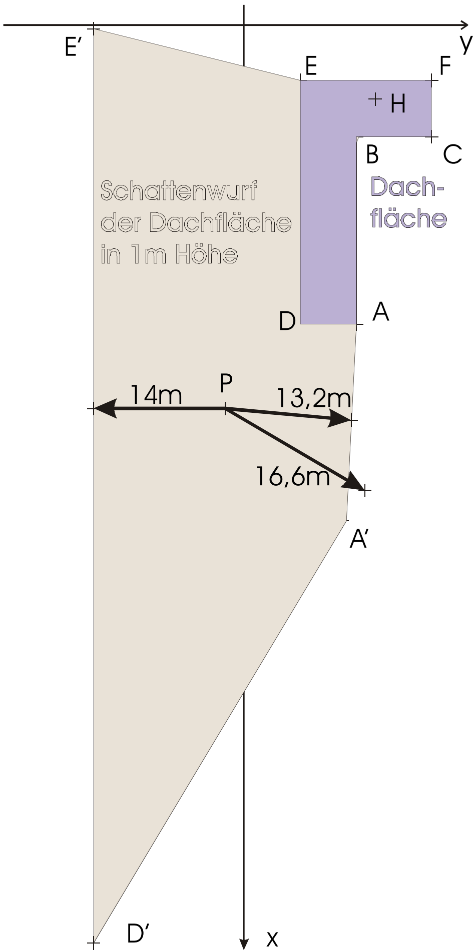


Klausur unter abiturähnlichen Bedingungen Leistungskursfach Mathematik

- Ersttermin -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Allgemeine Arbeitshinweise

Ihre Arbeitszeit (einschließlich der Zeit für das Lesen der Aufgabentexte und der Zeit für die Auswahl der Wahlaufgabe) beträgt 300 Minuten.

Die Prüfungsarbeit besteht aus den zu bearbeitenden **Pflichtteilen A, B** und **C** sowie dem **Wahlteil D**.
Es sind alle Aufgaben der Pflichtteile zu bearbeiten.
Aus dem Teil D ist **genau eine** der beiden Aufgaben zu bearbeiten.

Der Lösungsweg mit Begründungen, Nebenrechnungen und (bei Konstruktionen) Hilfslinien muss deutlich erkennbar in gut lesbarer Form dargestellt werden.

Bei Verwendung von GTR-Programmen ist anzugeben, aus welchen Eingabedaten das Programm welche Ausgabedaten berechnet.

Insgesamt sind 90 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, davon

im Teil A	35 BE,
im Teil B	25 BE,
im Teil C	15 BE,
im Teil D	15 BE.

Erlaubte Hilfsmittel:

- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Taschenrechner ohne Computer-Algebra-System
- Tabellen- und Formelsammlung (im Unterricht eingeführt, ohne ausführliche Musterbeispiele)
- Zeichengeräte

A: Analysis

a) Eine gebrochenrationale Funktion f(x) hat den Nenner x – 2, eine Asymptote mit der Gleichung y = x + 4 und eine waagerechte Tangente an der Stelle 0. Man bestimme die Funktion f(x). 3 BE

In a) ergibt sich: $f(x) = x+4+\frac{4}{x-2} = \frac{x^2+2x-4}{x-2} \quad (x \in \boldsymbol{D}_f)$

b) Gesucht sind die Nullstellen, die Extrem- und Wendepunkte; ferner untersuche man das asymptotische Verhalten von f(x) an der Polstelle und für $x \to \pm\infty$. Mit diesen Informationen skizziere man den Graph von f(x) in einem geeignet gewählten Koordinatensystem. 14 BE

c) Man berechne den Inhalt der Fläche, welche der Graph von f(x) zwischen den Stellen 4 und 10 mit der schrägen Asymptote einschließt. 3 BE

d) Die Tangente an den Graphen von f(x) an der Stelle 1 schließt mit dem Graphen von f(x) zwischen 0 und 1 ein Flächenstück ein. Man berechne dessen Inhalt. 5 BE

e) Man berechne die Koordinaten der punktsymmetrisch zum Schnittpunkt S der beiden Asymptoten liegenden Kurvenpunkte P und P´, für welche die Entfernung $\overline{PP'}$ ein Extrema annimmt und weise dessen Art nach. Wie groß ist die Entfernung? 10 BE

$y_D < y_S < y_A$ und $z_A < z_S < z_D$. Damit verdeckt mindestens diese Dachfläche die Sicht[2].

d) Der Sendeschatten wird vermutlich durch die Ebene ε_1 erzeugt[3]. Der Rand des Schattens wird dann offenbar in einer Höhe von ε_3: z = 1 (x,y ∈ **R**) durch die Kanten $\overline{DA}$ und $\overline{DE}$ geworfen. Das Problem ist damit auf die Berechnung der Schnittpunkte von Gerade und Ebene zurückgeführt.

- $E' = g_{HE} \cap \varepsilon_3 = (½ \mid -16 \mid 1)$
- $D' = g_{HD} \cap \varepsilon_3 = (98 \mid -16 \mid 1)$
- $A' = g_{HA} \cap \varepsilon_3 = (53 \mid 10{,}25 \mid 1)$

Außerdem spielt noch die Kante der Hauswand unter A eine Rolle: K'(32 | 12 | 1).
Nun bleibt noch zu fragen, von welcher der Geraden $g_{E'D'}$, $g_{D'A'}$ oder $g_{A'K'}$ der Punkt P den geringsten Abstand d hat.

- $d(P, g_{E'D'}) = 14$
  Lotfußpunkt (41 | -16 | 1)
- $d(P, g_{D'A'}) = 16.6277$
  Lotfußpunkt (49.3782 | 12.3627 | 1)
- $d(P, g_{A'K'}) = 13.2042$
  Lotfußpunkt (42.0966 | 11.1586 | 1)

Der kürzeste Weg aus dem Sendeschatten ist also in Richtung (42.0966 | 11.1586 | 1) bei etwa 13,2 m.

2 Natürlich gibt es noch andere Flächen, die die Sicht auch verdecken.
3 Diese These lässt sich nachprüfen, indem die in der Skizze nicht weiter benannten Punkte in die Rechnung einbezogen werden. Es stellt sich jedoch heraus, dass sie für das Problem keinerlei Bedeutung haben.

Ergebnis $a = \pi/2$ und $\int_{-1}^{1} f_a(x)\,dx = \frac{\pi}{2}$.

Die Untersuchung von $\lim\limits_{b\to\infty} \int_0^b f_a(x)\,dx$ führt zu

$\lim\limits_{b\to\infty} \arctan b = \frac{\pi}{2}$ und dem Flächeninhalt unterhalb der Kurve: π.

Teil D2:

Die gesamte Aufgabe kann im Wesentlichen mit GTR-Programmen gelöst werden. Die unten aufgeführten Ergebnisse wurden mit dem TI-82 prgmGeometrie ermittelt.
Die Koordinaten von Punkten werden folgendermaßen bezeichnet: $P(x_P, y_P, z_P)$

a) ε_1: 0x + 80y + 120z = 1920 bzw. gekürzt: 2y + 3z = 48
ε_2: 32x + 0y + 48z = 768 bzw. gekürzt: 2x + 3z = 48

$$\sphericalangle(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = angle l\left(\begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}\right) = 0{,}806 = 46{,}1°$$

b) $G = g \cap \varepsilon_2$ mit $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}8\\14\\16\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \underset{s=-\frac{16}{3}}{\Rightarrow}$ G(8 | 14 | 10 2/3).

Da der Richtungsvektor von g die Länge 1 hat ist |s| der gesuchte Abstand: $\overline{HG} = \frac{16}{3}$.

c) Aufgrund der Lage von P wird $S = g_{PH} \cap \varepsilon_1$ untersucht:

$$g_{PH}: \vec{x} = \begin{pmatrix}8\\14\\16\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}33\\-16\\-15\end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

⇒ S(20 | 90/11 | 116/11) für t = -7/11
S_1 liegt im Inneren der Dachfläche ε_1, wegen $x_B < x_S < x_A$;

B: Lineare Algebra / Analytische Geometrie

Gegeben seien die Punkte A (1 | 6 | 0), B (4 | 7 | 2), C (2 | 7 | 1), D (2 | 0 | 2).

a) Es sei *E* die Ebene durch A, B, C. Man stelle eine Ebenengleichung mit Parametern und eine parameterfreie Ebenengleichung von *E* auf. Man zeige, dass D nicht in der Ebene *E* liegt. 3 BE

b) Man zeige, dass die Gerade *g* durch D mit dem Richtungsvektor $\vec{a} = \begin{pmatrix}24\\-2\\11\end{pmatrix}$ parallel zu *E* ist. Man berechne ihren Abstand von *E*.
Die zu *E* orthogonale Ebene durch die Gerade *g* aus b) schneidet die Ebene *E* in einer Geraden *h*. Man gebe eine Gleichung für die Gerade *h* an. 10 BE

c) Die Gerade g_{AB} durch die Punkte A, B durchstößt die zu g_{AB} orthogonale Ebene *E´* durch C in einem Punkt F. Man bestimme diesen Punkt und berechne die Länge von $\overline{CF}$ und den Flächeninhalt des Dreiecks ABC. 8 BE

d) Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Dreiecks ABC. 4 BE
Gesucht ist das Volumen der Dreieckspyramide mit den Ecken A, B, C, D.

C: Stochastik

Eine Urne mit sehr vielen Losen enthält 10% Gewinnlose und 90% Nieten.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei Entnahme von 5 Losen 0, 1, 2, 3, 4 oder sogar 5 Gewinnlose zu bekommen? Mit wie vielen Gewinnlosen kann man „im Mittel“ rechnen? 3 BE

b) Man zieht nacheinander Lose aus der Urne. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das k-te gezogene Los das erste Gewinnlos? Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man spätestens mit dem fünften Los ein Gewinnlos gezogen? 2 BE

c) Urne I enthalte wie oben 10% Gewinnlose, Urne II aber 20%. Man kann nun die beiden Urnen nicht unterscheiden und wählt eine davon auf gut Glück, um daraus 5 Lose zu entnehmen. Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit für k Gewinnlose (k = 0,1,2,3,4,5). Mit wie vielen Gewinnlosen kann man jetzt im Mittel rechnen? 4 BE

d) Für eine Wohltätigkeitsveranstaltung stehe Urne I zur Verfügung. Jeder Teilnehmer kann beliebig viele Lose kaufen, aber man geht davon aus, dass in dieser Veranstaltung genau 300 Lose verkauft werden. Für ein Gewinnlos erhält man den doppelten Einsatz zurück.

- Welchen Betrag würde man bei einem Verkaufspreis von 1€ pro Los einnehmen? 2 BE
- Zum Preis von je 1 € kauft jemand fünf Lose.
  Mit welchem Verlust hat er zu rechnen? 1 BE
- Der Verkauf der Lose und das erstellen der Urne kosten 25 €. Außerdem sollen mindestens 500 € eingenommen werden. Welchen Preis pro Los müssten die Veranstalter wählen? 3 BE

- `solve(nDerive(fnInt(Y1,X,-1,1),A,B), B, π/2)` sucht die Nullstelle der 1. Ableitungsfunktion und beginnt bei π/2

```
Y1=1/(X²+sin A)
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=
Y8=
```

```
solve(nDeriv(fnI
nt(Y1,X,-1,1),A,
B),B,π/2)
      1.570796327
```

Berechnung der Fläche:

```
B),B,π/2)
      1.570796327
Ans→A
      1.570796327
fnInt(Y1,X,-1,1)
      1.570796327
```

Untersuchung im Unendlichen:

```
      1.570796327
fnInt(Y1,X,0,100
       1.56079666
fnInt(Y1,X,0,100
0
      1.569796327
```

Da hier nur das „halbe“ Intervall untersucht wird, ist die Größe des Flächeninhaltes π.
Und wer es genau wissen will:

$$\frac{d\left(\int_{-1}^{1} f_a(x)\,dx\right)}{d\,a} = -\frac{\cot\left(\frac{2\cdot a+\pi}{4}\right)\cdot\left[\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\sin a}}\right)\cdot(\sin a+1)+\sqrt{\sin a}\right]}{2\cdot\sin(a)^{\frac{3}{2}}}$$

ist die Ableitung der Flächenfunktion nach a und diese hat nur Nullstellen für $\cot\left(\frac{2\cdot a+\pi}{4}\right)$. Es bestätigt sich das obige

- für $0 < a < \pi$ existiert keine Polstelle
- für $\pi < a < 2\pi$ existieren die oben genannten Polstellen $x_{p1/2}$.

Extrema:

$f'_a(x_E) = 0$ mit

$f'_a(x) = \frac{-2x}{(x^2+\sin a)^2}$ folgt

$x_E = 0$ falls $a \neq k\pi$ und wegen

$f''_a(x) = \frac{2(3\cdot x^2 - \sin a)}{(x^2+\sin a)^3}$ ist $f''_a(0) < 0$ und somit

$P_{MAX}(0 \mid \sin^{-1} a)$

Wendepunkte:

aus $f''_a(x_W) = 0$ folgt $x_{W_{1/2}} = \pm\sqrt{\frac{\sin a}{3}}$ und

$$P_{W_{1/2}}\left(\pm\sqrt{\frac{\sin a}{3}} \mid \frac{3}{4\cdot\sin a}\right)$$

$f'''_a(x) = \frac{-24x\cdot(x^2-\sin a)}{(x^2+\sin a)^4}$ $\quad f'''_a(\pm\sqrt{\frac{\sin a}{3}}) \neq 0$

b) Zunächst kann die Achsensymmetrie der Kurve festgestellt werden, denn es gilt $f_a(-x) = f_a(x)$.
Außerdem kann das Integral nicht berechnet werden, wenn Polstellen existieren. In diesem Fall ($\pi < a < 2\pi$) gilt:

$$\lim_{b\to 1}\int_0^b f_a(x)\,dx = -\infty \quad .$$

Unter der Voraussetzung $0 < a < \pi$ soll $\int_{-1}^{1} f_a(x)\,dx$ in Abhängigkeit von a minimiert werden.

Vorgehen mit GTR:

- `Y1 = 1/(X²+sin(A))`
- `fnInt(Y1,X,-1,1)` ergibt den Flächeninhalt in Abhängigkeit von A
- `nDerive(fnInt(Y1,X,-1,1),A,B)` ist die Ableitung der Flächeninhaltsfunktion nach A an der Stelle B

D: Wahlaufgaben

Wählen Sie eine der Aufgaben D1 oder D2 zur Bearbeitung aus.

D1: Analysis

Gegeben ist die Kurvenschar

$$f_a(x) = \frac{1}{x^2+\sin(a)} \text{ mit } 0 \le a \le 2\pi \quad .$$

a) In Abhängigkeit von a ist $f_a(x)$ auf Nullstellen, Polstellen, Extrempunkte und Wendepunkte zu untersuchen. 10 BE

b) Für welchen Wert von a wird die Fläche zwischen dem Graph von $f_a(x)$ und der x-Achse im ersten und zweiten Quadranten am kleinsten? Diese Fläche ist zwischen den Stellen -1 und 1 zu bestimmen. Wie groß ist die gesamte Fläche zwischen dem Graph von $f_a(x)$ und der x-Achse im ersten und zweiten Quadranten? 5 BE

[Taschenrechner oder

für $\frac{1}{x^2+t^2}$ ist die Stammfunktion $\frac{\tan^{-1}\left(\frac{x}{t}\right)}{t}$]

D2: Analytische Geometrie und lineare Algebra

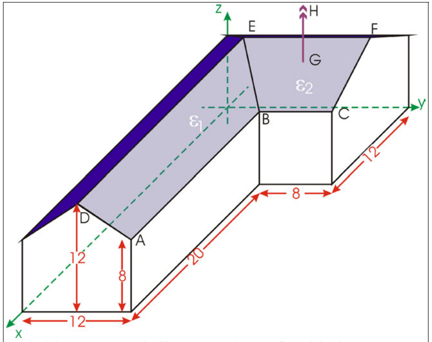


Abbildung 1: Winkelhaus (nicht maßstäblich)

In Abbildung 1 ist das Schrägbild eines Winkelhauses in ein kartesisches Koordinatensystem eingepasst. Aus den Maßangaben (in Meter) kann man die Koordinaten A, B, C, D, E, F bestimmen und damit Gleichungen der „Dachebenen“ ε_1 und ε_2 gewinnen.

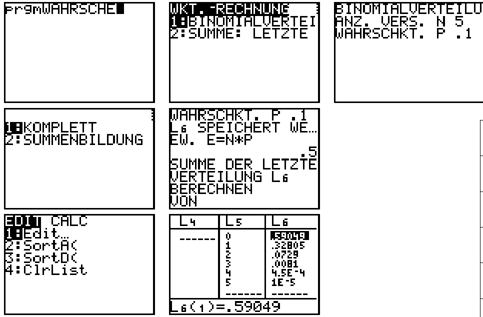
a) Geben Sie für die Ebenen ε_1 und ε_2 die Koordinatengleichungen an.
Berechnen Sie, unter welchem Winkel sich ε_1 und ε_2 längs der Dachkehle $\overline{BE}$ schneiden. 3 BE

b) Die Antenne $\overline{GH}$ hat die Spitze H(8 | 14 | 16).
Berechnen Sie die über das Dach herausstehende Länge des Antennenmastes. 4 BE

c) Zeigen Sie rechnerisch, dass man die Antennenspitze H vom Punkt P(41 | -2 | 1) aus nicht sehen kann? 3 BE

d) Eine ferngesteuerte Kehrmaschine bewegt sich in der x-y-Ebene. Die Spitze ihrer Empfangsantenne befindet sich im Punkt P. Wie weit und in welcher Richtung muss sich die Maschine bewegen, um schnellstens aus dem Sendeschatten[1] zu gelangen? 5 BE

1 Der Sender ist die Spitze H der Antenne auf dem Dach.



k	P(X=k)
0	0,59049
1	0,32805
2	0,07290
3	0,00810
4	0,00045
5	0,00001

b) Y ist die Zufallsgröße, die beschreibt, wann das erste Gewinnlos gezogen wird. Es werden zuerst k-1 Nieten gezogen danach der Gewinn:
$P(Y=k) = 0{,}9^{k-1} \cdot 0{,}1$.
$P(Y\leq 5) = 1 - 0{,}9^5 \approx 0{,}4095$

c) Die Zufallsgröße Z beschreibe, wie viele Gewinnlose gezogen werden.
$P(Z=k) = ½\, b(5, .1, k) + ½\, b(5, .2, k)$
$E(Z) = 5 \cdot 0{,}15$

k	P(Z=k)
0	0,45909
1	0,36883
2	0,13885
3	0,02965
4	0,00343
5	0,00017

d) Von 300 Losen seien 10% Gewinnlose. Bei 300 Losen nehmen die Betreiber der Tombola 1 € ein und bei 30 Losen werden sie 2 € ausbezahlen müssen. Insgesamt sind das also
300 € - 60 € = 240 €. Für ein Los würde der Käufer also durchschnittlich 0,80 € bezahlen.
Bei fünf Losen sind dann natürlich
5 · 0,80 € = 4,00 € zu erwarten.
Der Preis pro Los werde mit ψ bezeichnet.
$\psi \cdot 300 - 2 \cdot \psi \cdot 30 = 525\,€ \Rightarrow \psi = 2{,}19\,€$

Teil D1

a) Nullstellen: $f_a(x) = 0$ hat keine Lösungen
Polstellen: $x_p^2 + \sin a = 0 \Rightarrow x_{p_{1/2}} = \pm\sqrt{-\sin a}$

- für $a = k \cdot \pi$ ($k = 0, 1, 2$) ist $x_p = 0$

$\overline{DL} = \sqrt{13,5} \approx 3,674$

$h: \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 1,5 \\ -1 \end{pmatrix} + w \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ -2 \\ 11 \end{pmatrix} \quad (w \in \mathbb{R})$

c) $E': \ \left(\vec{x} - \vec{OC}\right) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

$g_{AB}: \ \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB} \quad (r \in \mathbb{R})$

$g_{AB} \cap E'$:

$\left(\vec{OA} + r \cdot \vec{AB} - \vec{OC}\right) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

$\left(\vec{CA} + r \cdot \vec{AB}\right) \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

3 + 9r + 1 + r + 2 + 4r = 14r + 6 = 0 ⇒ r = 3/7

$F\left(\frac{16}{7} \mid \frac{45}{7} \mid \frac{6}{7}\right)$

$\overline{CF} = 0,6546$

$F_{ABC} \underset{\text{ohne GTR}}{=} \frac{1}{2} \left| \vec{AB} \times \vec{AC} \right| = \frac{\sqrt{6}}{2} \underset{GTR}{=} 1,2247$

d) $V = \frac{1}{3} F_{ABC} \cdot h \quad \text{mit } h = \left|\vec{DL}\right|$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{6 \cdot 13,5} = \frac{1}{6} \sqrt{81} = \frac{3}{2}$

Teil C

X sei eine Zufallsgröße, die die Anzahl der gezogenen Gewinnlose beschreibt.

a) X ist binomialverteilt: X~b(5, 0.1, k)
weiter mit GTR prgmWahrsche:

Lösungsvorschläge

Teil A:

a) $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$

I: q(x) = x – 2 (Nenner)

II: $f(x) = G(x) + \frac{R}{q(x)}$ (Asymptote: G(x) = x + 4; dabei ist G(x) der ganzzahlige Anteil und R der Rest bei Division von p und q; R ist eine Konstante, da der Grad des Restes kleiner als der Grad des Nenners sein muss)

III: f'(0) = 0 (waagerechte Tangente für $x_S = 0$)

$\Rightarrow \quad f(x) = x + 4 + \frac{R}{x-2}$

$\Rightarrow \quad f'(x) = 1 + \frac{0 \cdot (x-2) - R \cdot 1}{(x-2)^2}$

$\Rightarrow \quad f'(0) = 1 - \frac{R}{4} = 0 \quad \Rightarrow$ R = 4 usw.

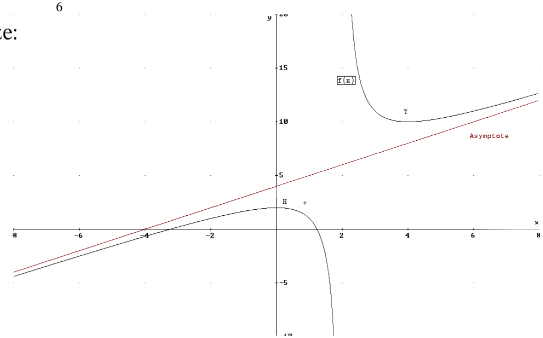
b) Eigenschaften der Funktion – GTR: Y1=f(x):

- Nullstellen: $x_{0_{1/2}} = -1 \pm \sqrt{5}$
- Extrema:
  $f'(x) = 1 - 4(x-2)^{-2}$
  $f''(x) = 8(x-2)^{-3}$
  mit $f'(x_E) = 0$ folgt $x_E = 2 \pm 2$ und H(0 | 2) bzw. T(4 | 10)
  wegen f''(0) < 0 und f''(4) > 0
- Wendepunkte:
  $f''(x_W) = 0$ hat keine Lösung – Es gibt keine Wendepunkte.
  Untersuchung des Verhaltens der Funktion:

$$\lim_{x\to\pm\infty} x+4+\underbrace{\frac{4}{x-2}}_{0} = \lim_{x\to\pm\infty} x+4 = \pm\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to 2\pm h\\ h\to 0,\, h>0}} \underbrace{6\pm h}_{6}+\frac{4}{\pm h} = 6\pm\lim_{h\to 0}\frac{4}{h} = \pm\infty$$

- Skizze:



c) $\int_4^{10} f(x)-(x+4)\,dx = \int_4^{10}\frac{4}{x-2}\,dx \underset{GTR}{=} 5{,}545$
   Stammfunktion: 4 ln(x-2)
   exakte Lösung: 8·ln(2)

d) Tangente t mit $x_S = 1$ und GTR: t(x) = -3x + 4
   $\int_0^{1} f(x)-(-3x+4)\,dx \underset{GTR}{=} 0{,}7726$
   Stammfunktion: 4 ln(x-2) + 2x²
   exakte Lösung: 2 - 4·ln(2)

e) Schnittpunkt S der beiden Asymptoten: S(2 | 6)
   Randbedingung: 0 < x < 2
   Zielfunktion (Abstand $\overline{PS}$):
   $d(x)=\sqrt{(x-2)^2+(f(x)-6)^2}$

Suchen des Minimum für d²(x):
mit GTR: `solve(nDerive((X-2)²+(Y1-6)²,X,X),X,1)`
$\rightarrow 0.3182$
exakte Lösung: $x_E = 2\pm\sqrt[4]{8}$ mit
$(d^2(x))' = 4\cdot(x-2)-\frac{32}{(x-2)^3}$

P(0,3182 | 1,9398) und
P'(3,6818 | 10,0602)
$\overline{PP'} = 8.7895$ bzw. $\overline{PP'} = \sqrt{32\cdot\sqrt{2}+32}$

Teil B:

a) E: -x – y + 2z + 7 = 0
$$E:\ \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\6\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \quad (s,t\in\mathbb{R})$$
D∉E wegen -2 – 0 + 2·2 + 7 ≠ 0

b) $g:\ \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + u\cdot\begin{pmatrix}24\\-2\\11\end{pmatrix} \quad (u\in\mathbb{R})$

Untersuchung auf lineare Abhängigkeit:
$\begin{pmatrix}24\\-2\\11\end{pmatrix} = s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ hat die Lösung L={s=13; t=-15}
folglich gilt: g || E
Abstand Punkt-Ebene:

Senkrechte zu E durch D: $s:\ \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + v\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix} \quad (v\in\mathbb{R})$

E∩s: $\begin{pmatrix}2\\0\\2\end{pmatrix} + v\cdot\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\6\\0\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ hat die

Lösungen v=-3/2, s=7/2, t=-8
Lotfußpunkt: L(3,5 | 1,5 | -1)