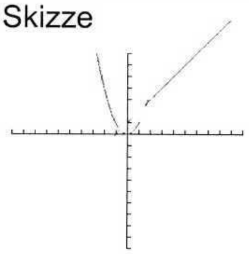
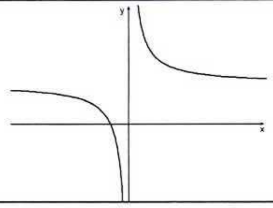
A0		FP
1.1	$f(x)=\frac{2x-4}{x+1}$ 1. Polgerade: x=-1 2. Nullstelle: x=2 3. Punktkoordinaten: (0/-4) 4. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$	3
1.2	Skizze  $f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{für } x\le 1\\ x+1 & \text{für } x>1\end{cases}$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x)=1$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=2$, d.h. kein Grenzwert	2 2
1.3	$f_a(x)=x^2-4x+a$ $f_a'(x)=2x-4,\ 0=2x-4,\ x=2,\ E(2\mid a-4)$ $f_a''(x)=2$, d.h. kein Wendepunkt $0=x^2-4x+a$ $x_{1/2}=2\pm\sqrt{4-a}$ keine Nullstelle: z.B. a=2011 Nullstelle: z.B. a=-5	3 1 1 1
1.4	$\int\limits_0^2 (6x^2-2x)\,dx=\left[2x^3-x^2\right]_0^2=12$ $F(x)=2x^3-x^2+c;\ c\in\mathbb{R}$ $F'(1)=4$	3 1 1
2.1	$\overrightarrow{BE},\ \overrightarrow{FB},\ \vec{o}=\overrightarrow{AA}$	3
2.2	$-3+3+6z+12=0$ $6z=-12$ $z=-2$	2
2.3	$A(6\mid 2\mid -4),\ K(2\mid 0\mid 8)$ $\overrightarrow{AK}=\begin{pmatrix}-4\\-2\\12\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\2\\-4\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}-4\\-2\\12\end{pmatrix},\ B(-10\mid -6\mid 44)$	2
3	8 Möglichkeiten: 000 001 011 010 111 100 110 101 P(A)=0,25 P(B)=0,5	5

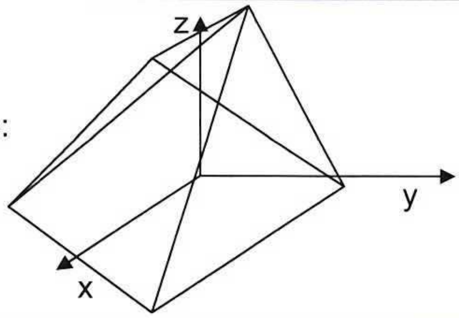
Maßgeblich für die Lösung ist alleine der Aufgabentext.

A1	$f(x)=\frac{2x+1}{x}$ mit $x\in\mathbb{R},\ x\neq 0.$ 	
1.1	Nullstelle: $0=2x+1,\ x_0=-\frac{1}{2}$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x+1}{x}\right)=2$ Asymptoten: y=2, x=0	4
1.2	$f(x)=2+\frac{1}{x}$ $f'(x)=-\frac{1}{x^2},\ 0=-\frac{1}{x^2}$, keine Lösung $\Rightarrow$ keine Extrempunkte $f''(x)=\frac{2}{x^3},\ 0=\frac{2}{x^3}$, keine Lösung $\Rightarrow$ keine Wendepunkte	4
1.3	$P(1\|f(1)),\ P(1\|3),$ $f'(1)=-1$ $y=mx+n$ $3=-1\cdot 1+n,\ n=4$ Tangentengleichung: $y=-x+4$ Schnittpunkte mit den Achsen: $S_x(4\|0),\ S_y(0\|4)$ $A=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4\text{ FE}=8\text{ FE}$	4
1.4	$x=1,\ x=8$ $A=\int_1^8(2+\frac{1}{x})dx=[2x+\ln\|x\|]_1^8=16+3\ln 2-2=14+3\ln 2\approx 16{,}08\text{FE}$	3
1.5	$u=2\cdot(r+f(r))=2\cdot(r+\frac{2r+1}{r}),\quad u=2r+\frac{2}{r}+4,\quad u'(r)=2-\frac{2}{r^2},\ u''(r)=\frac{4}{r^3}$ $0=2-\frac{2}{r^2},\ 0=2r^2-2,\ r=1$ (-1 entfällt laut Bedingung), $u''(1)=4$, d.h. Minimum $Q(1\|3),\ u=2(1+3)=8\text{LE}$	6
1.6	$\frac{2x+b}{x}=x+1,\ 0=x^2-x-b,\ x_{1/2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+b}$ $b=-\frac{1}{4}$ (da nur einen gemeinsamen Punkt) $x=\frac{1}{2},\ K(\frac{1}{2}\|\frac{3}{2})$	4

Maßgeblich für die Lösung ist alleine der Aufgabentext.

A2 Die Punkte A(7 | 2 | −3), B(−1 | 4 | −1), C(−1 | −2 | 5), D(7 | −3 | 2) und S(−1 | 1 | 7) bestimmen als Eckpunkte eine Pyramide.

2.1 Skizze: 2



2.2 5

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix} = 24 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$x + 2y + 2z = d \qquad d = 7 + 4 - 6 = 5$

$\varepsilon: x + 2y + 2z = 5$

$$\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{n_1} \circ \overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right| \cdot \left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}}{3} = \frac{2}{3}, \qquad \alpha = 48{,}2^\circ$$

2.3 $M_{\overline{AB}}(3 \mid 3 \mid -2)$ 7

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$3 = -1 + 4r, \; r = 1$

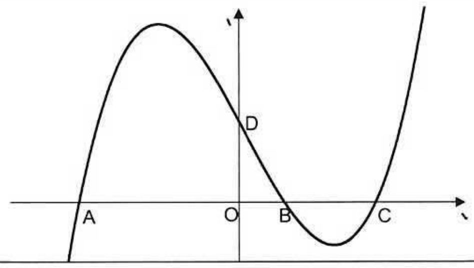
$3 = 1 + 2r, \; r = 1$

$2 = 7 - 9r, \; r = \frac{5}{9} \Rightarrow P \notin g$: falsche Aussage

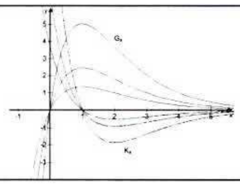
$$\overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix} = 12 - 12 = 0 \Rightarrow \sphericalangle ABC = 90^\circ$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}, \; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{pmatrix}, \; \overrightarrow{AD} = \frac{5}{6} \cdot \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \text{wahre Aussage}$$

2.4	$V_{ABCS}: \overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-8\\2\\2\end{pmatrix}, \overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}0\\-6\\6\end{pmatrix}, \overrightarrow{BS}=\begin{pmatrix}0\\-3\\8\end{pmatrix}$ $V=\left\|\frac{1}{6}\left(\begin{pmatrix}-8\\2\\2\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-6\\6\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}0\\-3\\8\end{pmatrix}\right\|=\left\|\frac{1}{6}\begin{pmatrix}24\\48\\48\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}0\\-3\\8\end{pmatrix}\right\|=-24+64=40\text{ VE}$ $V_{ACDS}: \overrightarrow{DA}=\begin{pmatrix}0\\5\\-5\end{pmatrix}, \overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix}-8\\1\\3\end{pmatrix}, \overrightarrow{DS}=\begin{pmatrix}-8\\4\\5\end{pmatrix}$ $V=\left\|\frac{1}{6}\left(\begin{pmatrix}0\\5\\-5\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-8\\1\\3\end{pmatrix}\right)\circ\begin{pmatrix}-8\\4\\5\end{pmatrix}\right\|=\left\|\frac{1}{6}\begin{pmatrix}20\\40\\40\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}-8\\4\\5\end{pmatrix}\right\|=\frac{-160+160+200}{6}=\frac{200}{6}\text{VE}$ Verhältnis: $6:5$ 2.Lösungsvariante Höhe der Pyramiden: HNF: $\frac{x+2y+2z-5}{3}=0,\ h=d_{\varepsilon S}=\frac{10}{3}\text{ LE}$ $A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left\|\overrightarrow{AB}\right\|\cdot\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{72}\sqrt{72}=36\text{ FE}$ $A_{ACD}=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{AD}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{pmatrix}-8\\-4\\8\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-5\\5\end{pmatrix}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{pmatrix}20\\40\\40\end{pmatrix}\right\|=\frac{1}{2}\sqrt{3600}=30\text{ FE}$ da gleiche Höhe: $\frac{V_{ABCS}}{V_{ACDS}}=\frac{A_{ABC}}{A_{ACD}}=\frac{6}{5}$	7
2.5	$Q(0\|0\|z)\quad A(7\|2\|-3)\quad D(7\|-3\|2)$ $\overrightarrow{QA}=\begin{pmatrix}7\\2\\-3-z\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{QD}=\begin{pmatrix}7\\-3\\2-z\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{QA}\circ\overrightarrow{QD}=49-6+(-3-z)(2-z)$ $0=z^2+z+37$ $z_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-37}\Rightarrow$ keine Lösung es gibt keinen Punkt Q für den Winkel AQD=90°	4

A3	$f(x)=(x-1)\cdot\left(2x^2+x-21\right)$ mit $x\in\mathbb{R}$  	
3.1.1	$S_x: 0=x-1,\ \ 0=2x^2+x-21$ $\qquad S_y: y=-1\cdot(-21)=21$ $x_1=1,\qquad x_{2/3}=-\frac{1}{4}\pm\sqrt{\frac{1}{16}+\frac{168}{16}}$ $x_2=3,\ \ x_3=-\frac{7}{2}$ A(-3,5|0) B(1|0) C(3|0) D(0|21)	4
3.1.2	$f(x)=2x^3-x^2-22x+21$ $f'(x)=6x^2-2x-22$ $f''(x)=12x-2,\ \ 0=12x-2,\ \ x=\frac{1}{6}$ $f'''(x)=12$ $W\left(\frac{1}{6}\mid\frac{935}{54}\right)$	5
3.1.3	$A_{OBD}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 21=\frac{21}{2}\text{FE},\quad A=\int_0^1 f(x)dx=\left[\frac{x^4}{2}-\frac{x^3}{3}-11x^2+21x\right]_0^1=\frac{61}{6}\text{FE}$ $\frac{x}{A_{OBD}}=\frac{100}{A}\Rightarrow x\approx 103{,}28$ Abweichung: $\approx 3\%$	6
3.1.4	A(-3,5|0) D(0|21) $\text{I}: 0=-3{,}5m+n$ $\text{II}: 21=n$ $g_{AD}: y=6x+21;$ $f'(x)=6$ $6=6x^2-2x-22,\ \ 0=x^2-\frac{1}{3}x-\frac{14}{3},\ \ x_{1/2}=\frac{1}{6}\pm\sqrt{\frac{1}{36}+\frac{168}{36}}$ $x_1=\frac{7}{3},\ \ x_2=-2$ $B_1\left(\frac{7}{3}\mid-\frac{280}{27}\right),\ B_2(-2\mid 45)$	4
3.2.1	$11\cdot 23=253$ 253 Funktionsgleichungen können gebildet werden	2
3.2.2	$P(\text{beide ungerade})=\frac{6\cdot 12}{253}=\frac{72}{253}\approx 0{,}284$ $P(\text{entweder r oder s ungerade})=\frac{6\cdot 11}{253}+\frac{5\cdot 12}{253}=\frac{126}{253}\approx 0{,}498$	4

Maßgeblich für die Lösung ist alleine der Aufgabentext.

B1	$f_a(x)=\frac{1}{a}x\cdot e^{a-x}$ mit $x\in\mathbb{R}, a\in\mathbb{R}, a>0.$ 	
1.1	$f_a'(x)=\frac{1}{a}e^{a-x}-\frac{1}{a}xe^{a-x}=\frac{1}{a}e^{a-x}(1-x)$ $f_a''(x)=-\frac{1}{a}e^{a-x}(1-x)-\frac{1}{a}e^{a-x}=-\frac{1}{a}e^{a-x}(2-x)$ $f_a'(x)=0\Rightarrow x=1$, (da $(1-x)=0$), $f''(1)=-\frac{1}{a}e^{a-1}<0$ (mit $a>0$) $E_{max}(1\,\vert\,\frac{1}{a}e^{a-1})$	4
1.2	$\frac{1}{a}x\cdot e^{a-x}=\frac{1}{a}e^{a-x}(1-x)$ $1-x=x,\ x=\frac{1}{2}$ $P_a(\frac{1}{2}\,\vert\,\frac{1}{2a}e^{a-\frac{1}{2}})$	3
1.3	$x=2$ $d=f_a(2)-f_a'(2)=\frac{2}{a}\cdot e^{a-2}-\frac{1}{a}e^{a-2}(-1)=\frac{3}{a}e^{a-2}$ $h(a)=\frac{3}{a}e^{a-2},\ h'(a)=-\frac{3}{a^2}e^{a-2}+\frac{3}{a}e^{a-2}=e^{a-2}(-\frac{3}{a^2}+\frac{3}{a})$ $h''(a)=e^{a-2}(-\frac{3}{a^2}+\frac{3}{a})+e^{a-2}(\frac{6}{a^3}-\frac{3}{a^2})$ $h'(a)=0,\quad -\frac{3}{a^2}+\frac{3}{a}=0\Rightarrow a=1\Rightarrow d=\frac{3}{e}$ LE, $h''(1)>0$	5
1.4	$A(a)=\int_0^1\left(\frac{1}{a}e^{a-x}(1-x)\right)dx=\left[\frac{1}{a}xe^{a-x}\right]_0^1=\frac{1}{a}e^{a-1}\,(FE)$	3
1.5	$A(0\,\vert\,0)\quad C_a(a\,\vert\,1)$ Tangentenanstieg: $m=\frac{1}{a}(1-a)$, Punktrichtungsgleichung: $y-1=\frac{1}{a}(1-a)(x-a)$ $x=\frac{-a}{1-a}+a,\quad B_a(\frac{-a}{1-a}+a\,\vert\,0)$ $\overrightarrow{AC_a}=\begin{pmatrix}a\\1\end{pmatrix}\ \left\vert\overrightarrow{AC_a}\right\vert=\sqrt{a^2+1}$ $\overrightarrow{C_aB_a}=\begin{pmatrix}\frac{-a}{1-a}\\-1\end{pmatrix}\ \left\vert\overrightarrow{C_aB_a}\right\vert=\sqrt{\left(\frac{-a}{1-a}\right)^2+1}$ $a^2+1=\left(\frac{-a}{1-a}\right)^2+1$ $0=a^2-2a,\ a=2\quad (a=0$ entfällt$)$	5

Maßgeblich für die Lösung ist alleine der Aufgabentext.

B2	Die Punkte A(7 | 2 | −3), B(−1 | 4 | −1), C(−1 | −2 | 5), D(7 | −3 | 2) und S(−1 | 1 | 7) bestimmen als Eckpunkte eine Pyramide.	
2.1.1	$\overline{M}_{AS}(3\|1{,}5\|2)$ $\overline{M}_{BS}(-1\|2{,}5\|3)$ $\overline{M}_{CS}(-1\|-0{,}5\|6)$ $\overrightarrow{M_{BS}M_{AS}}=\begin{pmatrix}4\\-1\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{M_{BS}M_{CS}}=\begin{pmatrix}0\\-3\\3\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4\\-1\\-1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\-3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-6\\-12\\-12\end{pmatrix}=-6\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ $\varepsilon: x+2y+2z=10$ $g_{DS}:\vec{x}=\begin{pmatrix}7\\-3\\2\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}-8\\4\\5\end{pmatrix}$ $7-8r+2(-3+4r)+2(2+5r)=10 \Rightarrow r=\frac{1}{2} \Rightarrow E(3\|-1\|\frac{9}{2})$	4
2.1.2	$P(-3\|-9{,}5\|9)$ $-3+2(-9{,}5)+2\cdot 9-10<0$ $Q(0\|8{,}5\|9)$ }unterschiedliche Halbräume $0+2\cdot 8{,}5+2\cdot 9-10>0$	2
2.1.3	$A(7\|2\|-3)$ $D(7\|-3\|2)$ $S(-1\|1\|7)$ $\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}0\\-5\\5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AS}=\begin{pmatrix}-8\\-1\\10\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\-5\\5\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-8\\-1\\10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\-8\\-8\end{pmatrix}$ $\cos\alpha=\left\|\frac{\overrightarrow{n_1}\bullet\overrightarrow{n_2}}{\sqrt{\|\overrightarrow{n_1}\|}\cdot\sqrt{\|\overrightarrow{n_2}\|}}\right\|=\frac{41}{3\sqrt{209}}\approx 0{,}945 \Rightarrow \alpha\approx 19^\circ$	3
2.1.4	$S_r(-1\|1\|r)$ $B(-1\|4\|-1)$ $C(-1\|-2\|5)$ $g_{BC}:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\4\\-1\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}0\\-6\\6\end{pmatrix}$, $-6y+6z=c$, $c=-6+6r$ Ebene: $-6y+6z=-6+6r$, $E\cap g_{BC}:\ -6(4-6s)+6(-1+6s)=-6+6r \Rightarrow s=\frac{r}{12}+\frac{1}{3}$ $\overrightarrow{OF}=\begin{pmatrix}-1+0\\4-\frac{r}{2}-2\\-1+\frac{r}{2}+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-\frac{r}{2}+2\\\frac{r}{2}+1\end{pmatrix}$; $d^2=\left\|\overrightarrow{FS_r}\right\|^2$ $18=(-1+1)^2+(\frac{r}{2}-1)^2+(\frac{r}{2}-1)^2$ $18=\frac{r^2}{2}-2r+2$ $0=r^2-4r-32,\ r_{1/2}=2\pm\sqrt{4+32}$ $r_1=8$ $r_2=-4$	5

Maßgeblich für die Lösung ist alleine der Aufgabentext.

2.2.1	$n = 10 \quad k = 2 \quad p = 0{,}05 \qquad X:$ Anzahl der defekten Pyramiden $P(X = 2) = \binom{10}{2} 0{,}05^2 \cdot 0{,}95^8 \approx 0{,}075$	2
2.2.2	$H_0 : p \le 0{,}05 \qquad H_1 : p > 0{,}05$ $n = 20$ Signifikanzniveau: 4% X: Anzahl der Ausschußstücke unter 20 ausgewählten Pyramiden X ist bei wahrer H_0 im Extremfall $B_{20;0,05}$ – verteilt Da sehr große Werte von X gegen H_0 sprechen, handelt es sich um einen rechtsseitigen Test. $P(X \ge g) \le 0.04 \Rightarrow P(X \le g-1) \ge 0.96$ $g - 1 = 3 \Rightarrow g = 4$ g liegt im Ablehnungsbereich, d.h. man kann der Behauptung nicht zustimmen	4