quad S_x(4/0)$
$x = 0$: $f(x) = e - e^{-1} \approx 2{,}35$ $\quad \Rightarrow \quad S_y(0/2{,}35)$

$\lim_{x\to\infty} e - \frac{e^k}{e^{0,5x}} = e$; $\quad \lim_{x\to-\infty} e - \frac{e^k}{e^{0,5x}} \to -\infty$

2.1.2 $f(x) = e - e^{-1-0,5x}$; $f'(x) = 0{,}5\, e^{-1-0,5x} > 0$ für alle $x \Rightarrow$ monoton wachsend für alle x, d.h. kein Extremum
oder $0{,}5\, e^{-1-0,5x} = 0$ Widerspruch; keine Lösung

2.1.3 $f'(-2) = 0{,}5\, e^{-1-0,5(-2)} = 0{,}5$ $\quad f(-2) = 0{,}5e$

Tangente ; $\frac{y-(e-1)}{x+2} = 0{,}5$ $\quad y = \frac{x}{2} + e$

2.2.1 $F_k(x) = ex + 2e^{k-0,5x}$ $\quad F'(x) = e - e^{k-0,5x} = f_k(x)$ Stammfunktion

2.2.2 Nullstelle von $f_k(x)$: $x = 2k - 2$

$$\int_{2k-2}^{2k} (e - e^{k-0,5x})dx = \left[ex + 2e^{k-0,5x}\right]_{2k-2}^{2k} = 2$$

W3

3.1 Koordinaten der fehlenden Punkte B(20/-20/ 0), C(20/20/0), D(-20/ 20/0), F(20/-20/90), H(-20/5/90)

$A_G = \frac{a+c}{2} \cdot h = 0{,}5(40+25) \cdot 90\ m^2$ $\quad V = A_G \cdot h$ $\quad V = 2925 \cdot 40\ m^3$

$V = 117\,000\ m^3$

3.2 g_{GC} ; $\vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ 90 \end{pmatrix}$ $\qquad g_{DH}$: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -20 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ 90 \end{pmatrix}$

$\lambda, \mu = \frac{1}{3}$ damit R(20/15/ 30), P(-20/15/30)

$\overline{RG} = \sqrt{(20-20)^2 + (15-5)^2 + (30-90)^2} = \sqrt{3700}$

$A = 2433{,}11\ m^2$ $\quad$ Leistung 1216,55 kW

3.3 Gleichung der Ebene: $\varepsilon_{CDHG} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ 90 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} -40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Durchstoßpunkt $x = y = 0 \Rightarrow 0 = 20 - 40\tau$ $\quad \tau = 0{,}5$
$= = 20 - 15\upsilon$ $\quad \upsilon = \frac{4}{3}$ $\quad$ Q(0/0/120)

3.4 Mittelpunkt M(0/-7,5/90), Spitze S(0/-7,5/100)

Geradengleichung (Strahl) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7{,}5 \\ 100 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Für die Dachebene z= 90, muss

$\sigma = 5 \Rightarrow$ U(5/-22,5/90) da y = -22,5< -20 endet der Schatten auf dem Hof

$\Rightarrow z = 0$, $\Rightarrow \sigma = 50$ Endpunkt Schattens S`(50/-157,5/0).

W4

4.1.1 Experiment 1 ist eine Bernoullikette, denn das zufällige Ergebnis kann nur entweder schwarze oder weiße Kugel sein, die Wahrscheinlichkeit ändert sich nicht.
$n = 5$, $p = \frac{7}{30}$, $k = 3$ $\quad P(X = 3) = 0{,}07467$

4.1.2 1. Möglichkeit: Baumdiagramm

2. Möglichkeit: $\frac{\text{Anzahl der günstigen Mögl}}{\text{Anzahl der Möglichkeiten}} = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{23}{2}}{\binom{30}{5}} = \frac{8855}{142506} = 0{,}0621$

4.2 $n = 15$, $p = 0{,}12$
$P(X = 0) = 0{,}1469$, $PX>1 = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 1 - (0{,}1469 + 0{,}3006) = 1 - 0{,}447 = 0{,}552$

$P(X = 2) = 0{,}2870$ $\quad P(1 \le X < 3) = 0{,}2870 + 0{,}3006 = 0{,}5876$

4.3 X ist binomialverteilt mit n und der Erfolgswahrscheinlichkeit p

$P(X = 3) = \frac{160}{729} = \binom{6}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^3 = 20 \cdot p^3 \cdot (1-p)^3$

$\frac{160}{729} = 20 \cdot p^3 \cdot (1-p)^3$ $\qquad p_1 = \frac{1}{3}$ und $p_2 = \frac{2}{3}$

$\sqrt[3]{\frac{8}{729}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^6}} = \sqrt[3]{p^3 \cdot (1-p)^3} = \sqrt[3]{p^3 - p^6}$