Schriftliche Abiturprüfung 2003

Fach : Mathematik

Prüfungsart : 3. Prüfungsfach – Abendgymnasium
4. Prüfungsfach – Freie Waldorfschule

Dauer : 3,5 Stunden

Hilfsmittel : Zugelassene Formelsammlung, zugelassener Taschenrechner

!!! Die Aufgaben umfassen 2 Seiten !!!

Aufgabe 1

1. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k : D \to IR\ ;\ x \mapsto \dfrac{2x^2 + kx}{3(x-1)}\ ,\ k \in IR$.

1.1 Bestimmen Sie die Funktion der Schar, deren Asymptote die Gleichung $f_A(x) = \frac{2}{3}x + 2$ hat.

1.2 Diskutieren Sie die Funktion $f : D \to IR\ ;\ x \mapsto \dfrac{2x^2 + 4x}{3(x-1)}$.

Zur Kontrolle : $f''(x) = \dfrac{4}{(x-1)^3}$

1.3 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graph von f (Teil 1.2) und der x - Achse eingeschlossen wird.

2. Gegeben ist eine Exponentialfunktion der Form $g : IR \to IR\ ;\ x \mapsto a \cdot e^{bx}\ (a, b \in IR^*)$.

2.1 Bestimmen Sie die Parameter a und b so, dass die Gerade mit $y = \frac{2}{3}x + 2$ Tangente an den Graph von g im Punkt $B(0|g(0))$ ist.

2.2 Ermitteln Sie die Umkehrfunktion h der Funktion $g : IR \to IR\ ;\ x \mapsto 2 \cdot e^{\frac{1}{3}x}$ und zeichnen Sie die Graphen von g und h in dasselbe Koordinatensystem.

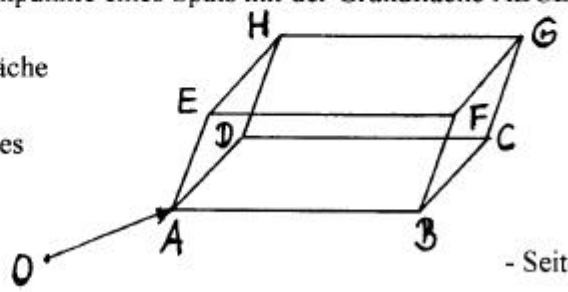
2.3 Die beiden Graphen der Funktionen g und h (Teil 2.2) kommen sich in den Punkten P und Q am nächsten. Berechnen Sie die Koordinaten von $P \in Graph\, g$ und $Q \in Graph\, h$ aus der Bedingung, dass in diesen Punkten die Tangenten parallel zur 1. Winkelhalbierenden sind.

Aufgabe 2

1. Gegeben sind die Punkte A(2 | 1 | -1), B(6 | 4 | -2), C (5 | 6 | 0), D(1 | 3 | 1) und E (0 | 3 | 5). Diese Punkte sind Eckpunkte eines Spats mit der Grundfläche ABCD. (siehe Skizze)

1.1 Weisen Sie nach, dass die Grundfläche ABCD ein Rechteck ist.

1.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.



[redacted]

2.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Auswahl von fünf Eiern mindestens drei zur Güteklasse A gehören.

2.2 Wie viele Eier muss man mindestens kaufen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % wenigstens ein Ei der Güteklasse A zu erhalten ?