Beispiel-Abiturprüfung

in den Bildungsgängen des Berufskollegs
1. Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Informatik

1 Konstruktionsmerkmale der Aufgabe

		Aufgabenarten	
Aufgabe 1		Analysis	
		Anwendungen zur Straßennavigation	
Aufgabe 2		Analysis	
		Anwendungen zu Datenübertragungsraten	
Aufgabe 3		Lineare Algebra	
		Anwendungen zur Straßennavigation	
Aufgabe 4		Stochastik	
		Qualitätskontrolle eines PCs	

2 Aufgabenstellung

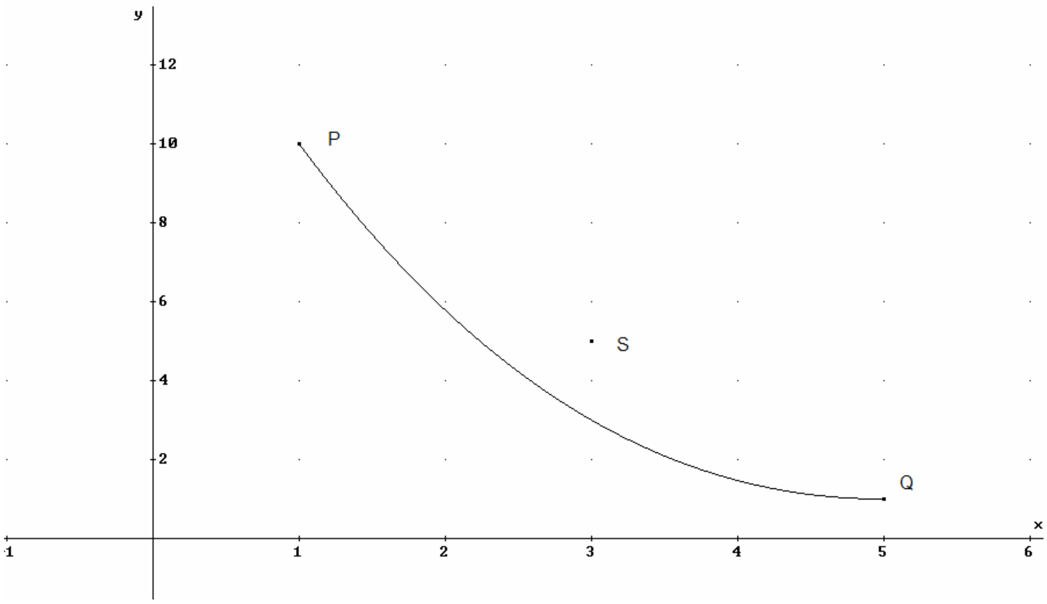
Ein Softwarehaus führt u. a. Aufträge für unterschiedliche Unternehmen aus dem Bereich der Straßennavigation durch. Als Praktikant durchlaufen Sie verschiedene Abteilungen.

Aufgabe 1

Das Softwarehaus erhält die Aufgabe, einen Routenplaner zu entwickeln. Von den darzustellenden Straßen sind jeweils Koordinaten einzelner Punkte bekannt. Diese sollen graphisch durch Funktionsgraphen dritten Grades verbunden werden. Wählt man eine Zoomfunktion, werden auf der Basis von weiteren Punkten die Verbindungslinien neu berechnet.

1.1 Gegeben sind die Koordinaten eines Straßenabschnitts durch P(1|10) und Q(5|1) sowie die Steigungen in P mit –5 und in Q mit -1.

Die beiden Punkte werden durch die Funktion $f(x) = -\frac{1}{32}x^3 + \frac{29}{32}x^2 - \frac{215}{32}x + \frac{507}{32}$ verbunden. Durch das Hineinzoomen wird ein Zwischenpunkt mit S(3|5) hinzugefügt.



1.1.1 Als mögliche Lösung wird die Kurvenschar mit der Funktionsgleichung

$f_a(x) = a \cdot x^3 + \frac{(1-72a)}{8} \cdot x^2 + (23a-3) \cdot x - \frac{120a-103}{8}; a \in \mathbb{R}$ vorgeschlagen. Die Punkte P und Q liegen auf allen Graphen der Schar f_a. Bestimmen Sie, inwieweit auch der Punkt S auf allen Graphen liegt.

(3 Punkte)

1.1.2 Damit die glatten Übergänge in den Punkten P und Q erhalten bleiben, müsste es einen Graphen der Schar f_a geben, für den sowohl $f_a'(1) = -5$ als auch $f_a'(5) = -1$ gilt. Prüfen Sie, ob es ein $a \in IR$ mit diesen Eigenschaften gibt.

(6 Punkte)

1.1.3 Im Folgenden soll das Krümmungsverhalten der Strecke betrachtet werden. Zeigen Sie, in welchen Fällen die Wendepunkte der Schar f_a im Intervall [1;5] liegen.

(11 Punkte)

1.1.4 Begründen Sie, dass die Funktionenschar f_a nicht geeignet ist, den obigen Straßenabschnitt darzustellen.

(2 Punkte)

1.2 Man entschließt sich, die Verbindungsstücke zwischen den Punkten einzeln zu berechnen. Für die Verbindung SQ ergibt sich so die Funktionsgleichung $h(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{2}x^2 + \frac{35}{2}x - \frac{23}{2}$. Bestimmen Sie die Gleichung einer Funktion g für die Verbindung PS, so dass in S der Übergang zu h glatt ist.

(15 Punkte)

1.3 Aus Gründen der Genauigkeit sind die Abweichungen zwischen f und h zu untersuchen. Ermitteln Sie, an welcher Stelle im Intervall [3; 5] der Graph der Funktion h den größten vertikalen Abstand zu f hat.

(10 Punkte)

Aufgabe 2

Sie erhalten die Aufgabe, sich mit dem Datendurchsatz einer firmeneigenen, hauptsächlich für die nächtliche Sicherung genutzte Datenleitung zu beschäftigen. Die tatsächlichen Datendurchsätze sind auf einem Routermonitor visualisiert.

2.1 Der Datendurchsatz zum Zeitpunkt t lässt sich im Intervall [0;20] näherungsweise durch den Graphen der Funktion f mit $f(t) = 2t^2 \cdot e^{-0,5t} + 2$ beschreiben.

Berechnen Sie, zu welchen Zeitpunkten der Datendurchsatz maximal bzw. minimal wird. (Eine Einheit entspricht 10 Mbit/s)

(8 Punkte)

2.2 Zeigen Sie, dass $F(t) = 2t - 4(t^2 + 4t + 8) \cdot e^{-0,5t}$ eine Stammfunktion von f ist.

(5 Punkte)

2.3 Der Routermonitor zeigt für jeden Zeitpunkt den Datendurchsatz an. Die gesamte Datenmenge ließe sich durch ein Kästchenzählprogramm ermitteln, welches vergleichbar einem Verfahren der numerischen Integration - z. B. der Trapezregel - arbeitet.

Erläutern Sie die Trapezregel und leiten Sie die zugehörige Formel her.

(7 Punkte)

2.4 Bestimmen Sie die Datenmenge, die zwischen 0:00 Uhr und 20:00 Uhr sowie zwischen 6:00 Uhr und 10:00 Uhr übermittelt wird.

(6 Punkte)

2.5 Folgende Datendurchflussraten sind bekannt:

Uhrzeit	6:00	8:00	10:00
Durchflussrate in Mbit/s	56	43	33

Ermitteln Sie mit Hilfe der gegebenen Daten eine geeignete Regressionsgerade. Beurteilen Sie die Güte der linearen Regression.

Bestimmen Sie mit Hilfe der Regressionsgeraden, welche Datenmenge zwischen 6:00 Uhr und 10:00 Uhr übermittelt wird und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Teilaufgabe 2.4.

(21 Punkte)

Aufgabe 3

Bei der Programmierung von Navigationssystemen muss die im Karten-Koordinatensystem (Abb. 1) dargestellte digitalisierte Karte, auf das Display des Navigationssystems (Abb. 2) abgebildet werden. Dieser Vorgang kann vereinfacht folgendermaßen beschrieben werden:

Mit Hilfe des Global-Positioning-Systems, kurz GPS, wird ermittelt, in welchem Punkt $Z(x_m|y_m)$ des Welt-Koordinatensystems (WK) sich z. B. ein Fahrzeug befindet. Dieser Punkt ist Zentrum eines rechteckigen Kartenausschnitts, der dieselben Maße wie das Bildschirm-Koordinatensystem (BK) besitzt (160x90 Pixel).

Der rechteckige Kartenausschnitt im WK wird nun mit Hilfe einer affinen Abbildung auf das BK abgebildet, d.h. jeder Punkt oder genauer jeder Ortsvektor $\vec{x}$ eines Punktes des Kartenausschnittes wird eindeutig auf einen Ortsvektor $\vec{x}'$ eines Punktes des BK abgebildet. Im BK ist, wie bei Computergraphiken üblich, die y-Achse nach unten positiv orientiert.

3.1 Begründen Sie, dass die Umrechnung der Punkte des WK in das BK durch folgende affine Abbildung α beschrieben werden kann:

$$\alpha : \vec{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix} \right)$$

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte POI(x_m+40|y_m+20) (Point of Interest) und K(x_m|y_m+25) (Kreuzung).

(10 Punkte)

3.2 Unterschreitet ein Fahrzeug eine gewisse Geschwindigkeit oder soll ein Abbiegevorgang stattfinden, so wird der Kartenausschnitt im BK mit dem Faktor $\lambda \in IR^{>1}$ vergrößert. Fixpunkt ist hierbei der Mittelpunkt des BK.

Bestimmen Sie die affine Abbildung β, die jedem Ortsvektor $\vec{x}'$ eines Punktes des BK den Ortsvektor $\vec{x}''$ des Bildpunktes nach der Vergrößerung zuordnet.

Geben Sie auch die Verkettung der Abbildungen α und β an, mit der sich die Koordinaten des WK direkt in die Koordinaten des BK umrechnen lassen und prüfen Sie, ob sich für $\lambda = 1{,}5$ die Punkte POI und K im sichtbaren Bereich des BK befinden.

(9 Punkte)

3.3 Bei dem rechteckigen Ausschnitt im WK befindet sich die Himmelsrichtung Norden oben, entsprechend ergeben sich die anderen Himmelsrichtungen. Ändert ein Fahrzeug seine Fahrtrichtung, so bieten heutige Navigationssysteme zwei verschiedene Optionen. Die erste Option ist, dass sich auch im BK Norden immer oben befindet. Bei der zweiten Option befindet sich die aktuelle Fahrtrichtung immer oben. Hierzu muss zunächst der aktuelle Kartenausschnitt im WK gedreht werden und anschließend dieser Ausschnitt auf das BK transformiert werden.

Leiten Sie her, dass man für die affine Abbildung „Drehung um den Winkel α um den Koordinatenursprung“ die Abbildungsmatrix $\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ verwendet.

Hinweis: Verwenden Sie dabei die Additionstheoreme
$\sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Bildpunktes von D bei einer Drehung mit einem Winkel von $\alpha = -60°$.

(12 Punkte)

3.4 Bei der „3D-Option“ des Navigationsgerätes wird aus der zweidimensionalen Karte ein räumlich wirkendes Bild erzeugt. Die affine Abbildung, mit der dies realisiert werden kann, sei gegeben durch

$$\delta_r : \vec{x}' = \begin{pmatrix} 1{,}5 & r \\ 0 & r \end{pmatrix} \cdot \vec{x};\ r \in IR, r > 0$$

Untersuchen Sie diese Abbildung für $r = 0{,}5$ auf Fixelemente (Fixpunkte, Fixgeraden). Bestimmen Sie auch die Eigenwerte und Eigenvektoren.

Zeigen Sie, dass es ein $r \in IR$ gibt, für welches die affine Abbildung eine Fixpunktgerade besitzt und geben Sie diese an.

(16 Punkte)

Welt-Koordinatensystem (WK)

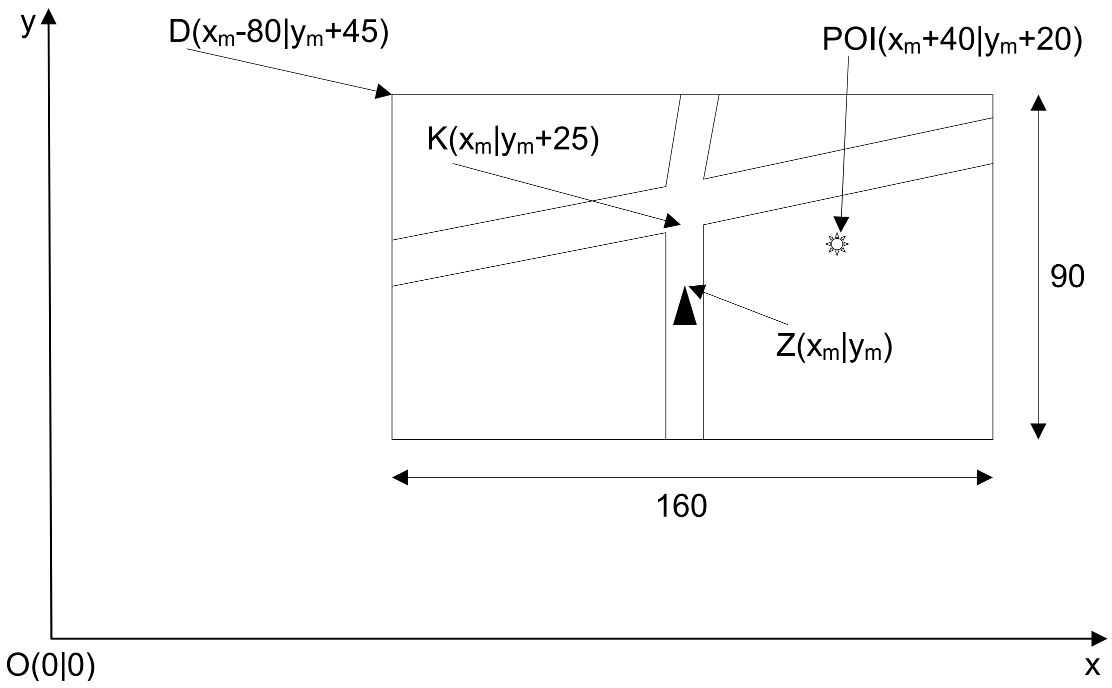


Abb. 1

Bildschirm-Koordinatensystem (BK)

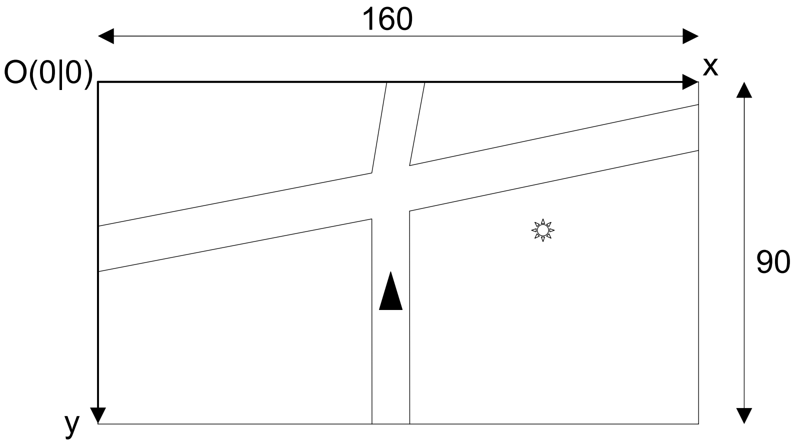


Abb. 2

Aufgabe 4

Die technische Abteilung ist für die Instandsetzung der hauseigenen PCs zuständig. Bei defekten Geräten werden dabei die externen Anschlüsse, die Steckverbindungen auf dem Mainboard, die BIOS-Einstellungen und die Einstellungen der Systemsteuerung geprüft. Lassen sich hier keine Fehler diagnostizieren, werden Hardware-Diagnoseprogramme - zum Beispiel für Arbeitsspeicher, Grafikkarte, Festplatte oder Mainboard - gestartet.

4.1 Bei 50 % der zu untersuchenden Geräte genügt es, entweder die externen Anschlüsse oder die Steckverbindungen auf dem Mainboard zu kontrollieren, um Fehler zu beseitigen. In 35 % der Fälle sind BIOS-Einstellungen bzw. die Einstellungen der Systemsteuerung zu checken. Erst in allen anderen Fällen ist es nötig, mit Diagnoseprogrammen eine Fehlersuche zu starten.

Fünf defekte Rechner sollen geprüft werden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

A: Bei mindestens drei Rechnern reicht ein Check der externen Anschlüsse bzw. der Steckverbindungen auf dem Mainboard.

B: Unter den letzten drei ist kein Rechner mehr, bei dem ein Hardware-Diagnoseprogramm zum Einsatz kommt.

(5 Punkte)

4.2 Ein genereller PC-Check verläuft nach folgendem Muster: erst Prüfen der externen Anschlüsse, dann der Steckverbindungen auf dem Mainboard, Prüfen der BIOS-Einstellungen, Einstellungen der Systemsteuerung sowie schließlich - nach Bedarf - eine Diagnose mit entsprechenden Programmen für die Hardware. In etwa 40 % aller Fälle genügt das Prüfen der externen Anschlüsse. Führt dies nicht zum Erfolg, führt in 30 % die Untersuchung der Steckverbindungen auf dem Mainboard zum Erfolg. Ist der Defekt immer noch nicht beseitigt, gelingt es in 30 % der Fälle, über die BIOS-Einstellungen und Systemeinstellungen den Fehler zu finden. Erst dann kommt die Hardwarediagnose zum Zuge.

Stellen Sie die Situation mit Hilfe eines Baumdiagramms dar und bestimmen Sie, in wie viel Prozent der Fälle eine Hardwarediagnose notwendig ist.

(5 Punkte)

4.3 Ein neues Diagnoseprogramm für Festplatten erkennt in 95 % der Fälle Defekte auf der Festplatte. In 2 % aller Fälle diagnostiziert es fälschlicherweise auch korrekt arbeitende Festplatten als fehlerhaft. Man weiß, dass 3 Geräte von den zu prüfenden 20 voraussichtlich einen Festplattenfehler aufweisen. Untersuchen Sie die Brauchbarkeit des Diagnoseprogramms wie folgt:

(1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein erkannter Festplattenfehler wirklich eine defekte Festplatte zur Ursache?

(2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine als fehlerfrei diagnostizierte Festplatte defekt?

(11 Punkte)

4.4 Tritt ein Hardwarefehler auf, der eine Hardwarediagnose nötig macht, kommen vier verschiedene spezielle Diagnoseprogramme zum Einsatz: (1) für den Arbeitsspeicher, (2) für die Grafikkarte, (3) für die Festplatte und (4) für das Mainboard. Man geht davon aus, dass der Fehler nur in einem der vier Bereiche zu finden ist. Allerdings ist der Zeitaufwand und damit der Kostenaufwand für den Einsatz der Diagnoseprogramme sehr unterschiedlich. Während die Untersuchung des Arbeitsspeichers im Durchschnitt 60 Minuten und die der Festplatte 30 Minuten dauert, genügen für die Untersuchung der Grafikkarte und des Mainboards bereits jeweils 5 Minuten.

Der Techniker A prüft immer erst den Arbeitsspeicher; findet er keinen Fehler, ist die Festplatte an der Reihe. Ist sie auch in Ordnung, wird die Grafikkarte untersucht. Sollte sie auch fehlerfrei sein, muss das Mainboard Fehlerursache sein.

Techniker B beginnt mit der Untersuchung des Mainboards, dann folgen die Grafikkarte und schließlich die Festplatte. Sind sie in Ordnung, muss der Arbeitsspeicher defekt sein.

Techniker C führt erst das Diagnoseprogramm für die Festplatte, dann für die Grafikkarte und anschließend für das Mainboard aus. Sollte kein Fehler in diesen Teilen gefunden werden, wird der Fehler im Arbeitsspeicher angenommen.

Für die Diagnose werden dem Kunden je 10 Minuten Laufzeit der Diagnoseprogramme 10,00 € in Rechnung gestellt.

Es wird angenommen, dass Fehler bei der Grafikkarte, der Festplatte und dem Arbeitsspeicher gleich wahrscheinlich sind. Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler des Mainboards wird mit p angenommen.

Untersuchen Sie in Abhängigkeit von p, welcher Techniker langfristig am kostengünstigsten arbeitet.

(19 Punkte)

4.5 Nach einem Generalcheck geht die technische Abteilung davon aus, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % ein PC ein Jahr ohne Defekt übersteht.

Bei einer Stichprobe vom Umfang 50 sind nach einem Jahr 7 Geräte defekt.

Überprüfen Sie die Annahme der technischen Abteilung mit einem einseitigen Signifikanztest bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 %.

(7 Punkte)

3 Materialgrundlage

keine

4 Bezüge zu den „Prüfungsvorgaben für das Zentralabitur am Berufskolleg im Jahr 2009"

Aufgabe 1 Funktionsklassen ganzrationale Funktionen

- Funktionseigenschaften
  - Kurvenscharen und Parameter in Funktionsvorschriften
  - Abschnittsweise definierte Funktionen
  - Differenzierbarkeit und Stetigkeit
  - Ableitungsregeln
  - Extrempunkte und Wendepunkte
  - Krümmung
- Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
  - Lineare Gleichungssysteme mit bis zu 4 Unbekannten

Aufgabe 2 Funktionsklassen ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktion und deren Verknüpfungen

- Funktionseigenschaften
  - Abschnittsweise definierte Funktionen
  - Differenzierbarkeit und Stetigkeit
  - Ableitungsregeln
  - Extrempunkte
- Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Bedingungen
  - Regressionsgerade mit der Methode der kleinsten Quadrate mit mind. 5 Punkten
- Integration
  - Umgang mit Integralfunktionen
  - Bestimmung von Stammfunktionen
  - Flächenberechnung mit Hilfe des Integrals

Aufgabe 3 Lineare Algebra

- Geraden und Ebenen im IR^3
  - Darstellungsformen von Geraden und Ebenen
  - Schnittpunkte und Schnittgeraden
- Grundlagen der Matrizenrechnung
  - Elementare Matrizenoperationen
  - Lineare Abbildungen und ihre Verkettungen
  - Abbildungsmatrizen und affine Abbildungen
  - Umkehrbare Abbildungen und inverse Matrizen
  - Eigenwerte und Eigenvektoren

Aufgabe 4 Stochastik

- Grundlegende Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung
  - Ergebnis, Ereignis, Wahrscheinlichkeit nach Laplace, Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln, Zählstrategien (Allgemeines Zählprinzip, Binomialkoeffizient, n-Fakultät)
  - Zufallsgrößen, Erwartungswert,
  - Bedingte Wahrscheinlichkeit, Vier-Felder-Tafeln, Baumdiagramme
  - Satz von Bayes
- Binomialverteilung
  - Kenngrößen der Binomialverteilung
- Hypothesentest
  - Einseitiger Signifikanztest

5 Zugelassene Hilfsmittel

Für den Aufgabensatz sind zugelassen:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
- Tabellierte kumulierte Binomialverteilung,
- nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner.

Für den Aufgabensatz sind **nicht** zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
- Computeralgebrasysteme
- Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:

  Erstellen von Wertetabellen

  Darstellen von Funktionsgraphen

  Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

  Numerisches Integrieren oder Differenzieren

  Rechnen mit Matrizen und Vektoren

6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft/den Prüfling

Für die Abiturprüfung 2009 erhält die Schule insgesamt vier Aufgaben, davon zwei Aufgaben zur Analysis, eine Aufgabe zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und eine Aufgabe zur Stochastik. Die beiden Aufgaben zur Analysis sind verbindlich zu bearbeiten. Von den Aufgaben zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und zur Stochastik wählt die Fachlehrerin/der Fachlehrer eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.

Somit erhalten die Schülerinnen und Schüler drei voneinander unabhängig lösbare Prüfungsaufgaben zur Bearbeitung. Sie erhalten keine Aufgaben zur Auswahl.

7 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

7.1 Allgemeine Hinweise

Die Bewertung erfolgt anhand des folgenden Bewertungsschemas.

Als Grundlage einer kriteriengeleiteten Beurteilung werden zu erbringende Teilleistungen ausgewiesen, die die mit der jeweiligen Aufgabe verbundenen Anforderungen aufschlüsseln. Die Lösungserwartungen dienen der Orientierung der Korrektoren und sind nicht als exakte Vorformulierungen von Schülerlösungen zu verstehen. Zusätzliche Leistungen sind angemessen zu berücksichtigen. Dies betrifft etwa Lösungen, die bei den Lösungserwartungen nicht aufgeführt sind, aber dennoch eine richtige Lösung sind.

Der aufgeführte Anteil der Punkte je Teilaufgabe ist eine Orientierungshilfe für die vorgesehene Bearbeitungszeit je Aufgabe. Beispiel: Für 10 % der Gesamtpunktzahl sollte etwa 10 % der gesamten Bearbeitungszeit eingeplant werden.

Die Anordnung der Kriterien folgt einer plausiblen logischen Abfolge von Lösungsschritten, die aber keineswegs allgemein vorausgesetzt werden kann und soll.

Die Teilleistungen werden den in Teil I der Bildungspläne definierten Anforderungsbereichen I bis III zugeordnet. Danach werden den Lösungen der Teilaufgaben Punkte zugewiesen, die den Schwierigkeitsgrad, die Komplexität und den Zeitaufwand für die Bearbeitung der einzelnen Teilaufgabe repräsentieren. Die für jede Teilleistung angegebenen Punktwerte entsprechen einer maximal zu erwartenden Lösungsqualität. Hinzu kommt die Art der Bearbeitung in den verschiedenen Anforderungsbereichen, wobei Aspekte der Qualität, Quantität und der Darstellungsweise berücksichtigt werden.

Die folgenden Bewertungskriterien werden in einen für jede Klausur gesondert auszufüllenden 'Bewertungsbogen' aufgenommen, der den Fachlehrerinnen und Fachlehrern zur Verfügung gestellt wird. In diesen trägt die erstkorrigierende Lehrkraft den entsprechend der Lösungsqualität jeweils tatsächlich erreichten Punktwert für die Teilleistung in der Bandbreite von 0 bis zur vorgegebenen Höchstpunktzahl ein.

7.2 Teilleistungen – Kriterien

a) inhaltliche Leistung

Auf-ga-ben	**Teil-auf-ga-ben**	**Anforderung**	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
1	1.1	1. $f_a(3)=5$	3		
		2. Durch $f_a'(1)=-5$ und $f_a'(5)=-1$ werden eindeutig zwei verschiedene Kurven der Schar bestimmt. ($f_{-\frac{9}{32}}$ für $f_a'(1)=-5$ und $f_{\frac{3}{32}}$ für $f_a'(5)=-1$). $f_{\frac{3}{32}}'(5)=-1 \wedge f_{-\frac{9}{32}}'(5)=-4 \wedge f_{\frac{3}{32}}'(1)=-5 \wedge f_{-\frac{9}{32}}'(1)=-2$ Folglich gibt es keine entsprechende Kurve der Schar.		6	
		3. $f_a''(x)=6ax-\frac{72a-1}{4} \wedge f_a''(x)=0 \Rightarrow x=\frac{72a-1}{24a}$ und $f_a'''(x)=6a$ $\Rightarrow$ Für alle $a \in IR\backslash\{0\}$ gibt es Wendestellen. $x=\frac{72a-1}{24a} \Rightarrow$ (a) Für x = 3 nicht lösbar (b) $\frac{72a-1}{24a} \geq 1 \Leftrightarrow a<0 \vee a \geq \frac{1}{48}$ (c) $\frac{72a-1}{24a} \leq 5 \Leftrightarrow a>0 \vee a \leq -\frac{1}{48}$ Demnach liegen für alle a mit $a \geq \frac{1}{48} \vee a \leq -\frac{1}{48}$ Wendepunkte im Intervall [1;5].		3	8
		4. Positiv ist, dass S auf den Graphen der Schar f_a liegt. Negativ ist, dass die vorgegebenen Steigungen nicht erreicht werden.		2	

<table>
<tr><th>Auf-ga-ben</th><th>Teil-auf-ga-ben</th><th>Anforderung</th><th colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Aufgabenstellung und erwartete Lösung</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>1.2</td><td>

$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \Rightarrow \quad g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$-2 = h'(3) = g'(3) \ \Rightarrow \ 27a + 6b + c = -2$

$g'(1) = -5 \ \Rightarrow 3a + 2b + c = -5$

$g(1) = 10 \ \Rightarrow \ a + b + c + d = 10$

$g(3) = 5 \ \Rightarrow \ 27a + 9b + 3c + d = 5$

$$\begin{array}{cccc} d & c & b & a \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} d & c & b & a \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -5 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 5 \\ 0 & 1 & 6 & 27 & -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 4 & 20 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3\frac{3}{4}x^2 - 11x + \frac{71}{4}$

</td><td>11</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1.3</td><td>

$t(x) := h(x) - f(x) = \frac{17}{32}x^3 - \frac{205}{32}x^2 + \frac{775}{32}x - \frac{875}{32}$

$t'(x) = \frac{51}{32}x^2 - \frac{205}{16}x + \frac{775}{32} \ \wedge \ t'(x) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 3\frac{2}{51} \ \wedge \ x_2 = 5$

$t''(3\frac{2}{51}) < 0 \ \wedge \ t''(5) > 0$

Da $t'(3\frac{2}{51}) = 0 \wedge t''(3\frac{2}{51}) < 0$ ist, liegt in $(3\frac{2}{51} \mid 2{,}002)$ ein lokaler Hochpunkt vor.

</td><td></td><td>4</td><td>6</td></tr>
</table>

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		In x = 5 berühren sich die beiden Graphen, lokaler Tiefpunkt von t. Im Intervall $3 \le x \le 3\frac{2}{51}$ ist t monoton steigend, im Intervall $3\frac{2}{51} \le x \le 5$ fallend. Deshalb liegt der größte Abstand in $(3\frac{2}{51} \mid 2{,}002)$ mit 2,002 LE vor.			
		Summe Aufgabe 1	**14**	**19**	**14**

Auf-gaben	Teil-aufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
2	2.1	$f'(t) = t \cdot e^{-\frac{t}{2}} \cdot (4-t) \wedge f'(t) = 0 \Rightarrow t=0 \vee t=4$ $f''(4) = -4 \cdot e^{-2} \quad f''(0) = 4$ Da $f'(4) = 0 \;\wedge\; f''(4) < 0$ folgt, dass in (4 | 6,331) ein lokaler Hochpunkt vorliegt. Da $f'(0) = 0 \;\wedge\; f''(0) > 0$ folgt, dass in (0 | 2)ein lokaler Tiefpunkt vorliegt. f ist für 0 < x < 4 streng monoton steigend, f ist für x > 4 streng monoton fallend und f(20)=2,036 Folglich hat f in (0 | 2) einen globalen Tiefpunkt und in (4 | 6,331) einen globalen Hochpunkt. Min. Datendurchsatz mit 20 Mbit/s um 0:00 Uhr. Max. Datendurchsatz mit 63,31Mbit/s um 4:00 Uhr.	4	4	
	2.2	$F(t) = 2t - 4 \cdot (t^2 + 4t + 8) \cdot e^{-0.5t}$ $F'(t) = 2 - 4 \cdot ((2t+4) \cdot e^{-0.5t} + (t^2+4t+8) \cdot (-0.5 \cdot e^{-0.5t}))$ $= 2 - (8t+16) \cdot e^{-0,5t} + 2 \cdot (t^2+4t+8) \cdot e^{-0.5t}$ $= 2 + e^{-0.5t} \cdot (-8t - 16 + 2t^2 + 8t + 16)$ $= 2 + 2t^2 \cdot e^{-0.5t}$ q.e.d.		2	3
	2.3	Die Näherungsformel für die Trapezregel $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \Delta x$ ist zu erläutern und zu visualisieren.		2	5
	2.4	$A = 10 \int_0^{20} f(t)dt = 10[F(t)]_0^{20} = 10 \cdot (39{,}9114 - (-32))$ = 719,114 Mbit	2	4	

<table>
<tr><th rowspan="2">Auf-ga-ben</th><th rowspan="2">Teil-auf-ga-ben</th><th>Anforderung</th><th colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</th></tr>
<tr><th>Aufgabenstellung und erwartete Lösung</th><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$A_2 = 10\int_6^{10} f(t)dt = 10[F(t)]_6^{10} = 10 \cdot (16{,}0114 - (-1{,}5421)) =$ 175,535 Mbit</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>2.5</td><td>
<table>
<tr><th>x_i</th><th>y_i</th><th>x_i^2</th><th>y_i^2</th></tr>
<tr><td>6</td><td>5.6</td><td>36</td><td>33.6</td></tr>
<tr><td>8</td><td>4.3</td><td>64</td><td>34.4</td></tr>
<tr><td>10</td><td>3.3</td><td>100</td><td>33</td></tr>
</table>
Für die Regressionsgerade y=ax+b gilt allgemein:
$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \text{ und } b = \overline{y} - a \cdot \overline{x}.$$
Folglich ergibt sich für a = -0,575 und für b = 9, also f(x)= -0.575x+9.</td><td>5</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Um die Güte zu beurteilen, bestimmt man den Korrelationskoeffizienten
$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})(x_i - \overline{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}$$
Es ergibt sich als Korrelationskoeffizient r ≈ -0,997.
Das Ergebnis verweist auf eine strenge negative Korrelation, also auf eine hohe Güte. Zu bedenken ist allerdings, dass lediglich drei Messwerte zur Bestimmung herangezogen wurden.</td><td></td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table>

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Die übermittelte Datenmenge beträgt $A_2 = 10 \cdot (10-6) \cdot \frac{1}{2}(f(10)+f(6)) = 176\text{Mbit}$, was dem Ergebnis von Teilaufgabe 2.4 entspricht und die Güte der Regression bestätigt.	3		2
		Summe Aufgabe 2	**14**	**19**	**14**

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
3	3.1	Die Abbildung des Kartenausschnitts auf das BK kann durch die Hintereinanderausführung zweier Kongruenzabbildungen beschrieben werden. Zunächst wird der Ausschnitt (bzw. jeder Punkt) mit den Verschiebepfeilen zum Vektor $\vec{t} = -\begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix}$ verschoben. Durch anschließende Multiplikation des Vektors $\vec{x} + \vec{t}$ mit der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ändert sich die Orientierung der y-Achse (Wechsel des Koordinatensystems). Insgesamt ergibt sich also: $\alpha : \vec{x'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix} \right)$		2	2
		Für den Punkt $POI(x_m + 40 \mid y_m + 20)$ ergibt sich: $\vec{x'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} x_m + 40 \\ y_m + 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 120 \\ -25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 120 \\ 25 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow POI'(120 \mid 25)$ Für den Punkt $K(x_m \mid y_m + 25)$ ergibt sich: $\vec{x'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} x_m \\ y_m + 25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 80 \\ -20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 20 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow K'(80 \mid 20)$	6		
	3.2	Die Vergrößerung des Kartenausschnitts im BK kann mit Hilfe einer zentrischen Streckung realisiert werden. Fixpunkt ist dabei der Punkt Z'(80 | 45). Hieraus folgt für die Abbildung β: $\beta : \vec{x''} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{x'} - \begin{pmatrix} 80 \\ 45 \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} 80 \\ 45 \end{pmatrix}$.	2		

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Für die Berechnung der Koordinaten nach der Vergrößerung unmittelbar aus den Koordinaten des WK müssen die beiden Abbildungen α und β verkettet werden: $\beta\circ\alpha: \overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\cdot\left(\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}x_m-80\\ y_m+45\end{pmatrix}\right)\right)-\begin{pmatrix}80\\45\end{pmatrix}\right)+\begin{pmatrix}80\\45\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\cdot\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\vec{x}+\begin{pmatrix}-x_m\\ y_m\end{pmatrix}\right)+\begin{pmatrix}80\\45\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & -\lambda\end{pmatrix}\cdot\vec{x}+\begin{pmatrix}-\lambda x_m\\ \lambda y_m\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}80\\45\end{pmatrix}$ $\Leftrightarrow \quad \overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & -\lambda\end{pmatrix}\cdot\vec{x}+\begin{pmatrix}80-\lambda x_m\\ 45+\lambda y_m\end{pmatrix}$ Bildpunkt von POI: $\overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}1{,}5 & 0\\ 0 & -1{,}5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x_m+40\\ y_m+20\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}80-1{,}5x_m\\ 45+1{,}5y_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}140\\15\end{pmatrix} \Rightarrow POI''(140\|15)$ Bildpunkt von K $\overrightarrow{x''} = \begin{pmatrix}1{,}5 & 0\\ 0 & -1{,}5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x_m\\ y_m+25\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}80-1{,}5x_m\\ 45+1{,}5y_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}80\\20\end{pmatrix} \Rightarrow K''(80\|20)$ Somit ergibt sich, dass beide Bildpunkte im sichtbaren Bereich liegen.	3	4	

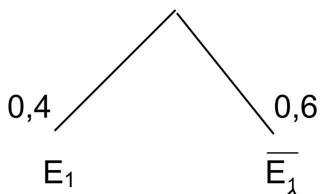
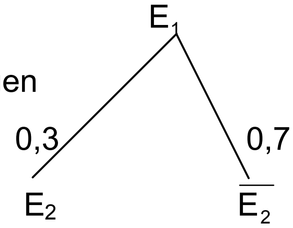
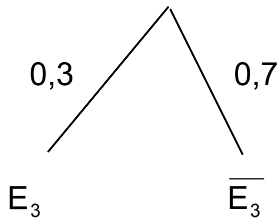
Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	3.3	Sei α der Winkel, den der Ortsvektor des Punktes P(x|y) mit der x-Achse einschließt und γ das Drehwinkelmaß, dem P auf P'(x'/y') abgebildet wird, sowie Z(0/0) das Drehzentrum. Dann gilt: $\begin{cases} x = r\cos\alpha \\ y = r\sin\alpha \end{cases}$ sowie $\begin{cases} x' = r\cos(\alpha+\gamma) \\ y' = r\sin(\alpha+\gamma) \end{cases}$ Hieraus ergibt sich mit Hilfe der Additionstheoreme: $\begin{cases} x' = r(\cos\alpha\cdot\cos\gamma - \sin\alpha\cdot\sin\gamma) \\ y' = r(\sin\alpha\cdot\cos\gamma + \cos\alpha\cdot\sin\gamma) \end{cases}$ Ersetzt man wieder $r\cos\alpha$ durch x und $r\sin\alpha$ durch y, so erhält man: $\begin{cases} x' = x\cos\gamma - y\sin\gamma \\ y' = x\sin\gamma + y\cos\gamma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$			6
		Die Drehung des Kartenausschnittes im WK kann als affine Abbildung mit der Drehmatrix $D = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$ und Fixpunkt $Z(x_m \| y_m)$ realisiert werden. Somit ergibt sich: $\gamma : \vec{x}' = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix}$		2	

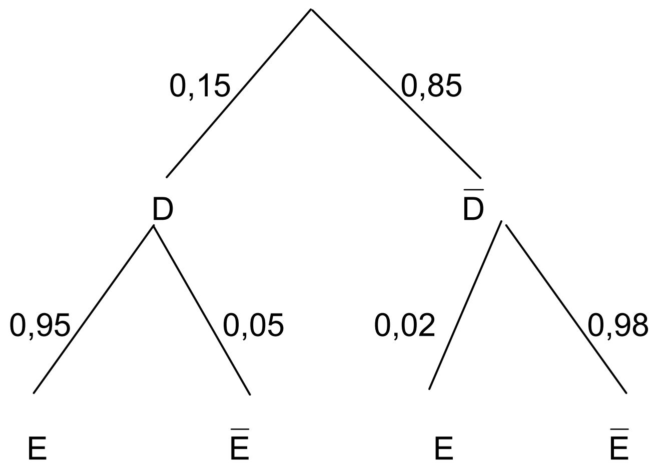
Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Bildpunkt von Q_4 $\vec{x}' = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} x_m - 80 \\ y_m + 45 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix}$ $= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -80 \\ 45 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} x_m + \frac{45\sqrt{3} - 80}{2} \\ y_m + \frac{80\sqrt{3} + 45}{2} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow Q_4'(x_m - 1{,}03 \mid y_m + 91{,}78)$	2	2	
	3.4	Fixpunkte Es muss gelten: $A \cdot \vec{x} = \vec{x} \Leftrightarrow (A - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$ wobei E die Einheitsmatrix sei. Aus $\begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0 & -0{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \vec{0}$ folgt als einzige Lösung $x_1 = 0 \wedge x_2 = 0$. Einziger Fixpunkt ist also $O(0 \mid 0)$.		2	

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Zur Bestimmung der Fixgeraden können zunächst die Eigenwerte und Eigenvektoren ermittelt werden. Die Matrixgleichung $A\cdot\vec{v}=\lambda\vec{v}\Leftrightarrow\left(A-\lambda E\right)\cdot\vec{v}=\vec{0}$ besitzt genau dann vom Nullvektor verschiedene Lösungen, wenn $\det(\left(A-\lambda E\right))=0$. Die charakteristische Gleichung $\begin{vmatrix}\frac{3}{2}-\lambda & \frac{1}{2}\\ 0 & \frac{1}{2}-\lambda\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}-\lambda\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-\lambda\right)=0$ hat die Lösungen $\lambda_1=\frac{3}{2}$ und $\lambda_2=\frac{1}{2}$. Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1=\frac{3}{2}$		3	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Einsetzen von $\lambda_1 = \frac{3}{2}$ in die obige Matrixgleichung führt zu den Gleichungen $\frac{1}{2}v_2 = 0 \wedge -v_2 = 0$. Also $v_2 = 0, v_1 = t \in IR \Rightarrow \vec{v} = t\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ beschreibt die Menge der Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_1 = \frac{3}{2}$. Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ Einsetzen von $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ in die obige Matrixgleichung führt zu den Gleichungen $v_1 + \frac{1}{2}v_2 = 0 \wedge 0 = 0$. Setzt man z.B. $v_2 = 2t$, so folgt $v_1 = -t \Rightarrow \vec{v} = t\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ beschreibt die Menge der Eigenvektoren zum Eigenwert $\lambda_2 = \frac{1}{2}$.		3	
		Da $O(0\|0)$ Fixpunkt der affinen Abbildung ist, erhält man die Fixgeraden $g_1 : \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ und $g_2 : \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$. Eine Fixpunktgerade existiert nicht, da beide Eigenwerte von 1 verschieden sind.		1	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Untersuchung der allgemeinen Abbildung δ_r auf Fix-punktgeraden $A \cdot \vec{x} = \vec{x} \Leftrightarrow (A - E) \cdot \vec{x} = \vec{0}$ mit E Einheitsmatrix Aus $\begin{pmatrix} 0{,}5 & r \\ 0 & r-1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \vec{0}$ folgt $0{,}5x_1 + rx_2 = 0 \wedge (r-1)x_2 = 0$ Fallunterscheidung für $r = 1$ und $r \neq 1$ Für $r \neq 1$ folgt $x_2 = 0$ und $x_1 = 0$. Somit ist $O(0 \mid 0)$ einziger Fixpunkt. Aus $r = 1$ ergibt sich $x_2 = t$ und $x_1 = -2t$ $(t \in \mathrm{IR})$. Daraus folgt, dass die Menge der Fixpunkte durch $F_t(-2t \mid t)$ gegeben ist. Diese Punkte liegen also auf der Fixpunktgeraden $f: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	1		6
		Summe Aufgabe 3	**14**	**19**	**14**

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
4	4.1	A: X ist die Anzahl derjenigen Rechner, bei denen ein Check der externen Anschlüsse bzw. der Verbindungen am Board genügen. $P(A) = P(X \geq 3) = \binom{5}{3} \cdot 0{,}5^5 + \binom{5}{4} \cdot 0{,}5^5 + \binom{5}{5} \cdot 0{,}5^5 = 0{,}5$	2	1	
		B: $P(B) = 0{,}85^3$	2		
	4.2	Lösen lässt sich dies über ein dreistufiges Baumdiagramm. E_i : Fehler gefunden Prüfen der externen Anschlüsse:  Prüfen der Steckverbindungen auf dem Mainboard:  Prüfen der BIOS-Einstellungen und der Einstellungen der Systemsteuerung: 	3		
		Folglich ist in $0{,}6 \cdot 0{,}7^2$ Fällen, also in 29,4 % der Fälle ein Einsatz von Hardwareprogrammen notwendig.	2		

<table>
<tr><td rowspan="2">Auf-ga-ben</td><td rowspan="2">Teil-auf-ga-ben</td><td rowspan="2">Anforderung</td><td colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Aufgabenstellung und erwartete Lösung</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>4.3</td><td>D: Gerät ist defekt
E: Gerät wird als defekt erkannt.

</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$P_E(D) = \frac{P(D\cap E)}{P(E)} = \frac{0{,}95\cdot 0{,}15}{0{,}95\cdot 0{,}15+0{,}85\cdot 0{,}02} = 0{,}8934$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 89,34 % handelt es sich bei der Diagnose um einen Festplattenfehler.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$P_{\overline{E}}(D) = \frac{P(D\cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \frac{0{,}15\cdot 0{,}05}{0{,}15\cdot 0{,}05+0{,}85\cdot 0{,}98} = 0{,}008923$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,89 % ist die als fehlerfrei diagnostizierte Festplatte doch fehlerhaft.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>4.4</td><td><table>
<tr><td></td><td>Arbeits-speicher
(A)</td><td>Grafik-karte
(G)</td><td>Fest-platte
(F)</td><td>Board
(B)</td></tr>
<tr><td>P(Defekt)</td><td>$\frac{1-p}{3}$</td><td>$\frac{1-p}{3}$</td><td>$\frac{1-p}{3}$</td><td>p</td></tr>
<tr><td>Kosten</td><td>60,00 €</td><td>5,00 €</td><td>5,00 €</td><td>30,00 €</td></tr>
</table></td><td></td><td>5</td><td>14</td></tr>
</table>

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Es wird überprüft, wie sich die Prüfkosten je Techniker langfristig verhalten. Folglich ist der jeweilige Erwartungswert zu berechnen. Prüfkosten Techniker A: T T: t_i 60,00 € 65,00 € 70,00 € $P(T = t_i)$ $\frac{1-p}{3}$ $(1-\frac{1-p}{3})\cdot\frac{1-p}{3}$ $(1-\frac{1-p}{3})^2$ Prüfkosten Techniker B: U U: u_i 30,00 € 35,00 € 40,00 € $P(U = u_i)$ p $(1-p)\cdot\frac{1-p}{3}$ $(1-p)\cdot(1-\frac{1-p}{3})$ Prüfkosten Techniker C: V V: v_i 5,00 € 10,00 € 70,00 € $P(V = v_i)$ $\frac{1-p}{3}$ $(1-\frac{1-p}{3})\cdot\frac{1-p}{3}$ $(1-\frac{1-p}{3})^2$ $E(T) = 60\cdot\frac{1-p}{3} + 65\cdot(1-\frac{1-p}{3})\cdot\frac{1-p}{3} + 70\cdot(1-\frac{1-p}{3})^2$ $= \frac{5\cdot(p^2+7p+118)}{9}$ $E(U) = 30\cdot p + 35\cdot(1-p)\cdot\frac{1-p}{3} + 40\cdot(1-p)\cdot(1-\frac{1-p}{3})$ $= -\frac{5\cdot(p^2+4p-23)}{3}$ $E(V) = 5\cdot\frac{1-p}{3} + 10\cdot(1-\frac{1-p}{3})\cdot\frac{1-p}{3} + 70\cdot(1-\frac{1-p}{3})^2$			

Aufgaben	Teilaufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		Da $p \in [0\,;\,1]$ ist und $E(V) - E(T) = \frac{55 \cdot (p^2 + 4p - 5)}{9}$ gilt, ergibt sich: für p = 1 , arbeiten A und C langfristig kostengleich, in allen Fällen ist C kostengünstiger als A. $E(V) - E(U) = \frac{5 \cdot (5p^2 + 21p - 2)}{3}$ für $p < \frac{\sqrt{481}}{10} - \frac{21}{10} \approx 0{,}0931$ ist B teurer als C, für $p = \frac{\sqrt{481}}{10} - \frac{21}{10}$ sind beide gleichgünstig, für $p > \frac{\sqrt{481}}{10} - \frac{21}{10}$ ist C teurer als B.			

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Aufgabenstellung und erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	4.5	X beschreibt die Anzahl der Geräte unter 50, die nach dem Generalcheck ein Jahr ohne Defekt arbeiten. $H_0 : p \geq 0{,}95$ $H_1 : p < 0{,}95$ Es handelt sich hierbei um einen linksseitigen Test. X ist bei wahrer Nullhypothese im ungünstigsten Fall B(50 | 0,95) verteilt. Es ist der Ablehnungsbereich durch K = {0; ... ; g} anzugeben. $P(X \leq g) \leq 0{,}05$. Mit Hilfe der Tabelle ergibt sich der Wert g = 44. Sollten bis zu 44 der 50 Geräte nur fehlerfrei arbeiten, ist die Annahme des Unternehmens zu verwerfen. Folglich ist bei 7 defekten Geräten die Aussage des Unternehmens nicht korrekt.		7	
		Summe Aufgabe 4	**14**	**19**	**14**

		Summe Aufgabe 1	**47**
		Summe Aufgabe 2	**47**
		Summe Aufgabe 3	**47**
		Summe Aufgabe 4	**47**
		Summe für 3 von 4 Teilaufgaben	**141**

b) Darstellungsleistung

		Kriterien	Punkte
		Dokumentation: Verwendung der Fachsprache, Verständlichkeit, Visualisierung	9
		Summe Darstellungsleistung	**9**

Gesamtsumme aus 7.2a und 7.2b:	**150**

7.3 Bewertung (Notenfindung)

Note	Punkte	erreichte Prozentzahl	erreichte Punktzahl
sehr gut plus	**15**	100 - 96	150 - 144
sehr gut	**14**	95 - 91	143 - 136
sehr gut minus	**13**	90 - 86	135 - 129
gut plus	**12**	85 - 81	128 - 121
gut	**11**	80 - 76	120 - 114
gut minus	**10**	75 - 71	113 - 106
befriedigend plus	**9**	70 - 66	105 - 99
befriedigend	**8**	65 - 61	98 - 91
befriedigend minus	**7**	60 - 56	90 - 84
ausreichend plus	**6**	55 - 51	83 - 76
ausreichend	**5**	50 - 46	75 - 69
ausreichend minus	**4**	45 - 41	68 - 61
mangelhaft plus	**3**	40 - 34	60 - 51
mangelhaft	**2**	33 - 27	50 - 40
mangelhaft minus	**1**	26 - 20	39 - 30
ungenügend	**0**	19 - 0	29 - 0