Schriftliche Abiturprüfung 2002 Seite 1

Fach:	Mathematik
Prüfungsart:	3. Prüfungsfach – Abendgymnasium 4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule
Dauer:	3,5 Stunden
Hilfsmittel:	zugelassene Formelsammlung, zugelassener Taschenrechner

Die Aufgabenstellung umfasst 2 Seiten.

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : D_{max} \to \mathbb{R};\ \ x \mapsto a + 3 \cdot \frac{2x - a}{x^2},\ \ a \in \mathbb{R}$.

1. Bestimmen Sie alle Funktionen der Schar f_a, die an der Stelle $x = 3$ eine waagerechte Tangente haben.

2. Diskutieren Sie die Funktion $f : D_{max} \to \mathbb{R};\ \ x \mapsto \frac{3x^2 + 6x - 9}{x^2}$.

   Zur Kontrolle: $f''(x) = 6 \cdot \frac{2x - 9}{x^4}$

3. Im ersten Quadranten schließen das Schaubild von f und die Gerade $y = 3$ eine sich ins Unendliche erstreckende Fläche ein. Untersuchen Sie, ob diese Fläche ein endliches Maß besitzt.

4. An den Stellen $x_1 = 1$ und $x_2 = -3$ werden die Tangenten t_1 bzw. t_2 an den Graph von f gelegt. Zusammen mit der x-Achse begrenzen diese Tangenten eine Dreiecksfläche. Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Aufgabe 2:

Gegeben sind die Punkte A(4|3|-1), B(8|5|-1) und S(3|10|-7)

sowie die Geradenschar $h_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ a \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. Welche gegenseitige Lagebeziehung weisen die Geraden der Schar h_a auf?

2. Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene e, die die Gerade AB enthält und zu jeder der Geraden h_a parallel liegt.

3. Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M von $\overline{AB}$ und zeigen Sie, dass M der Fußpunkt des Lotes von S auf die Ebene e: $-x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 4 = 0$ ist.

4. Welches Volumen besitzt der Kegel mit Spitze S, dessen Grundkreis in der Ebene e liegt und den Durchmesser $\overline{AB}$ hat?

5. Durch welche Gleichungen wird die Menge aller Punkte, die von e den gleichen Abstand wie der Punkt S haben, beschrieben?

Fach:	Mathematik
Prüfungsart:	3. Prüfungsfach – Abendgymnasium 4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule
Dauer:	3,5 Stunden
Hilfsmittel:	zugelassene Formelsammlung, zugelassener Taschenrechner

Aufgabe 3:

1. Auf einer Party stellen sich 20 Personen in zufälliger Reihenfolge (Laplaceverteilung) zu einer Polonaise auf. Zur Steigerung der Stimmung tragen 17 Teilnehmer je eine Pappnase gleichen Fabrikats.

1.1. Einer der Teilnehmer ist der Gastgeber. Mit welcher Wahrscheinlichkeit führt er die Polonaise an?

1.2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich eine Schlange gebildet, bei der die Teilnehmer in alphabetisch geordneter Reihenfolge hintereinander gehen?

1.3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die drei Personen ohne Pappnasen hintereinander marschieren?

1.4. Nach der Polonaise nimmt jeder Teilnehmer sein Glas und stößt mit jedem genau einmal an. Wie oft klingen die Gläser?

2. Statistisch gesehen nehmen die Studienanfänger, die ihre Hochsschulzugangsberechtigung im Saarland erworben haben, zu 48% außerhalb und zu 52% innerhalb des Saarlandes ihr Studium auf.

2.1. Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass von 10 Studienanfängern, die ihre Hochschulzugangsberechtigung im Saarland erworben haben,

a) genau zwei das Studium im Saarland beginnen

b) mindestens eine Person das Studium außerhalb des Saarlandes aufnimmt.

2.2. Wie viele der Studienanfänger, die ihre Hochschulzugangsberechtigung im Saarland erworben haben, sind mindestens erforderlich, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 Prozent mindestens einer sein Studium im Saarland beginnt?