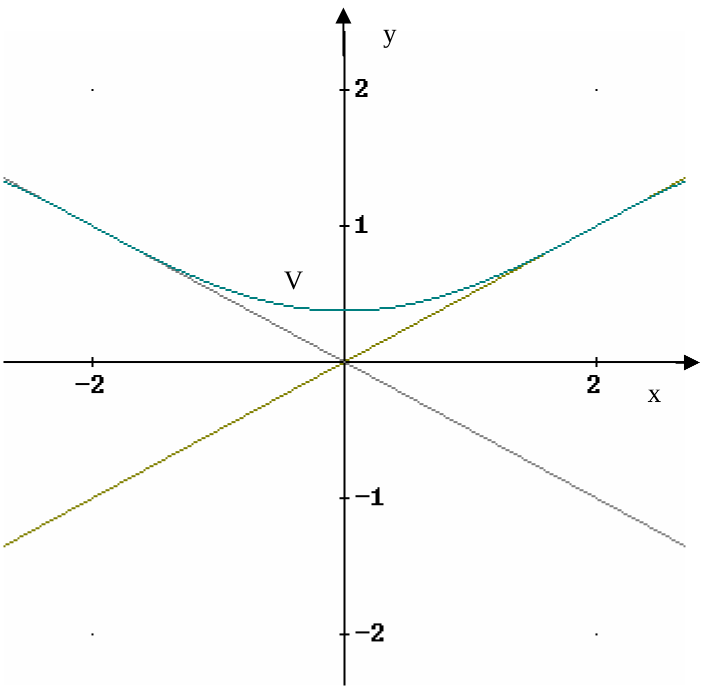
Analysis 2:

Die Aufgabe entspricht mit Veränderungen LK 2001/3 aus Baden-Württemberg und einem Vorschlag aus dem Hamburger Katalog.

Zwei geradlinig verlaufende Straßen bilden an ihrer Kreuzung einen Winkel α. Diese Kreuzung soll durch ein zusätzliches Straßenstück entlastet werden. Die Situation kann in einem geeigneten Koordinatensystem durch zwei Ursprungsgeraden und eine Verbindungskurve V dargestellt werden. (Siehe Graphik, 1 LE = 1 km.)



Die Verbindungskurve V soll durch den Graphen einer Funktion f beschrieben werden. Dafür wird gefordert, dass V in den Punkten P(-2/1) und Q(2/1) ohne Knick und ohne Krümmungssprung in die Geraden einmündet und dort endet.

a) Zeigen Sie, dass $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ einen möglichen Ansatz darstellt, indem Sie die Parameter *a, b* und *c* bestimmen. [Lösung: $a=-\frac{1}{128}, b=\frac{3}{16}, c=\frac{3}{8}$]

[9 / 0 / 0]

b) Ein weiterer Vorschlag sieht den Graphen der Funktion h mit der Gleichung $h(x)=1+\ln(\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{2})$ vor. Untersuchen Sie, ob der Graph von *h* die Forderungen an die Verbindungskurve erfüllt.

[0 / 5 / 0]

c) Die beiden Funktionen *f* und *h* sollen hinsichtlich des Landschaftsverbrauchs verglichen werden. Dazu soll jeweils der Inhalt des Flächenstücks, das von den beiden Geraden und der Verbindungskurve eingeschlossen wird, bestimmt werden. Ermitteln Sie dazu den Flächeninhalt für den Vorschlag mit der Funktion *f* exakt und den Flächeninhalt für den Vorschlag mit der Funktion *h* numerisch. (Es sollen mindestens acht Teilintervalle betrachtet werden.)

[3 / 3 / 0]

d) Ein weiterer Vorschlag für eine Straßenführung ist die so genannte Neil-Parabel

p mit der Funktionsgleichung $p(x) = 0{,}245 \cdot x^{\frac{3}{2}} + 0{,}307$, deren Graph über dem Intervall [0;2] die Verbindungskurve darstellen soll. Über dem Intervall [-2;0] wird die an der y-Achse gespiegelte Parabel gewählt.

Information: Die Länge L des zu p gehörenden Graphen mit den Endpunkten

$P_1(x_1/p(x_1))$ und $P_2(x_2/p(x_2))$ ist $L = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1+[p'(x)]^2}\,dx$.

Berechnen Sie die Länge der Verbindungskurve.

[0 / 7 / 0]

e) Schlagen Sie eine vierte Verbindungsfunktion *k* auf der Grundlage einer trigonometrischen Funktion vor. Begründen Sie Ihren Ansatz ausführlich. Eine Berechnung der Parameter ist nicht verlangt.

[0 / 0 / 3]