Erwartungshorizont: Stochastik 1

	Erwartete Leistung	Bewertung I	Bewertung II	Bewertung III

a)

Vierfeldertafel:

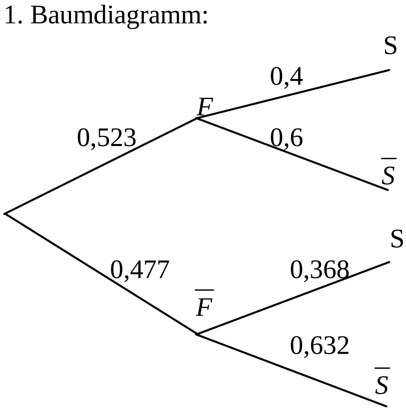
	Frauen	Männer	
SPD-Wähler	$0{,}40\cdot 0{,}523=0{,}2092$	$0{,}368\cdot 0{,}477=0{,}175536 \approx 0{,}1755$	0,3847
Nicht-SPD-Wähler	0,3138	$0{,}301464 \approx 0{,}3015$	0,6153
	0,523	0,477	1,0

(I: 3)

Es kennzeichnen ***F*** das Ereignis, dass es sich bei der „Wählerpersönlichkeit“ um eine Frau handelt, und ***S***, dass es sich um einen SPD-Wähler handelt.

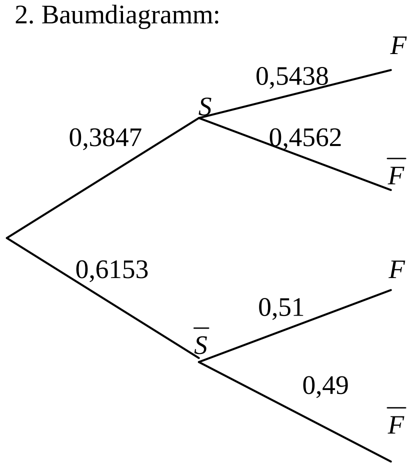
(I: 1)

1. Baumdiagramm:



1. Baum: (I: 2)

2. Baumdiagramm:



2. Baum: (II: 2)

b)

Die Zufallsvariable X kennzeichne die möglichen Anzahlen der CDU/CSU-Wähler/innen bei dieser Befragung. Streng genommen ist X hypergeometrisch verteilt, da man keine Person doppelt befragen würde. Da der Umfang der Stichprobe sehr viel kleiner als die sehr große Anzahl der Wahlberechtigten insgesamt ist, kann X näherungsweise als binomialverteilt mit den Parametern n = 1000 und p = 0,385 angesehen werden. Wegen der Gültigkeit der Bedingung $np(1-p)= 1000\cdot 0{,}385\cdot 0{,}615=236{,}775>9$ wird X im Folgenden normalverteilt behandelt.

(II: 2)

$$P(\mu - c \le X \le \mu + c) \approx \Phi\left(\frac{c}{\sigma}\right) - \Phi\left(-\frac{c}{\sigma}\right) = 2\Phi\left(\frac{c}{\sigma}\right) - 1 \ge 0{,}9$$

(I: 1)

$$\Phi\left(\frac{c}{\sigma}\right) \ge 0{,}95$$

(I: 1)

Aus der Tabelle für die Gaußsche Summenfunktion entnehme ich $\frac{c}{\sigma} \ge 1{,}645$, woraus

(I: 1)

$c \ge 1{,}645\cdot\sigma = 1{,}645\cdot\sqrt{236{,}775} \approx 25{,}31$ folgt. Das gesuchte Intervall lautet daher $[385-26;385+26]=[359;411]$. *

(I: 1)

$$P(X > 400) = 1 - P(X \le 400) \approx 1 - \Phi\left(\frac{400-385}{\sqrt{236{,}775}}\right) = 1 - \Phi(0{,}9748) = 1 - 0{,}8352 = 0{,}1648.\ *$$

(I: 2)

	Erwartete Leistung	Bewertung		
		I	II	III
c)	Wenn man den Erfolg der Informationskampagne testen will, wird man als zu testende Nullhypothese das Gegenteil dessen annehmen, was die Kampagne bewirken sollte, um diese Annahme ggf. mit geringer Irrtumswahrscheinlichkeit zu verwerfen. H_0 sei die Hypothese, dass die Kampagne keine Wirkung erzielt hat, der Prozentsatz also nicht zugenommen hat. H_0: $p \le 0{,}043$ Die Antithese lautet dann H_1:$p > 0{,}043$. **		2	
	Die Zufallsvariable X kennzeichne die möglichen Anzahlen von PDS-Wählern bei der Umfrage. Man wird die Nullhypothese ablehnen, wenn sich bei der Umfrage relativ viele Wahlberechtigte für die PDS entscheiden. Das Signifikanzniveau ist das Supremum der Wahrscheinlichkeit, H_0 abzulehnen, wenn H_0 wahr ist. Man setzt $\alpha = 0{,}05 = \sup(P_{H_0=wahr}(X \ge g))$. Die Grenze g ist dann am größten, wenn X binomialverteilt ist mit den Parametern n = 500 und p = 0,043. Da $n\,p\,(1-p) = 500 \cdot 0{,}043 \cdot 0{,}957 = 20{,}5755 > 9$ gilt, kann X wieder als näherungsweise normalverteilt angesehen werden.		1 1 1	
	$P(X \ge g) = 1 - P(X \le g-1) \approx 1 - \Phi\left(\frac{g-1-np}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{g-1-21{,}5}{\sqrt{20{,}5755}}\right) \le 0{,}05$ $\Phi\left(\frac{g-1-21{,}5}{\sqrt{20{,}5755}}\right) \ge 0{,}95$ Also gilt $\frac{g-1-21{,}5}{\sqrt{20{,}5755}} \ge 1{,}645$ wegen des streng monotonen Steigens der Φ-Funktion, und es folgt $g \ge 22{,}5 + 1{,}645 \cdot \sqrt{20{,}5755} = 29{,}96$. Damit ist $[30;500]$ als Ablehnungsbereich der Nullhypothese zu setzen. *		1 1 2	
	Entscheidungsregel: Verwirf die Hypothese p ≤ 4,3 %, wenn die Umfrage zu mindestens 30 PDS-Wählern führt. Die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler erster Art zu begehen, diese Hypothese also auf Grund des beschriebenen Verfahrens fälschlich zu verwerfen (zu verwerfen, obwohl H_0 wahr ist), beträgt höchstens 5 %. Wenn eine Umfrage zu weniger als 30 PDS-Wählern führt, wird H_0 nicht verworfen. Dennoch kann es sein, dass H_0 falsch ist, also die Werbekampagne einen Erfolg in der gesamten Wählerschaft bewirkt hat. Dies kann man aber ohne eine Befragung aller Wahlberechtigten nicht nachweisen. Wenn H_0 nicht verworfen wird, obwohl H_0 falsch ist, begeht man einen Fehler zweiter Art. Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Fehler kann ohne weitere Informationen nicht angegeben werden. * ***Wenn mit den Korrekturgliedern ±0,5 gearbeitet wird, können leicht veränderte Werte berechnet werden.*** ** ***Wird die Antithese als Nullhypothese gewählt, sind die nachfolgenden Teile entsprechend zu lösen und zu bewerten.***		2	
d)	Mit $P(X=k) = \frac{\mu^k}{k!} \cdot e^{-\mu}$ und $P(X=k+1) = \frac{\mu^{k+1}}{(k+1)!} \cdot e^{-\mu}$ folgt nach der Division $\frac{P(X=k+1)}{P(X=k)} = \frac{\frac{\mu^{k+1}}{(k+1)!} \cdot e^{-\mu}}{\frac{\mu^k}{k!} \cdot e^{-\mu}} = \frac{\mu^{k+1} \cdot k!}{\mu^k \cdot (k+1)!} = \frac{\mu}{k+1}$. Die Multiplikation mit P(X = k) ergibt das gewünschte Ergebnis.			1 2
	Summe:	12	15	3