Beispiel-Abiturprüfung

in den Bildungsgängen des Berufskollegs
1. Leistungskurs

Fach Mathematik

Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung

1 Konstruktionsmerkmale der Aufgabe

	Aufgabenarten
Aufgabe 1	Analysis Exponentialfunktion mit Parameter Absatzentwicklung
Aufgabe 2	Analysis Ganzrationale Funktion 3. Grades mit Parameter Kosten-, Erlös-, Gewinnanalyse im Modell der vollständigen Konkurrenz
Aufgabe 3	Lineare Algebra Matrizenrechnung, Gleichungssysteme Leontiefmodell
Aufgabe 4	Stochastik Binomialverteilung, Hypothesentest, Bedingte Wahrscheinlichkeit

2 Aufgabenstellung

Situation

Die Global GmbH produziert in drei Zweigwerken Global-A (A), Global-B (B) und Global-C (C) u. a. den Notebook-Rucksack „Giga 3“, den Outdoor-Rucksack „Transalpin“ und den Schulrucksack „GoSchool“. Verschiedene Abteilungen des Unternehmens beschäftigen sich mit der Analyse der Produktionssituation.

Aufgabe 1

Seit Januar 2005 ist der Notebook-Rucksack „Giga 3“ im Sortiment. Die Absatzentwicklung wird durch die folgende Tabelle und das Diagramm dargestellt.

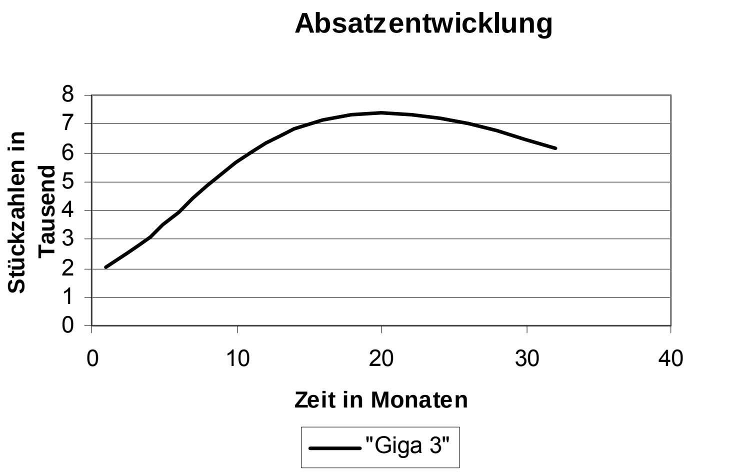
Tabelle:

1ME entspricht 1000 Stück

Absatzzahlen

Zeit in Monaten	Stückzahl in ME
1	2,09
4	3,072
12	6,337
20	7,413
28	6,768
32	6,174

Diagramm:



Zu Prognosezwecken soll die Absatzentwicklung durch eine Funktionsgleichung modelliert werden. Die Marketingabteilung vermutet aufgrund der Daten einen exponentiellen Verlauf, der ungefähr der Gleichung $f_a(t) = at^2 \cdot e^{-at} + 2$; a > 0, t > 0 genügt. Dabei gibt t die Zeit in Monaten und $f_a(t)$ den Absatz in 1000 Stück im Monat t an.

1.1 Zeigen Sie, dass ein $a \in \mathrm{IR}^+$ existiert, für das die Vermutung stimmt und ermitteln Sie a. (8 Punkte)

1.2 Weisen Sie den asymptotischen Verlauf derartiger Funktionsgraphen in Abhängigkeit vom Parameter a nach. Beurteilen Sie Ihr Ergebnis im Zusammenhang mit der Entwicklung der Absatzzahlen von „Giga 3“. (4 Punkte)

1.3 Ermitteln Sie - in Abhängigkeit vom Parameter a - den Zeitpunkt t mit maximalem Absatz! Berechnen Sie den Wert für a = 0,1. Interpretieren Sie diesen Wert!
Hinweis: Nutzen Sie $f_a''(t) = ae^{-at} \cdot (2 - 4at + a^2t^2)$ ohne Ermittlung.
(15 Punkte)

Die Unternehmensleiterin, Frau Dr. Wolff, erkennt in dem Diagramm: „Der Zuwachs des Absatzes ist nach ca. 6 Monaten maximal."

Widerlegen oder beweisen Sie ihre Behauptung für a = 0,1! (9 Punkte)

1.4 Zeigen Sie mittels eines geeigneten Integrationsverfahrens, dass gilt:

$$\int (e^{-0,1t} \cdot 0,1t^2 + 2)dt = 2t - e^{-\frac{t}{10}}(t^2 + 20t + 200)$$

Berechnen Sie $\int_{12}^{24} (e^{-0,1t} \cdot 0,1t^2 + 2)dt$ und interpretieren Sie das Ergebnis aus ökonomischer Sicht. (11 Punkte)

Aufgabe 2

Die Global GmbH ermittelt für die Produktion des Rucksackes „GoSchool" die Kosten in Abhängigkeit von der Absatzmenge x und einem Qualitätsstandard a. Die Unternehmensleitung geht bei ihren Produktionsentscheidungen von folgender ertragsgesetzlichen Kostenfunktion dritten Grades aus:

$$K_a(x) = x^3 - ax^2 + 60x + 50;\ a \in \mathbb{R},\ x \in [0\ ;\ 12]$$

2.1 Bestimmen Sie, für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ die Kostenfunktion $K_a(x)$ keine Extremstellen besitzt. Interpretieren Sie die Bedeutung der Existenz bzw. Nichtexistenz von Extremstellen ökonomisch. (11 Punkte)

2.2 Die Marketingabteilung der Global GmbH hat für den höchsten Qualitätsstandard a = 12 folgende Gewinnfunktion ermittelt:
$G(x) = -x^3 + 12x^2 - 19{,}5x - 50;\ x \in D_{ök}$

2.2.1 Stellen Sie die Erlösfunktion auf und geben Sie an, mit welchem Verkaufspreis das Unternehmen kalkuliert.

2.2.2 Bestimmen Sie die Gewinnzone der Global GmbH, wenn gilt:
1ME = 1000 Stück.

2.2.3 Ermitteln Sie die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und den zugehörigen Gewinn.

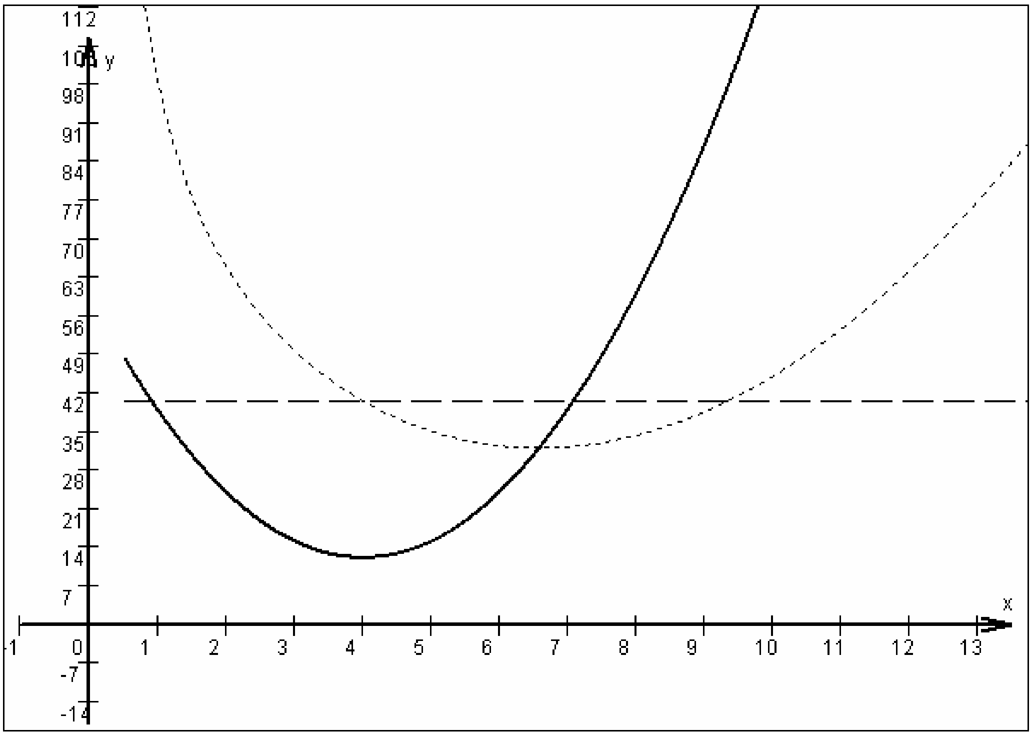
(16 Punkte)

2.3 Ein Konkurrent bringt einen gleichwertigen Rucksack zu einem Preis von 33,30 GE auf den Markt. Weisen Sie unter Anwendung eines geeigneten Näherungsverfahrens nach: Die betriebsoptimale Stückzahl für den Rucksack „GoSchool"

liegt im Produktionsintervall x ∈ [6 ; 7].
Entscheiden Sie, ob das Unternehmen den Preis von 33,30 GE unterbieten kann. (12 Punkte)

2.4 Stellen Sie für den Qualitätsstandard a = 12 die Grenzkostenfunktion auf und geben Sie deren Bedeutung für die Global GmbH an!

Im Folgenden sind der zugehörige Graph der Grenzkostenfunktion, der Graph der Stückkostenfunktion und der Graph der Preisfunktion abgebildet.



——— Graph der Grenzkostenfunktion
----------- Graph der Stückkostenfunktion
— — — - Graph der Preisfunktion

Prüfen Sie jede der drei folgenden Aussagen auf Richtigkeit und begründen Sie Ihre Entscheidung:

2.4.1 Der Graph, an dem die Kostenstruktur K(x) zur Produktion von „Go-School" abgelesen werden kann, besitzt eine Wendestelle im Intervall 3<x<6.

2.4.2 Je mehr Rucksäcke von „GoSchool" produziert werden, desto geringer sind die Stückkosten.

2.4.3 Das Betriebsoptimum liegt im Schnittpunkt der Preisgeraden und der Grenzkostenkurve..

(8 Punkte)

Aufgabe 3

Die drei Zweigwerke A, B und C der Global GmbH sind nach dem Leontiefmodell miteinander verflochten. In Zweigwerk A wird der Rucksack „Giga 3“, in Zweigwerk B der Rucksack „GoSchool“ und in Zweigwerk C der Rucksack „Transalpin“ hergestellt. Gegenseitig beliefern sich die Zweigwerke auch mit Zwischenprodukten.

Die gegenseitigen Lieferungen (in ME), sowie die Gesamtproduktionsmengen (in ME) sind für den vergangenen Produktionszeitraum in folgender Tabelle dargestellt:

Zweigwerk	A	B	C	Markt	Produktion
A	4	10	6	y_1	20
B	0	2	0	y_2	10
C	4	0	2	y_3	10

3.1 Bestimmen Sie die Marktabgaben der Zweigwerke für den vergangenen Produktionszeitraum und leiten Sie die Inputmatrix A her. (5 Punkte)

3.2 Berechnen Sie die Leontief-Inverse und zeigen Sie die Übereinstimmung mit

$$(E-A)^{-1} = \frac{1}{52}\begin{pmatrix} 80 & 100 & 60 \\ 0 & 65 & 0 \\ 20 & 25 & 80 \end{pmatrix}$$

(7 Punkte)

3.3 In der derzeitigen Produktionsperiode werden vom Rucksack „Giga 3“ 13 ME, von „GoSchool“ 16 ME und von „Transalpin“ 8 ME nachgefragt.

3.3.1 Berechnen Sie die derzeitigen Produktionsmengen der drei Zweigwerke und leiten Sie die neue Input-Output-Tabelle her.

3.3.2 Ermitteln Sie, um wie viel Prozent die jetzige Produktion des „Giga 3“ im Zweigwerk A gesteigert werden muss, wenn sich die derzeitige Nachfrage nach „Giga 3“ um 100 % erhöht, während die Nachfrage nach den anderen beiden Rucksäcken nach wie vor 16 ME bzw. 8 ME beträgt.

(11 Punkte)

3.4 Für die nächste Produktionsperiode wird geplant, dass im Zweigwerk C genauso viel produziert wird wie in B. Zweigwerk A produziert k-mal so viele Mengeneinheiten wie B.

3.4.1 Leiten Sie die Werte von $k \in IR$ her, für die jede Nachfrage befriedigt werden kann.

3.4.2 Bestimmen Sie für k = 3 das Verhältnis der von den drei Zweigwerken für den Konsum zur Verfügung stehenden Mengen.

(11 Punkte)

3.5 Für die kommende Periode ist der Produktionsvektor

$$\vec{x}_t = 0.25 \begin{pmatrix} t^2 + 8t + 60 \\ t^3 \\ t^2 - 8t + 50 \end{pmatrix} \quad \text{mit } t \in IR_0^+ \text{ geplant.}$$

Für die von den Zweigwerken A, B und C an den Markt abgegebenen Güter wird pro ME jeweils eine Geldeinheit verlangt. Zeigen Sie:

Es gibt einen Wert für t, so dass die Produktionsmenge des Zweigwerks C minimal und gleichzeitig die Summe der Einnahmen maximal ist.

(13 Punkte)

Aufgabe 4:

Der hochwertige Outdoor-Rucksack „Transalpin“ wird in vier Arbeitsgängen teilmaschinell hergestellt. Erfahrungsgemäß treten in den einzelnen Arbeitsgängen unabhängig voneinander mit folgenden Wahrscheinlichkeiten Produktionsmängel auf, die dazu führen, dass der Rucksack nicht die gewünschte Qualität (A-Sortierung) hat:

Arbeitsgang 1	Arbeitsgang 2	Arbeitsgang 3	Arbeitsgang 4
0,09	0,082	0,035	0,07

Zwischen den einzelnen Arbeitsgängen findet keine Qualitätskontrolle statt.

4.1 Zeigen Sie, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von $p \approx 0{,}25$ ein fertig produzierter Outdoor-Rucksack nicht der Qualität der A-Sortierung entspricht. (4 Punkte)

4.2 Die Zufallsvariable X gebe die Anzahl der Outdoor-Rucksäcke innerhalb einer Produktion vom Umfang n an, die nicht die Qualität der A-Sortierung erreichen.

Begründen Sie, unter welchen Voraussetzungen man X als binomialverteilt betrachten darf und geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X, ihren Erwartungswert sowie die Standardabweichung als Funktion von n an. (8 Punkte)

Für die weiteren Aufgabenteile ist davon auszugehen, das X binomialverteilt ist.

4.3 Um die Annahme p = 0,25 zu überprüfen, werden 100 fertig produzierte Outdoor Rucksäcke zufällig ausgewählt. Stellen Sie ein geeignetes Testverfahren auf, bei dem die Wahrscheinlichkeit α die Annahme p = 0,25 fälschlicherweise zu verwerfen nicht größer als 0,05 ist und erläutern Sie Ihre Entscheidung. (9 Punkte)

4.4 Bevor die Rucksäcke an die Händler ausgeliefert werden, werden sie einer Qualitätskontrolle unterzogen. Dabei werden jedoch erfahrungsgemäß 2 % der fehlerhaften Rucksäcke fälschlicherweise der A-Sortierung zugeteilt. 1 % der Rucksäcke, die eigentlich der A-Sortierung zuzurechen wären, werden beanstandet und aussortiert. Um das Image des hochwertigen Rucksacks nicht zu gefährden, werden nur Rucksäcke der A-Sortierung ausgeliefert, die restlichen Rucksäcke werden vernichtet.

Weisen Sie nach, dass der Anteil der ausgelieferten Rucksäcke an der Gesamtproduktion 74,75 % beträgt und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein ausgelieferter Rucksack den Qualitätsanforderungen der A-Sortierung nicht entspricht. (10 Punkte)

4.5 Die variablen Stückkosten für die Produktion eines Rucksacks betragen unabhängig von der produzierten Menge und der anschließenden Qualitätseinstufung 89,70 EUR. Durch den Verkauf ergibt sich für jeden an die Händler ausgelieferten Rucksack ein Deckungsbeitrag von 20,00 EUR.

Leiten Sie den entsprechenden Verkaufspreis her. (6 Punkte)

4.6 Wird ein fehlerhafter Rucksack ausgeliefert und dies vom Kunden bemerkt, so ist die Global GmbH verpflichtet, den Rucksack zurückzunehmen und durch einen neuen zu ersetzen.

Bestimmen Sie den Prozentsatz an gerechtfertigten Reklamationen innerhalb der ausgelieferten Rucksäcke, von dem an der Deckungsbeitrag pro verkauften Rucksack unter 19,00 EUR sinkt. Gehen Sie dabei davon aus, dass eine zweite Reklamation praktisch ausgeschlossen ist. Beurteilen Sie Ihr Ergebnis. (10 Punkte)

F(n,p;k)=B(n,p;0)+...+B(n,p;k) **Binomialverteilung** (Summenfunktion)

n	k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,125	1/6	0,2	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	k	n
	0	1326	0476	0169	0059	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	99	
	1	4033	1946	0872	0371	0003	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	98	
	2	6767	4198	2321	1183	0019	0002	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	97	
	3	8590	6472	4295	2578	0078	0009	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	96	
	4	9492	8179	6289	4360	0237	0035	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	95	
	5	9845	9192	7884	6160	0576	0106	0004	0000	0000	0000	0000	0000	0000	94	
	6	9959	9688	8936	7660	1172	0267	0013	0001	0000	0000	0000	0000	0000	93	
	7	9991	9894	9525	8720	2061	0576	0038	0003	0000	0000	0000	0000	0000	92	
	8	9998	9968	9810	9369	3209	1088	0095	0009	0000	0000	0000	0000	0000	91	
	9		9991	9932	9718	4513	1837	0213	0023	0000	0000	0000	0000	0000	90	
	10		9998	9978	9885	5832	2810	0427	0057	0001	0000	0000	0000	0000	89	
	11			9993	9957	7030	3947	0777	0126	0004	0000	0000	0000	0000	88	
	12			9998	9985	8018	5152	1297	0253	0010	0000	0000	0000	0000	87	
	13				9995	8761	6318	2000	0469	0025	0001	0000	0000	0000	86	
	14				9999	9274	7352	2874	0804	0054	0002	0000	0000	0000	85	
	15					9601	8199	3877	1285	0111	0004	0000	0000	0000	84	
	16					9794	8842	4942	1923	0211	0010	0001	0000	0000	83	
	17					9900	9296	5994	2712	0376	0022	0002	0000	0000	82	
	18					9954	9595	6965	3621	0630	0045	0005	0000	0000	81	
	19					9980	9780	7803	4602	0995	0089	0011	0000	0000	80	
	20					9992	9886	8481	5595	1488	0165	0024	0000	0000	79	
	21					9997	9944	8998	6540	2114	0288	0048	0000	0000	78	
	22					9999	9974	9369	7389	2864	0479	0091	0001	0000	77	
	23						9989	9621	8109	3711	0755	0164	0003	0000	76	
	24						9995	9783	8686	4617	1136	0281	0006	0000	75	
	25						9998	9881	9125	5535	1631	0458	0012	0000	74	
	26						9999	9938	9442	6417	2244	0715	0024	0000	73	
	27							9969	9658	7224	2964	1066	0046	0000	72	
	28							9985	9800	7925	3768	1524	0084	0000	71	
	29							9993	9888	8505	4623	2093	0148	0000	70	
	30							9997	9939	8962	5491	2766	0248	0000	69	
	31							9999	9969	9307	6331	3525	0398	0001	68	
	32								9984	9554	7107	4344	0615	0002	67	
	33								9993	9724	7793	5188	0913	0004	66	
100	34								9997	9836	8371	6019	1303	0009	65	100
	35								9999	9906	8839	6803	1795	0018	64	
	36								9999	9948	9201	7511	2386	0033	63	
	37									9973	9470	8123	3068	0060	62	
	38									9986	9660	8630	3822	0105	61	
	39									9993	9790	9034	4621	0176	60	
	40									9997	9875	9341	5433	0284	59	
	41									9999	9928	9566	6225	0443	58	
	42									9999	9960	9724	6967	0666	57	
	43										9979	9831	7635	0967	56	
	44										9989	9900	8211	1356	55	
	45										9995	9943	8689	1841	54	
	46										9997	9969	9070	2421	53	
	47										9999	9983	9362	3086	52	
	48										9999	9991	9577	3822	51	
	49											9996	9729	4602	50	
	50											9998	9832	5398	49	
	51											9999	9900	6178	48	
	52												9942	6914	47	
	53												9968	7579	46	
	54												9983	8159	45	
	55												9991	8644	44	
	56												9996	9033	43	
	57												9998	9334	42	
	58												9999	9557	41	
	59													9716	40	
	60													9824	39	
	61													9895	38	
	62													9940	37	
	63													9967	36	
	64													9982	35	
	65													9991	34	
	66													9996	33	
	67													9998	32	
	68													9999	31	
n	k	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	0,875	5/6	0,8	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k	n

Nicht aufgeführte Werte sind (auf 4 Dez.) 1,0000

3 Materialgrundlage

keine

4 Bezüge zu den „Prüfungsvorgaben für das Zentralabitur am Berufskolleg im Jahr 2009“

Die Aufgaben sind vollständig aus den Gebieten entnommen, die in den Prüfungsvorgaben für das Abitur 2009 im Fach Mathematik, Fachbereich Wirtschaft und Verwaltung aufgeführt sind.

5 Zugelassene Hilfsmittel

Für diesen Aufgabensatz sind zugelassen:

- Gedruckte Formelsammlungen der Schulbuchverlage, die keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.
- Tabellierte kumulierte Binomialverteilung, s. Anhang dieses Dokumentes,
- nicht programmierbare wissenschaftliche Taschenrechner.

Für diesen Aufgabensatz sind **nicht** zugelassen:

- Schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika
- Computeralgebrasysteme
- Taschenrechner, die über eines der folgenden Leistungsmerkmale verfügen:

  Erstellen von Wertetabellen

  Darstellen von Funktionsgraphen

  Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

  Numerisches Integrieren oder Differenzieren

  Rechnen mit Matrizen und Vektoren

6 Hinweise zur Aufgabenauswahl durch die Lehrkraft/den Prüfling

Der Aufgabensatz besteht aus vier Aufgaben, davon zwei Aufgaben zur Analysis, eine Aufgabe zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und eine Aufgabe zur Stochastik. Die beiden Aufgaben zur Analysis sind verbindlich zu bearbeiten. Von den Aufgaben zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und zur Stochastik wählt die Fachlehrerin/der Fachlehrer eine Aufgabe zur Bearbeitung aus.

Somit erhalten die Schülerinnen und Schüler drei voneinander unabhängig lösbare Prüfungsaufgaben zur Bearbeitung. Sie erhalten keine Aufgaben zur Auswahl.

7 Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

7.1 Allgemeine Hinweise

Die Bewertung erfolgt anhand des folgenden Bewertungsschemas.

Als Grundlage einer kriteriengeleiteten Beurteilung werden zu erbringende Teilleistungen ausgewiesen, die die mit der jeweiligen Aufgabe verbundenen Anforderungen aufschlüsseln. Die Lösungserwartungen dienen der Orientierung der Korrektoren und sind nicht als exakte Vorformulierungen von Schülerlösungen zu verstehen. Zusätzliche Leistungen sind angemessen zu berücksichtigen. Dies betrifft etwa Lösungen, die bei den Lösungserwartungen nicht aufgeführt sind, aber dennoch eine richtige Lösung sind.

Der aufgeführte Anteil der Punkte je Teilaufgabe ist eine Orientierungshilfe für die vorgesehene Bearbeitungszeit je Aufgabe. Beispiel: Für 10 % der Gesamtpunktzahl sollte etwa 10 % der gesamten Bearbeitungszeit eingeplant werden.

Die Anordnung der Kriterien folgt einer plausiblen logischen Abfolge von Lösungsschritten, die aber keineswegs allgemein vorausgesetzt werden kann und soll.

Die Teilleistungen werden den in Teil I der Bildungspläne definierten Anforderungsbereichen I bis III zugeordnet. Danach werden den Lösungen der Teilaufgaben Punkte zugewiesen, die den Schwierigkeitsgrad, die Komplexität und den Zeitaufwand für die Bearbeitung der einzelnen Teilaufgabe repräsentieren. Die für jede Teilleistung angegebenen Punktwerte entsprechen einer maximal zu erwartenden Lösungsqualität. Hinzu kommt die Art der Bearbeitung in den verschiedenen Anforderungsbereichen, wobei Aspekte der Qualität, Quantität und der Darstellungsweise berücksichtigt werden.

Die folgenden Bewertungskriterien werden in einen für jede Klausur gesondert auszufüllenden 'Bewertungsbogen' aufgenommen, der den Fachlehrerinnen und Fachlehrern zur Verfügung gestellt wird. In diesen trägt die erstkorrigierende Lehrkraft den entsprechend der Lösungsqualität jeweils tatsächlich erreichten Punktwert für die Teilleistung in der Bandbreite von 0 bis zur vorgegebenen Höchstpunktzahl ein.

7.2 Teilleistungen – Kriterien

a) inhaltliche Leistung

Auf-gaben	Teil-aufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
1	1.1	allgemeine Exponentialfunktion: $f_a(t) = at^2 \cdot e^{-at} + 2$ Zu zeigen: $\exists\ a \in IR$ so dass $f_a(t)$ gültig Mit z. B. (4 | 3,07251) $\Rightarrow$ $3{,}07251 = a \cdot 16 \cdot e^{-4a} + 2$ und z. B. (28 | 6,7651) $\Rightarrow$ $6{,}76751 = a \cdot 784 \cdot e^{-28a} + 2$ ergibt sich: $4{,}76751 = 784 \bullet \frac{1{,}07251}{16 \cdot e^{-4a}} \cdot e^{-28a}$ $\Leftrightarrow 0{,}090718 = e^{-24a} \Leftrightarrow \ln 0{,}090718 = -24a \ln e$ $\Leftrightarrow 0{,}09999 = a \approx 0{,}1$ Die Absatzentwicklung genügt der Funktionsgleichung $f_{0,1}(t) = 0{,}1t^2 \cdot e^{-0{,}1t} + 2$, was durch Einsetzen der weiteren Punkte überprüft werden muss.	4	2	2
		Summe Teilaufgabe 1.1		**8**	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	1.2	Nachweis des asymptotischen Verhaltens: Bei diesem Funktionstyp existieren keine Polstellen und keine schiefen Asymptoten. Untersuchung auf horizontale Asymptoten mit Fallunterscheidung: Für a>0 und t > 0: $\lim\limits_{t\to\infty} at^2e^{-at} + 2 = \lim\limits_{t\to\infty} \frac{at^2}{e^{at}} + \lim\limits_{t\to\infty} 2$ $= 0 + 2 = 2$ Für a>0 liegt asymptotisches Verhalten vor, y = 2 ist horizontale Asymptote.		2	
		Beurteilung: Nach einer bestimmten Zeit pendeln sich die Umsatzzahlen bei ca. 2.000 Stück ein.			2
		Summe Teilaufgabe 1.2		**4**	

Auf-gaben	Teil-aufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	1.3	Ermittlung des maximalen Absatzes: Zunächst müssen über die Produkt- und Kettenregel die Ableitungen gebildet werden. Erste Ableitung: $\mathbf{f'_a(t) = 2at \bullet e^{-at} + at^2 \bullet (-ae^{-at}) = at \bullet e^{-at} \bullet (2 - at)}$	3		
		Hinreichende Bedingung: $f'_a(t) = 0 \wedge f''_a(t) < 0$ Aus $at \bullet e^{-at} \bullet (2 - at) = 0$ folgt mit e^{-at} stets größer Null: $t_1 = 0 \vee t_2 = \frac{2}{a}$ $f''_a(0) = 2a > 0$ wegen $a>0$; $\Rightarrow t_1$ Minimalstelle, nicht gesucht $\mathbf{f''_a(\frac{2}{a}) = -2a \bullet e^{-2} < 0}$	3	3	
		An der Stelle $t_2 = \frac{2}{a}$ liegt eine Maximalstelle vor. Mit $f_a(\frac{2}{a}) = a \cdot \frac{4}{a^2} \cdot \frac{1}{e^2} + 2 = \frac{4}{ae^2} + 2$ folgt : $H\left(\frac{2}{a} \middle\vert \frac{4}{ae^2} + 2\right)$ Für a = 0,1 folgt Hochpunkt (20 | 7,413)	1	3	
		Interpretation: Die Global GmbH macht im 20. Monat (= August 2006) einen maximalen Absatz von 7413 Stück.			2
		Summe Teilaufgabe 1.3		**15**	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	1.4	Widerlegen oder beweisen der Behauptung *Der Zuwachs des Absatzes ist nach ca. 6 Monaten maximal.* In den Wendestellen ist die Steigung einer Funktion – hier der Zuwachs - maximal oder minimal			
		Zu bestimmen sind also die Wendestellen der Funktion.			**2**
		Notwendige Bedingung: $f''_a(t) = 0$ $\Leftrightarrow\ 0{,}1e^{-0{,}1t}\bullet(2 - 0{,}4t + 0{,}01t^2) = 0$ Da $0{,}1e^{-0{,}1t} > 0$ für alle $t > 0$: $2 - 0{,}4t + 0{,}01t^2 = 0$ $\Leftrightarrow t^2 - 40t + 200 = 0$ $\Leftrightarrow t_1/t_2 = 20 \pm \sqrt{400-200} = 20 \pm \sqrt{200}$ $\Leftrightarrow t_1 = 20 + \sqrt{200} \approx 34{,}142 \ \vee\ t_2 = 20 - \sqrt{200} \ \approx 5{,}85$ Hinreichende Bedingung: $f''_a(t) = 0 \wedge f'''_a(t) \neq 0$ $f'''_a(t) = (-0{,}06+0{,}006t-0{,}001t^2)\ e^{-0{,}1t}$ $f'''_a(34{,}142) > 0$ minimaler Zuwachs $f'''a(5{,}85) < 0$ maximaler Zuwachs Oder Nachweis über Vorzeichenwechselkriterium. Die Behauptung ist richtig, nach ca. 6 Monaten ist der Zuwachs maximal.		6	1
		Summe Teilaufgabe 1.4		**9**	

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	1.5	Zu zeigen: $\int (e^{-0,1t} \cdot 0{,}1t^2 + 2)dt = 2t - e^{-\frac{t}{10}}(t^2 + 20t + 200)$ Dies kann durch zweimaliges Anwenden der partiellen Integration gezeigt werden: Mit $\int_a^b f'(x) \cdot g(x)dx = f(x) \cdot g(x)\Big\vert_a^b - \int_a^b f(x) \cdot g'(x)dx$ und $f'(x) = e^{-0,1t}$ sowie $g(x) = 0{,}2t$ folgt: $\int (e^{-0,1t} \cdot 0{,}1t^2 + 2)dt$ $= -t^2 \cdot e^{-0,1t} - 20t \cdot e^{-0,1t} + 20\int \cdot e^{-0,1t}dt + 2t$ $= -t^2 \cdot e^{-0,1t} - 20t \cdot e^{-0,1t} - 200 \cdot e^{-0,1t} + 2t$ $= 2t - e^{-\frac{t}{10}}(t^2 + 20t + 200)$ w.z.z.w.	3	3	4
		Integralwert berechnen: $\int_{12}^{24} (e^{-0,1t} \cdot 0{,}1t^2 + 2)\, dt = 85{,}96$ Im Zeitraum vom 12. bis zum 24. Monat wurden insgesamt 85.960 Rucksäcke vom Typ „Giga 3“ umgesetzt.			1
		Summe Teilaufgabe 1.5	**11**		

		Summe Teilaufgabe 1.1	**8**
		Summe Teilaufgabe 1.2	**4**
		Summe Teilaufgabe 1.3	**15**
		Summe Teilaufgabe 1.4	**9**
		Summe Teilaufgabe 1.5	**11**
		Summe Teilaufgaben 1	**47**

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
2	2.1	K'(x) = 3x² - 2ax + 60 Notwendige Bedingung: K'(x) = 0 ⇔ 3x² - 2ax + 60 = 0 | :3 ⇔ $x^2 - \frac{2}{3}ax + 20 = 0$ Die Anzahl der Lösungen hängt ab von der Diskriminante $D = \frac{1}{9}a^2 - 20$. Es existieren keine Extremstellen, wenn D < 0. Damit ergibt sich $-\sqrt{180} < a < \sqrt{180}$ (etwa -13,416 <a< 13,416) als Bereich, in dem keine Extremstellen existieren.	3	2	4
		Die Existenz eines Extremwertes würde bedeuten, dass die Gesamtkosten in einem bestimmten Produktionsbereich bei wachsender Produktion sinken. Dies ist wirtschaftlich nicht realistisch. Die Nichtexistenz bedeutet, dass die Kosten streng monoton wachsen, d. h. eine Erhöhung der Produktion führt zu steigenden Kosten. Da der Parameter a einen Qualitätsstandard bezeichnet, kommt für a nur der Bereich $0 < a < \sqrt{180}$ in Betracht.			2
		Summe Teilaufgabe 2.1	**11**		
	2.2.1	a=12: $K_{12}(x) = x^3-12x^2+60x+50$ E(x) = G(x) + K(x) = $-x^3+12x^2-19{,}5x-50 + x^3-12x^2+60x+50 = 40{,}5x$ Die Erlösfunktion ist damit E(x) = 40,5x $p = \frac{E(x)}{x} = 40{,}5$ mit $x \neq 0$ Das Unternehmen kalkuliert mit einem Verkaufspreis von 40,5 GE pro ME des Rucksackes „GoSchool".	2	1	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	2.2.2	Hier sind Gewinnschwelle und Gewinngrenze zu ermitteln Notwendige Bedingung: $G(x) = 0$ Eine erste ganzzahlige Lösung kann mittels des Hornerschemas oder durch Probieren gefunden werden. $G(4) = 0$, $x_1 = 4$, weitere Lösung z.B. mit Polynomdivision: $G(x) : (x-4) = -x^2 + 8x + 12{,}5$, Anwendung der p-q-Formel ergibt: $x_2 = 9{,}339$ und $x_3 = -1{,}339$ nicht ökonomisch sinnvoll. Mit der hinreichenden Bedingung: $G(x) = 0 \wedge G'(x) \neq 0$ folgt: $G'(x) = -3x^2 + 24x - 19{,}5$ $G'(4) = 28{,}5 > 0$ und $G'(9{,}339) = -57{,}01 < 0$ Daraus ergibt sich: x_1 ist Gewinnschwelle und x_2 ist Gewinngrenze. Gewinnzone $]4\,;\,9{,}339[$ Die Global GmbH sollte mehr als 4.000 und weniger als 9.339 Stück des Rucksacks „GoSchool" herstellen.	3	2	1
	2.2.3	Notwendige Bedingung: $G'(x) = 0$ $\Leftrightarrow -3x^2 +24x-19{,}5 = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 7{,}0822$ und $x_2 = 0{,}9178$ x_2 liegt nicht in der Gewinnzone Hinreichende Bedingung für das Gewinnmaximum: $G'(x) = 0$ und $G''(x) < 0$ $G''(x) = -6x + 24$ $G''(7{,}0822) = -18{,}49 < 0$, gewinnmaximale Produktionsmenge bei 7,0822 ME $G(7{,}0822) = 58{,}56$, der zugehörige Gewinn beträgt 58,56 GE.	5	2	
		Summe Teilaufgabe 2.2	**16**		

<table>
<tr><th>Auf-ga-ben</th><th>Teil-auf-ga-ben</th><th>Anforderung</th><th colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Erwartete Lösung</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>2.3</td><td>Um eine fundierte Entscheidung zu treffen, muss die langfristige Preisuntergrenze bestimmt werden.

$\Rightarrow$ Ermittlung des Stückkostenminimum

Notwendige Bedingung: $k'_{12}(x) = 0$

$k_{12}(x) = x^2 - 12x + 60 + 50/x$

$k'_{12}(x) = 2x - 12 - \frac{50}{x^2}$

$\Rightarrow 2x - 12 - \frac{50}{x^2} = 0$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 - 50 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 - 25 = 0$

mit einem Näherungsverfahren (z.B. Newton oder Intervallhalbierung) ergibt sich x = 6,578

Newton-Verfahren z. B. mit Startwert 6:

<table>
<tr><th>n</th><th>xn</th><th>f(xn)=
2x - 12 – 50/ x²</th><th>f'(xn)=
-2 + 100/x³</th><th>xn-
f(xn)/f'(xn)</th></tr>
<tr><td>0</td><td>6</td><td>-1,3889</td><td>2,463</td><td>6,56391</td></tr>
<tr><td>1</td><td>6,56391</td><td>0,03268</td><td>2,3536</td><td>6,57779</td></tr>
<tr><td>2</td><td>6,57779</td><td>0,00002</td><td>2,3514</td><td>6,57780</td></tr>
</table>

Hinreichende Bedingung für das Betriebsoptimum:

$k'_{12}(x) = 0 \wedge k''_{12}(x)>0$

$k''_{12}(x)= -2 + \frac{100}{x^3}$

$k''_{12}(6{,}578)= -1{,}65 < 0$ also Minimalstelle

Langfristige Preisuntergrenze = $k_{12}(6{,}578) = 31{,}935$.

Bei diesem Preis sind alle Kosten gedeckt. Bei einem höheren Preis (33,30 GE der Konkurrenz) wird zusätzlich Gewinn erzielt. Die Global GmbH könnte also die Konkurrenz unterbieten und dennoch Gewinn erzielen.</td><td></td><td>5</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Summe Teilaufgabe 2.3</td><td colspan="3">12</td></tr>
</table>

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	2.4	Die Grenzkostenfunktion lautet: $K'_{12}(x) = 3x^2 - 24x + 60$ Bedeutung: Mit dieser Funktionsgleichung kann die Global GmbH bei einem Qualitätsstandard von a = 12 die Kosten, die durch die Produktion einer zusätzlichen Einheit eines Produktes entstehen, errechnen.	1	1	
	2.4.1	Die Aussage ist richtig, da das Grenzkostenminimum laut Graph ungefähr an der Stelle x = 4 liegt. Damit ist $K''(4) = 0$ und die notwendige Bedingung für eine Wendestelle erfüllt.		2	
	2.4.2	Die Aussage ist falsch, ab dem Betriebsoptimum steigen die Stückkosten wieder an.		2	
	2.4.3	Die Aussage ist falsch, da das Betriebsoptimum im Schnittpunkt der Graphen der Grenzkosten- und Stückkostenfunktion liegt.		2	
		Summe Teilaufgabe 2.4	**8**		

		Summe Teilaufgabe 2.1	**11**
		Summe Teilaufgabe 2.2	**16**
		Summe Teilaufgabe 2.3	**12**
		Summe Teilaufgabe 2.4	**8**
		Summe Teilaufgaben 2	**47**

<table>
<tr><th>Auf-ga-ben</th><th>Teil-auf-ga-ben</th><th>Anforderung</th><th colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Erwartete Lösung</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3.1</td><td>Marktabgaben:
$y_1 = 20 - 4 - 10 - 6 = 0$ Marktabgabe von Zweigwerk A
$y_2 = 10 - 2 = 8$ Marktabgabe von Zweigwerk B
$y_3 = 10 - 4 - 2 = 4$ Marktabgabe von Zweigwerk C
Inputmatrix:
<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr><tr><td>A</td><td>4:20=0,2</td><td>10:10=1</td><td>6:10=0,6</td></tr><tr><td>B</td><td>0:20=0</td><td>2:10=0,2</td><td>0:10=0</td></tr><tr><td>C</td><td>4:20=0,2</td><td>0:10=0</td><td>2:10=0,2</td></tr></table>
$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 1 & 0,6 \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$ Inputmatrix A</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Summe Teilaufgabe 3.1</td><td colspan="3">5</td></tr>
</table>

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	3.2	Berechnung der Leontiefinversen mit dem Gauss-Algorithmus			

$$(E-A)=\begin{pmatrix} 0{,}8 & -1 & 0{,}6 \\ 0 & 0{,}8 & 0 \\ -0{,}2 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix}$$

0,8	-1	0,6		1	0	0
0	0,8	0		0	1	0
-0,2	0	0,8		0	0	1
4	-5	-3		5	0	0
0	4	0		0	5	0
-1	0	4		0	0	5
4	-5	-3		5	0	0
0	4	0		0	5	0
0	0	13		5	0	20
4	-5	-3		5	0	0
0	4	0		0	5	0
0	0	52		20	25	80
208	-260	0		320	75	240
0	4	0		0	5	0
0	0	52		20	25	80
208	0	0		320	400	240
0	4	0		0	5	0
0	0	52		20	25	80

Damit erhält man die Leontiefinverse:

$$(E-A)^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{20}{13} & \frac{25}{13} & \frac{15}{13} \\ 0 & \frac{5}{4} & 0 \\ \frac{5}{13} & \frac{25}{52} & \frac{20}{13} \end{pmatrix}=\frac{1}{52}\begin{pmatrix} 80 & 100 & 60 \\ 0 & 65 & 0 \\ 20 & 25 & 80 \end{pmatrix}$$

			I	II	III
	3.2		6	1	
		Summe Teilaufgabe 3.2	**7**		

<table>
<tr><th>Auf-ga-ben</th><th>Teil-auf-ga-ben</th><th>Anforderung</th><th colspan="3">Anforderungs-bereiche und Punkte</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Erwartete Lösung</td><td>I</td><td>II</td><td>III</td></tr>
<tr><td></td><td>3.3.1</td><td>$\vec{y} = (E - A)\vec{x} \Leftrightarrow \vec{x} = (E - A)^{-1}\vec{y}$
$\vec{x} = \frac{1}{52}\begin{pmatrix} 80 & 100 & 60 \\ 0 & 65 & 0 \\ 20 & 25 & 80 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 13 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 60 \\ 20 \\ 25 \end{pmatrix}$
In Zweigwerk A werden 60 ME, in Zweigwerk B werden 20 ME und Zweigwerk C werden 25 ME produziert.</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Herleitung der neuen Input-Output-Tabelle:
<table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>$\vec{y}$</th><th>$\vec{x}$</th></tr><tr><td>A</td><td>12</td><td>20</td><td>15</td><td>13</td><td>60</td></tr><tr><td>B</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>16</td><td>20</td></tr><tr><td>C</td><td>12</td><td>0</td><td>5</td><td>8</td><td>25</td></tr></table></td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>3.3.2</td><td>Konsumabgabe:
A + 100% $y_1 = 26$
$\vec{x} = (E - A)^{-1}\begin{pmatrix} 26 \\ 16 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$
Steigerung der Produktion bei A von 60 auf 80 ME,
d. h. um $33\frac{1}{3}$ %.</td><td>2</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Summe Teilaufgabe 3.3</td><td colspan="3">11</td></tr>
</table>

Auf-gaben	Teil-aufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	3.4.1	Produktionsvektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} kp \\ p \\ p \end{pmatrix}$ Konsumabgabe $\vec{y} = (E - A)\vec{x}$ Lösungsansatz: $\vec{y} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & -1 & -0{,}6 \\ 0 & 0{,}8 & 0 \\ -0{,}2 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} kp \\ p \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}8kp - 1{,}6p \\ 0{,}8p \\ -0{,}2kp + 0{,}8p \end{pmatrix}$		2	2
		Damit jede Nachfrage befriedigt werden kann, müssen die Komponenten des Konsumvektors ≥ 0 sein. $0{,}8kp - 1{,}6p \geq 0 \Leftrightarrow k \geq 2$ $-0{,}2kp + 0{,}8p \geq 0 \Leftrightarrow k \leq 4$ Daher : $2 \leq k \leq 4$			4
	3.4.2	k = 3: $\begin{pmatrix} 2{,}4p - 1{,}6p \\ 0{,}8p \\ -0{,}6p + 0{,}8p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}8p \\ 0{,}8p \\ 0{,}2p \end{pmatrix}$ Das Verhältnis der für den Konsum zur Verfügung stehenden Mengen ist 8 : 2 : 2, bzw. 4 : 1 : 1	2	1	
		Summe Teilaufgabe 3.4		**11**	

Auf-gaben	Teil-aufgaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	3.5	Konsumvektor $\vec{y} = (E - A)\vec{x}$ mit $t \in IR_0^+$ $\vec{y} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0{,}8 & -1 & -0{,}6 \\ 0 & 0{,}8 & 0 \\ -0{,}2 & 0 & 0{,}8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t^2 + 8t + 60 \\ t^3 \\ t^2 - 8t + 50 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 0{,}2t^2 - t^3 + 11{,}2t - 18 \\ 0{,}8t^3 \\ 0{,}6t^2 - 8t + 28 \end{pmatrix}$ Minimale Produktionsmenge in Zweigwerk C: Hinreichende Bedingung: $x_C'(t) = 0$ und $x_C''(t) > 0$ $x_C(t) = t^2 - 8t + 50 \quad x_C'(t) = 2t - 8 \quad x_C''(t) = 2$ $x_C'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$ $x_C''(4) = 2 > 0$ Minimum Produktionsmenge : $x_C(4) = 34$ Wenn t den Wert 4 annimmt, ist die Produktionsmenge in Zweigwerk C minimal und beträgt 34 ME.		3	3
		Die Summe der Einnahmen ergibt sich aus der Verknüpfung des Preisvektors mit dem Marktabgabevektor: $\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}2t^2 - t^3 + 11{,}2t - 18 \\ 0{,}8t^3 \\ 0{,}6t^2 - 8t + 28 \end{pmatrix} =$ $\frac{1}{4}\left(0{,}8t^2 - 3{,}2t - 0{,}2t^3 + 10\right)$ Funktion der Einnahmen in Abhängigkeit von t: $E(t) = 0{,}2t^2 - 0{,}8t - 0{,}05t^3 + 10$ Maximale Einnahmen: Hinreichende Bedingung: E'(t) = 0 und E''(t) < 0		2	5

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
		$E'(t) = 0{,}4t - 0{,}8 - 0{,}15t^2 \quad E''(t) = 0{,}4 - 0{,}3t$ $E'(t) = 0 \Leftrightarrow t_1 = 4$ oder $t_2 = -\frac{4}{3}$ nicht definiert $E''(4) = -0{,}8 < 0$ also Maximum Für t = 4 sind die Einnahmen maximal und die Produktionsmengen in C minimal.			
		Summe Teilaufgabe 3.5	**13**		

		Summe Teilaufgabe 3.1	**5**
		Summe Teilaufgabe 3.2	**7**
		Summe Teilaufgabe 3.3	**11**
		Summe Teilaufgabe 3.4	**11**
		Summe Teilaufgabe 3.5	**13**
		Summe Teilaufgaben 3	**47**

Auf-gaben	Teil-auf-gaben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
4	4.1	Berechnung über das Gegenereignis A = "In keinem Arbeitsgang treten Produktionsmängel auf." $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}}) = 1\text{-}\mathrm{P(A)} = 1\text{-}0{,}91 \cdot 0{,}918 \cdot 0{,}965 \cdot 0{,}93$ $= 1\text{-}0{,}7497 = \underline{\underline{0{,}2503}}$		3	1
		Summe Teilaufgabe 4.1		**4**	
	4.2	Eine Binomialverteilung liegt dann vor, wenn als mögliche Ergebnisse des Produktionsprozesses nur „Qualität A" und „Nicht-Qualität A" unterschieden werden und sich die Wahrscheinlichkeit für einen Produktionsmangel von „Ziehung" zur „Ziehung" nicht ändert, die Produktion der Rucksäcke also durch das Ziehen aus einer Urne mit Zurücklegen beschrieben werden kann. Dies ist im engen Sinne eigentlich nicht der Fall, bei hohen Produktionszahlen wird dies aber annähernd erreicht. Dann kann die Produktion als eine Bernoulli-Kette interpretiert werden. $\mathrm{P(X{=}k)} = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} =$ $= \binom{n}{k} \cdot 0,25^k \cdot 0,75^{n-k}$ $E(X,n) = n \cdot p = 0,25 \cdot n$ $\sigma_X(n) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{n \cdot 0,25 \cdot 0,75}$ $= \sqrt{0{,}1875 \cdot n} = 0,25 \cdot \sqrt{3n}$	5	3	
		Summe Teilaufgabe 4.2		**8**	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungsbereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	4.3	Da die Annahme p=0,25 überprüft werden soll und keine Angaben über eine Vermutung, dass die Wahrscheinlichkeit in eine bestimmte Richtung abweicht, gegeben ist, muss ein zweiseitiger Hypothesentest durchgeführt werden. Gesucht sind also gl und gr mit $P(X \le g_l) \le 0,025$ und $P(X \ge g_r) \le 0,025$. Durch Ablesen in der Tabelle zur Summenfunktion der Binomialverteilung erhält man: $P(X \le 16)=F(100;0,25;16)=0,0211$ und $P(X \ge 35)=1-P(X \le 34)=1-F(100;0,25;34)$ $=1-0,9836=0,0164$ Die Wahrscheinlichkeit, die Hypothese p = 0,25 zu verwerfen, obwohl sie zutrifft, beträgt also $\alpha = 0,0211+0,0164 = 0,0375$, wenn man $K = \{0;1;2;...;16\} \cup \{35;36;...;100\}$ als Ablehnungsbereich festlegt.	4	5	
		Summe Teilaufgabe 4.3		**9**	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	4.4	Es stehe A für das Ereignis "In keinem Arbeitsgang treten Produktionsmängel auf." und QA für das Ereignis „Der Rucksack wird als Qualität A einsortiert und ausgeliefert." Der Anteil der ausgelieferten Rucksäcke an der Gesamtproduktion entspricht nach dem empirischen Gesetz der großen Zahlen in etwa der Wahrscheinlichkeit des Ereignis QA. $P(QA) = P(QA\|A)\cdot P(A) + P(QA\|\overline{A})\cdot P(\overline{A})$ $= 0{,}99\cdot 0{,}75 + 0{,}02\cdot 0{,}25$ $= 0{,}7425 + 0{,}0050 = \underline{\underline{0{,}7475}}$ Mit Hilfe des Satzes von Bayes erhält man: $P(\overline{A}\|QA) = \frac{P(QA\|\overline{A})\cdot P(\overline{A})}{P(QA)} = \frac{0{,}02\cdot 0{,}25}{0{,}7475} = \underline{\underline{0{,}0067}}$ Es wird also in etwa 74,75 % der produzierten Rucksäcke auch ausgeliefert. Für jeden einzelnen dieser Rucksäcke beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass er eigentlich nicht der Qualität der A-Sortierung entspricht 0,0067.	3	5	2
		Summe Teilaufgabe 4.4		**10**	
	4.5	Der Deckungsbeitrag ist die Differenz aus Verkaufserlös und variablen Kosten. Da nur 74,75 % aller produzierten Rucksäcke ausgeliefert werden, müssen die variablen Kosten der Gesamtproduktion auf diese 74,75 % verteilt werden. Um die variablen Kosten zu decken, müsste der Stückpreis also 89,70/0,7475=120,00 EUR betragen. Zuzüglich 20,00 EUR Deckungsbeitrag pro Stück liegt der Verkaufspreis also bei 140,00 EUR.		3	3
		Summe Teilaufgabe 4.5		**6**	

Auf-ga-ben	Teil-auf-ga-ben	Anforderung	Anforderungs-bereiche und Punkte		
		Erwartete Lösung	**I**	**II**	**III**
	4.6	Sei p der Anteil an gerechtfertigten Reklamationen. Die Kosten einer berechtigten Reklamation entsprechen den variablen Stückkosten, wobei aber der Ausschussanteil zu berücksichtigen ist. Für den durchschnittlichen Deckungsbeitrag ergibt sich dann: $d = (1-p)\cdot 20 + p\cdot(20 - 89{,}70 : 0{,}7475)$ $= 20 - 20\cdot p - 100\cdot p = 20 - 120\cdot p$ Zu lösen ist also die Ungleichung: $19 > 20 - 120\cdot p$ und man erhält $p > \frac{1}{120} \approx 0{,}0083$. Wenn mehr als jeder 120. Rucksack reklamiert würde, würde der durchschnittliche Deckungsbeitrag auf unter 19,00 EUR sinken. Dies ist auf lange Sicht aber sehr unwahrscheinlich, da die Wahrscheinlichkeit für einen Mangel bei einem ausgelieferten Rucksack bei 0,0067 liegt, also nur jeder 150. Rucksack Anlass zu einer berechtigten Reklamation geben würde.	2	2	6
		Summe Teilaufgabe 4.6	**10**		

		Summe Teilaufgabe 4.1	**4**
		Summe Teilaufgabe 4.2	**8**
		Summe Teilaufgabe 4.3	**9**
		Summe Teilaufgabe 4.4	**10**
		Summe Teilaufgabe 4.5	**6**
		Summe Teilaufgabe 4.6	**10**
		Summe Teilaufgaben 4	**47**

b) Darstellungsleistung

		Kriterien	Punkte
		Verwendung korrekter mathematischer Fachsprache und Symbolik, strukturierte Darstellung	je Aufgabe 3
		Summe Darstellungsleistung	**9**

Gesamtsumme aus 7.2a und 7.2b:	**150**

7.3 Bewertung (Notenfindung)

Note	Punkte	erreichte Prozentzahl	erreichte Punktzahl
sehr gut plus	**15**	100 - 96	150 - 144
sehr gut	**14**	95 - 91	143 - 136
sehr gut minus	**13**	90 - 86	135 - 129
gut plus	**12**	85 - 81	128 - 121
gut	**11**	80 - 76	120 - 114
gut minus	**10**	75 - 71	113 - 106
befriedigend plus	**9**	70 - 66	105 - 99
befriedigend	**8**	65 - 61	98 - 91
befriedigend minus	**7**	60 - 56	90 - 84
ausreichend plus	**6**	55 - 51	83 - 76
ausreichend	**5**	50 - 46	75 - 69
ausreichend minus	**4**	45 - 41	68 - 61
mangelhaft plus	**3**	40 - 34	60 - 51
mangelhaft	**2**	33 - 27	50 - 40
mangelhaft minus	**1**	26 - 20	39 - 30
ungenügend	**0**	19 - 0	29 - 0