Name, Vorname: ....

Aufgabe A0 (beinhaltet die Aufgaben 1–3 des Arbeitsblattes)

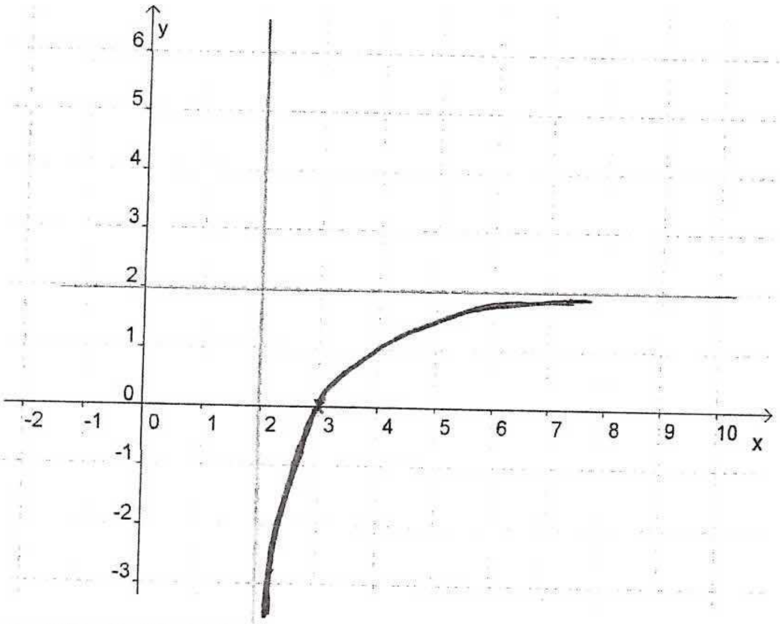
Arbeitsblatt

Dieses Arbeitsblatt ist vollständig und ohne Zuhilfenahme von Tafelwerk oder Taschenrechner zu bearbeiten. Das Arbeitsblatt wird nach einer Bearbeitungszeit von genau 45 Minuten eingesammelt. Zusätzliche Lösungsblätter sind mit Ihrem Namen zu versehen und in dieses Arbeitsblatt einzulegen.

1 Analysis

1.1 Skizzieren Sie den Graphen einer Funktion f, wobei die folgenden Eigenschaften deutlich werden sollen:

$f(3) = 0$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 2$; f ist an der Stelle x = 2 nicht definiert.



1.2 Geben Sie jeweils die Gleichung einer Funktion mit der folgenden Eigenschaft an.

- Die Funktion f ist eine ganzrationale Funktion ohne Nullstellen.

  $f(x)= x^2 + 2$

- Die Funktion g besitzt für $x \to +\infty$ den Grenzwert null.

  $f(x)= 1 / x$

- Die Funktion h besitzt die Ableitungsfunktion $h'(x) = 3x^4 + 6x^3 - 3x + 7$.

  $f(x) = \frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 7x$

1.3 Die Funktion f mit dem Graphen G hat die Gleichung $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 10;\quad x \in \mathbb{R}$.

Berechnen Sie den Anstieg von G im Punkt P(2 | f(2)).
Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an G im Punkt P.
Geben Sie die Gleichung der waagerechten Tangente an G an.

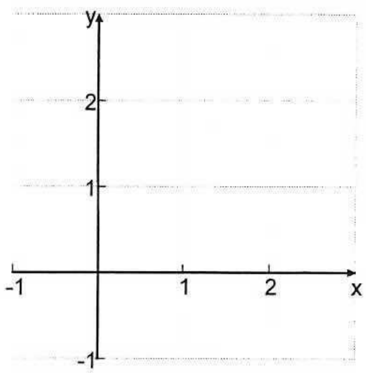
$f'(x) = -x + 5 \qquad f'(2) = 3$

$$\begin{aligned} f(2) &= -2 \\ -2 &= 3(-2) + n \\ n &= -8 \qquad t_1 : y = 3x - 8 \end{aligned}$$

$0 = -x + 5 \quad x = 5 \qquad f(5) = 2{,}5 \quad \Rightarrow t_2 : y = 2{,}5$

1.4 Das Quadrat ABCD mit A(0 | 0), B(2 | 0), C(2 | 2) und D(0 | 2) wird durch den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ in zwei Teile zerlegt.
Ermitteln Sie das Verhältnis der Inhalte dieser beiden Teilflächen.

$$A_1 = \int_0^2 \tfrac{1}{2}x^2 dx = \left[\tfrac{1}{6}x^3\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$



$$A_2 = A_{\text{Quadrat}} - A_1 = 4 - \tfrac{4}{3} = \tfrac{8}{3}$$

$$A_2 : A_1 = 2 : 1$$

2 Analytische Geometrie

2.1 Geben Sie jeweils die Koordinaten von Punkten in einem kartesischen Koordinatensystem an.

- ein Punkt in der yz-Ebene;
  A(0|3|4)
- ein Punkt der z-Achse;
  B(0|0|3)
- ein Punkt, der von der xz-Ebene den Abstand 2 LE hat.
  C(3|2|4)

2.2 Gegeben sind die Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\vec{e} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Geben Sie jeweils einen der Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ an, der

- parallel zu $\vec{x}$ ist,
  $\vec{a}$ oder $\vec{d}$
- senkrecht zu $\vec{x}$ ist,
  $\vec{e}$
- den gleichen Betrag wie $\vec{x}$ hat.
  $\vec{c}$

2.3 Gegeben sind die drei Punkte A(–1 | 3 | 4), B(2 | 4 | 6) und C(3 | –2 | 6).
Begründen Sie, dass diese Punkte nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

$$g_{AB}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$3 = -1 + 3r$

$-2 = 3 + r \Rightarrow r = -5$ c liegt nicht auf g_{AB}

$6 = 4 + 2r \Rightarrow r = 1$

3 Stochastik

3.1 Eine ideale Münze wird dreimal geworfen. Dabei wird jeweils die sichtbare Seite (Wappen oder Zahl) notiert.

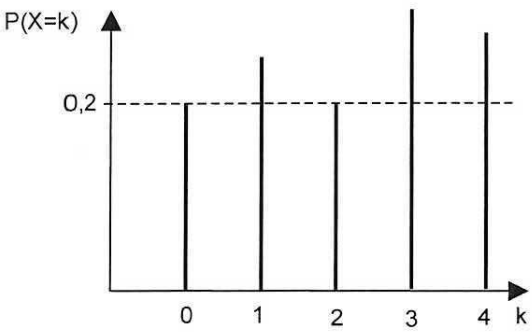
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dreimal dieselbe Seite erscheint.

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

Formulieren Sie für dieses Zufallsexperiment ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit 0,5 ist.

Höchstens einmal fällt Wappen.

3.2 Begründen Sie, dass es sich nicht um die grafische Darstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung handelt.

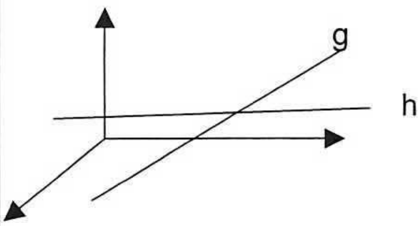


Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten ist größer als 1.

Aufgabe A1

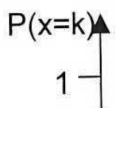
Aufgabe	Lösungen	mögliche BE
1.1	$f(x) = -\frac{1}{27}x^3 - 3x$ $f(-x) = \frac{1}{27}x^3 - 3x = -f(x) \Rightarrow$ punktsymmetrisch	2
1.2	Nullstellen: $0 = -\frac{1}{27}x^3 + 3x$ $0 = x(-\frac{1}{27}x^2 + 3)$ $\quad 0 = -\frac{1}{27}x^2 + 3$ $x_1 = 0$ $\quad x^2 = 81$ $x_{1/2} = \pm 9$ $f'(x) = -\frac{1}{9}x^2 + 3;\ f''(x) = -\frac{2}{9}x;$ $0 = -\frac{1}{9}x^2 + 3 \quad x^2 = 27 \quad x_{1/2} = \pm 3\sqrt{3}$ $f''(3\sqrt{3}) = -\frac{2}{3}\sqrt{3} \Rightarrow$ Max. $f''(-3\sqrt{3}) = \frac{2}{3}\sqrt{3} \Rightarrow$ Min. $T(-3\sqrt{3}\,\vert\,-6\sqrt{3});\ H(3\sqrt{3}\,\vert\,6\sqrt{3})$	6
1.3	$R(3\,\vert\,f(3)) \quad R(3\,\vert\,8)$ $f'(3) = 2 \quad 8 = 2\cdot 3 + n \quad n = 2$ t: $y = 2x + 2$; $u = \left(1 + 2 + \sqrt{5}\right)LE = \left(3 + \sqrt{5}\right)LE \approx 5{,}24\ LE$	4
1.4	$A(r) = r \cdot f(r) \quad (0 < r < 9)$ $A(r) = r \cdot (-\frac{1}{27}r^3 + 3r)$ $A(r) = -\frac{1}{27}r^4 + 3r^2$ $A'(r) = -\frac{4}{27}r^3 + 6r$ $0 = r(-\frac{4}{27}r^2 + 6) \quad r = 0$ entfällt $r = \sqrt{\frac{6\cdot 27}{4}} \quad r = -\frac{9}{2}\sqrt{2}$ entfällt; $r = \frac{9}{2}\sqrt{2}$ $A'' = -\frac{12}{27}r^2 + 6 \quad A''(\frac{9}{2}\sqrt{2}) = -12 \Rightarrow$ Max. $f(\frac{9}{2}\sqrt{2}) = \frac{27}{4}\sqrt{2}$ $P(\frac{9}{2}\sqrt{2}\,\vert\,\frac{27}{4}\sqrt{2});\ A_{max} = r \cdot f(r) = \frac{243}{4}$ (FE)	5
1.5	$A = 2 \cdot \int_0^9 \left(-\frac{1}{27}x^3 + 3x\right)dx = 2 \cdot \left[-\frac{1}{108}x^4 + \frac{3}{2}x^2\right]_0^9 = \frac{243}{2}FE$	4
1.6	Dreieck ist rechtwinklig, d.h. Basiswinkel betragen 45° $f'(a) = 1 \quad 1 = -\frac{1}{9}a^2 + 3 \Rightarrow a^2 = 18$ $a_{1/2} = \pm 3\sqrt{2}$,d.h. $a = 3\sqrt{2}$ $f(3\sqrt{2}) = -\frac{1}{27}(3\sqrt{2})^3 + 3\cdot 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ $Q(3\sqrt{2}\,\vert\,7\sqrt{2})$	4

Aufgabe A2

Aufgabe	Lösungen	mögliche BE
2.1	 $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ $10 - 10r = 4 - s \Rightarrow \text{für } s = 6 \Rightarrow r = 1{,}2$ $7 + 2r = 4 + 8s \Rightarrow \text{für } s = 6 \Rightarrow r = 22{,}5$ $2 = 5 - \frac{1}{2}s \Rightarrow s = 6$ $\begin{pmatrix} -10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -0{,}5 \end{pmatrix}$ d.h. g und h verlaufen windschief zueinander	6
2.2	$A(10\|7\|2) \quad C(4\|4\|5)$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \sqrt{36+9+9} = \sqrt{54} \approx 7{,}3\,dm$ Länge des Zaunes: $\sqrt{54}\,dm \approx 7{,}3\,dm$ $7{,}35 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}1 \approx 9{,}7 \Rightarrow A \approx 9{,}7\,dm^2$ $9{,}7 \cdot 0{,}2 = 1{,}94 \quad \Rightarrow \text{Preis}: 1{,}94$ € $\measuredangle BAC = \alpha \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -10 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\cos\alpha = \frac{60-6}{\sqrt{54} \cdot \sqrt{104}} = 0{,}72 \Rightarrow \alpha = 43{,}9°$	5
2.3	$C(4\|4\|5) \quad D(3\|12\|4{,}5) \quad G(2\|8\|7)$ $\varepsilon: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -0.5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $z = 0, \; y = 0$ $I: \; x = 4 - r - 2s$ $II: \; 0 = 4 + 8r + 4s$ $III: 0 = 5 - 0.5r + 2s \Rightarrow 0 = -10 + r - 4s$ $II + III: 0 = -6 + 9r \Rightarrow r = \frac{2}{3}$ $0 = 4 + \frac{16}{3} + 4s \Rightarrow s = -\frac{7}{3}$ $x = 4 - \frac{2}{3} + \frac{14}{3} = 8 \Rightarrow D_x(8\|0\|0)$	4
2.4	$P(-4\|20\|16) \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -0.5 \end{pmatrix}$ Ebenengleichung: $-x + 8y - 0{,}5z = 156$ $-(4-r) + 8(4+8r) - 0{,}5(5-0{,}5r) = 156$ $r = 2 \Rightarrow R(2\|20\|4) \Rightarrow \left\|\overrightarrow{PR}\right\| = \sqrt{36+144} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ Abstand: $d = \sqrt{180}\,dm = \sqrt{5}\,dm$ · 6	3

2.5	$A(10\mid 7\mid 2)$ $B(0\mid 9\mid 2)$ $C(4\mid 4\mid 5)$ $\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-10\\2\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}-6\\-3\\3\end{pmatrix}$ $A=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right\|$ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}6\\30\\42\end{pmatrix}$ $A=\frac{1}{2}\sqrt{36+900+1764}=\frac{1}{2}\sqrt{2700}=15\sqrt{3}\ (dm^2)$ $A\approx 26dm^2$	2
2.6	$\left\|\overline{EF}\right\|=\sqrt{65,25}$ dm $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}4\\4\\5\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-1\\8\\-0,5\end{pmatrix}$ $g_{EF}:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1,5\\8\\8\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-1\\8\\-0.5\end{pmatrix}$ $\Rightarrow F(-1,5-s\mid 8+8s\mid 8-0.5s)$ $\left\|\overline{EF}\right\|=\sqrt{65,25}=\sqrt{(-s)^2+64s^2+0,25s^2}$ $65,25s^2=65,25\Rightarrow s=1$ $(-1$ entfällt$)$ $\Rightarrow F(-2,5\mid 16\mid 7,5)$	3
2.7	Das Fahrzeug kann die Brücke passieren. Begründung: Punkte A und B liegen 2 dm oberhalb der xy-Ebene E liegt 8 dm oberhalb der xy-Ebene F liegt 7,5 dm oberhalb der xy-Ebene Die Differenz ist jeweils größer als 4,8 dm (6 dm und 5,5 dm).	2

Aufgabe A3

Aufgabe	Lösungen	mögliche BE
3.1.1	1. $S(-\frac{b}{2a} \mid \frac{4ac-b^2}{4a})$ $\quad S(-1 \mid 0) \Rightarrow$ S liegt auf x – Achse oder über $f'(x)=0$ 2. $f(3)=\frac{1}{4}\cdot 9+\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{4}=4$ 3. $f'(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2},\quad f'(3)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$	4
3.1.2	Parabel nach unten geöffnet mit $S(\frac{5}{3} \mid \frac{4}{3})$ Graph ist für $x \leq \frac{5}{3}$ monoton wachsend u. für $x \geq \frac{5}{3}$ monoton fallend. (oder über $g'(x)$)	3
3.1.3	$f(x)=g(x)$ $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{4}$ $0=x^2-2x+1$ $x=1 \Rightarrow P(1 \mid 1)$ $f'(1)=1;\ g'(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{5}{2};\ g'(1)=1 \Rightarrow$ Berührungspunkt	3
3.1.4	Integrationsgrenzen: $x_1=-1$(aus Scheitelpunkt); $x_2=1$(aus Berührungspunkt) $g(x)=0;\ 0=-\frac{3}{4}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{4} \Rightarrow 0=x^2-\frac{10}{3}x+1 \Rightarrow x_3=\frac{1}{3}$ (3 entfällt) $A_1=\int_{-1}^{1} f(x)=\left[\frac{1}{12}x^3+\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x\right]_{-1}^{1}=\frac{1}{12}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ (FE) $A_2=\int_{\frac{1}{3}}^{1} g(x)=\left[-\frac{1}{4}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{4}x\right]_{\frac{1}{3}}^{1}=-\frac{1}{4}+\frac{5}{4}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4\cdot 27}-\frac{5}{4\cdot 9}+\frac{1}{4}=\frac{40}{108}=\frac{10}{27}$(FE) $A=A_1-A_2=\frac{18}{27}-\frac{10}{27}=\frac{8}{27}$(FE) $A_u=\frac{1}{2}-\frac{10}{27}=\frac{7}{54}$(FE) $A_0=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{9}{54}$(FE) $A_o : A_u = 9:7$	8
	$P(x=k)=\binom{3}{k}\cdot(\frac{1}{7})^k\cdot(\frac{6}{7})^{3-k}$ 	

Aufgabe B1

Aufgabe	Lösungen	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f_k(x) = \sqrt{2x} + k$ $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2(2x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2x}}$ $0 = \frac{1}{\sqrt{2x}} \Rightarrow$ keine Extremstellen $f''(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2(2x)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2x^3}} < 0 \Rightarrow$ Rechtskrümmung $f'(8) = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$, $\tan\alpha = 0.25 \Rightarrow \alpha \approx 14°$	6	
1.2	$P(8 \mid f_k(8))$; $P(8 \mid 4+k)$ $f'(8) = \frac{1}{4}$ Anstieg der Normalen: $m = -4$ $4 + k = -4 \cdot 8 + n \quad n = 36 + k$ Gleichung der Normalen: $y = -4x + 36 + k$ Schnittpunkt mit der x-Achse: $0 = -4x + 36 + k$ $x = 9 + \frac{k}{4}$ Dreieck: $A_\Delta = \frac{1}{2}(1 + \frac{k}{4})(4 + k) = \frac{k^2}{8} + k + 2$ $A_{Graph} = \int_0^8 f(x)dx = \left[\frac{2}{3}\sqrt{2x^3} + kx\right]_0^8 = \frac{2}{3}\sqrt{1024} + 8x = \frac{64}{3} + 8k$ $\frac{251}{6} = \frac{k^2}{8} + k + 2 + \frac{64}{3} + 8k$ $0 = \frac{k^2}{8} + 9k - \frac{111}{6}$ $0 = k^2 + 72k - 148$ $k = 2$ (-74 entfällt)	8	
1.3	$V_k = \pi \int_0^{\frac{1}{k^2}} (\sqrt{2x} + k)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{1}{k^2}} (2x + 2k\sqrt{2x} + k^2)dx$ $V_k = \pi\left[x^2 + \frac{4}{3}k\sqrt{2x^3} + k^2 x\right]_0^{\frac{1}{k^2}}$ $V_k = \pi \cdot \left(\frac{1}{k^4} + \frac{4\sqrt{2}}{3k^2} + 1\right)$ VE; $\lim\limits_{k \to \infty} V_k = \pi$ VE	6	

Aufgabe B2

Aufgabe	Lösungen	mögliche BE
2.1	A(0 | 0 | 0), B(5 | 0 | 0), C(10 | 5 | 0), E(0 | 10 | 0), F(0 | 0 | 3), G(5 | 0 | 5), H(10 | 0 | 7), J(10 | 10 | 3) und K(0 | 10 | 5) $g_{FH}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ $s = \frac{1}{2} \Rightarrow F, G$ und H liegen auf einer Geraden	2
2.2	Die Symmetrieebene verläuft durch die Punkte K und E sowie den Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$ (bzw. $\overline{GI}$). D(10 | 10 | 0), I(10 | 5 | 5)	3
2.3	$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BG} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}; \vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ -25 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 5$ $\varepsilon_{BCG}: 5x - 5y = 25$ $\text{HNF}: \frac{x-y-5}{\sqrt{2}} = 0 \qquad d_{H-BCG} = \frac{10-0-5}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (LE)	3
2.4	$\overrightarrow{n_{xy}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{n_D} = \overrightarrow{FH} \times \overrightarrow{FK} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -40 \\ -20 \\ 100 \end{pmatrix}; \overrightarrow{n_D} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{4+1+25}} \approx 0{,}9128$ $\alpha \approx 24{,}1°$	3
2.5	$A_{Dach} = \left\|\overrightarrow{FH} \times \overrightarrow{FK}\right\| = \sqrt{40^2 + 20^2 + 100^2} = 20\sqrt{30} \approx 109{,}54\,(\text{FE})$ $A_{Mantel} = 2 \cdot A_{ABGF} + 2 \cdot A_{AEKF} + A_{BCIG}$ $A_{Mantel} = 2 \cdot \frac{5+3}{2} \cdot 5 + 2 \cdot \frac{5+3}{2} \cdot 10 + 5 \cdot \sqrt{50} \approx 155{,}355\,(\text{FE})$ $A_D : A_M = 109{,}54 : 155{,}355$ $= 1 : 1{,}42 \qquad (= 0.71 : 1)$	5

2.6	$\overrightarrow{FK} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ z-3 \end{pmatrix}$; $A_D = \left\vert \overrightarrow{FH} \times \overrightarrow{FK} \right\vert = \left\vert \begin{pmatrix} -40 \\ -10z+30 \\ 100 \end{pmatrix} \right\vert$ $A_D = \sqrt{40^2 + (30-10z)^2 + 100^2}$ $A_{Dach} = \sqrt{100z^2 - 600z + 12500}$ $f(z) = 100z^2 - 600z + 12500$ $f'(z) = 200z - 600;\quad f''(z) = 200 \quad f''(3) = 200$ $0 = 200z - 600$ $z = 3 \qquad f''(3) = 200 \Rightarrow \text{Min.}$ $A = \sqrt{900 - 1800 + 12500} = 20\sqrt{29} \approx 107{,}7(\text{FE})$	4

Aufgabe B3

<table>
<tr><th>Aufgabe</th><th>Lösungen</th><th>mögliche BE</th><th>erteilte BE</th></tr>
<tr><td>3.1.1</td><td>A(10 | 0 | 0) B(10 | 12 | 0) C(0 | 10 | 0) D(0 | 0 | 0)
E(10 | 0 | 6) F(10 | 12 | 6) G(0 | 10 | 6) H(0 | 0 | 6) S(2 | 6 | 10)
Darstellung</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.1.2</td><td>

$$\varepsilon_{HGS}:\ \vec{n_1} = \overrightarrow{HG} \times \overrightarrow{HS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_{xy}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cos\alpha = \frac{20}{\sqrt{2000}} \quad \alpha \approx 63{,}4^\circ$$

$$\varepsilon_{HES}:\ \vec{n_2} = \overrightarrow{HS} \times \overrightarrow{ES} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -40 \\ 60 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_{xy}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cos\beta = \frac{60}{\sqrt{5200}} \quad \beta \approx 33{,}7^\circ$$

$$\varepsilon_{EFS}:\ \vec{n_3} = \overrightarrow{ES} \times \overrightarrow{FS} = \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 \\ 0 \\ 96 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_{xy}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cos\chi = \frac{96}{\sqrt{11520}} \quad \chi \approx 26{,}6^\circ$$

$$\varepsilon_{FGS}:\ \vec{n_4} = \overrightarrow{FG} \times \overrightarrow{GS} = \begin{pmatrix} -8 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 40 \\ 44 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_{xy}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \cos\delta = \frac{44}{\sqrt{3600}} \quad \delta \approx 42{,}8^\circ$$

Die größte Dachneigung: ca. 63,4°</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>3.1.3</td><td>Schnittpunkt der Mittelsenkrechten</td><td>7</td><td></td></tr>
</table>

3.1.3	Schnittpunkt der Mittelsenkrechten $\triangle EFS$ $E(10\mid 0\mid 6)$ $F(10\mid 12\mid 6)$ $S(2\mid 6\mid 10)$ $M_{\overline{EF}}(10\mid 6\mid 6)$ Normalenvektor: $\vec{n}\circ\overrightarrow{EF}=0$ und $\vec{n}\circ\overrightarrow{n_{EFS}}=0$ $\vec{n}_1=\overrightarrow{EF}\times\left(\overrightarrow{FS}\times\overrightarrow{ES}\right)=\begin{pmatrix}0\\12\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}48\\0\\96\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1152\\0\\-576\end{pmatrix}$ $\vec{n}_1=\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ $g_1:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}10\\6\\6\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}2\\0\\-1\end{pmatrix}$ $\triangle EFS$ $E(10\mid 0\mid 6)$ $F(10\mid 12\mid 6)$ $S(2\mid 6\mid 10)$ $M_{\overline{FS}}(6\mid 9\mid 8)$ Normalenvektor: $\vec{n}_2=\overrightarrow{FS}\times\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8\\-6\\4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-12\\20\\6\end{pmatrix}$ $\vec{n}_2=\begin{pmatrix}-6\\10\\3\end{pmatrix}$ $g_2:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}6\\9\\8\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-6\\10\\-3\end{pmatrix}$ $10+2r=6-6s$ $6\quad=9+10s\Rightarrow s=-0,3\Rightarrow r=-1,1$ $6-r\quad=8-3s$ $D(7,8\mid 6\mid 7,1)$ Länge des Kaminrohres: $l=7,1m+0,5m=7,6m$	7	
3.2.1	$H_0: p\le 0,23$ $\quad H_1: p>0,23$ $n=100$ $\quad$ ges: α X: Bauherren unter den 100 Befragten, die einen Kamin errichten lassen. X ist bei wahrer H_0 im Extremfall $B_{100;0,23}$ – verteilt Da sehr große Werte gegen H_0 sprechen wird rechtsseitig getestet. $\alpha=1-F_{100;0,23}(30)=0,0406$ $\alpha\approx 4\%$ Fehler 1.Art: Eine richtige Hypothese wird abgelehnt. (am Beispiel interpretieren)	4	
3.2.2	$F_{100;0,2}(100)-F_{100;0,2}(30)=1-0,9939\approx 0,0061\triangleq 0,61\%$	2	