Aufgabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	8	Ermitteln der Nullstellen sowie der Lage und Art der lokalen Extrempunkte, z. B.: Nullstellen $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$ hinreichende Bedingung für Hochpunkt H(0,45 | 1,26) erfüllt mit $f''(0{,}45) = -10{,}6$ hinreichende Bedingung für Tiefpunkt T(2,22 | –4,23) erfüllt mit $f''(2{,}22) = 10{,}64$
	4	Zeichnen des Graphen
b)	2	Zeigen der Übereinstimmung, z. B.: Die Funktionen g_a haben unabhängig vom Parameterwert die Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 3$, die mit genau zwei Nullstellen der Funktion f übereinstimmen.
	3	Ermitteln einer Gleichung der Asymptoten und Begründen, z. B.: Gleichung der Asymptoten: $y = \frac{1}{a}(x-4)$; Wenn y = 0, so ist stets x = 4.
	4	Nachweisen der Lage, z. B.: $y' = \frac{1}{a}\cdot\frac{x^2-3}{x^2}$; $0 = \frac{1}{a}\cdot\frac{x^2-3}{x^2} \wedge x > 0$ (1) Notwendige Bedingung für die Existenz lokaler Extrempunkte ist nur für $x = \sqrt{3}$ und unabhängig vom Wert des Parameters a erfüllt. (2) Es existiert genau ein Tiefpunkt. Aus (1) und (2) folgt: $x = \sqrt{3}$ ist Gleichung der Ortskurve der Tiefpunkte.
	2	Ermitteln des Wertes des Parameters a, z. B.: $\frac{12-8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = g_a(\sqrt{3}) \Rightarrow a = 0{,}5$
c)	7	Berechnen der Maßzahl des Inhaltes der Fläche, z. B.: $A = \int_1^3 [g_{0,5}(x) - f(x)]\,dx = [x^2 - 8x + 6\ln x - (\frac{x^4}{2} - \frac{8}{3}x^3 + 3x^2)]_1^3 = 6\ln 3 - \frac{8}{3} \approx 3{,}93$
d)	5	Nachweis, z. B.: Anstiege der Tangenten: $g'_{0,5}(x)$; $(g'_{0,5}(x))' = \frac{12}{x^3}$; $0 = \frac{12}{x^3}$ (1) Die Funktion $g'_{0,5}$ ist differenzierbar. (2) notwendige Bedingung für lokale Extrempunkte der Anstiege für kein x erfüllt (3) $\lim_{x\to\infty} g'_{0,5}(x) = \lim_{x\to\infty} 2\left(1-\frac{3}{x^2}\right) = 2$ und $g'_{0,5}(x) < 2$ (4) $\lim_{x\to 0} g'_{0,5}(x) = \lim_{x\to 0} 2\left(1-\frac{3}{x^2}\right) = -\infty$ Aus (1) bis (4) folgt: Es gibt keinen größten und keinen kleinsten Wert für die Anstiege.
	35	

Aufgabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	4	Berechnen der Gradmaße, z. B.: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 90°$ $\lvert\vec{AB}\rvert = \lvert\vec{AC}\rvert \ \wedge \ \alpha = 90° \quad \Rightarrow \quad \beta = \gamma = 45°$
b)	6	Ermitteln einer Koordinatengleichung der Ebene E und Charakterisieren der besonderen Lage, z. B.: E: $7x - 24z + 153 = 0$ Die Ebene E liegt echt parallel zur y-Achse.
	3	Untersuchen der Lage der Geraden g zur Ebene E, z. B.: $\vec{n}_E \cdot \begin{pmatrix} 24 \\ -25 \\ 7 \end{pmatrix} = 0 \ \wedge \ P(-18{,}5 \mid -10 \mid 14) \notin E$ $\Rightarrow$ Die Gerade g liegt echt parallel zur Ebene E.
c)	5	Berechnen der Koordinaten des Punktes X, z. B.: $X \in g, \quad \overline{AX} = \overline{BX}$ $(3{,}5 - 24t)^2 + (25t)^2 + (-12 - 7t)^2 = (3{,}5 - 24t)^2 + (-25 + 25t)^2 + (-12 - 7t)^2$ $t = 0{,}5 \ ; \ X(-6{,}5 \mid -22{,}5 \mid 17{,}5)$ X ist der gesuchte Punkt, da die Gleichung genau eine Lösung hat.
	2	Berechnen des Gradmaßes des Winkels, z. B.: $\cos\varphi = \frac{7\sqrt{2}}{50} \quad \Rightarrow \quad \varphi \approx 78{,}6°$
d)	5	Angeben einer Geradengleichung und Ermitteln der Koordinaten des Punktes $\overline{X}$, z. B.: s: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -6{,}5 \\ -22{,}5 \\ 17{,}5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -24 \end{pmatrix}, \quad k \in R$ (1) $\overline{X} \in E$; (2) $\triangle ABC \subset E$; (3) $\angle BAC = 90°$ Aus (1), (2) und (3) folgt: $\overline{X} = M_{\overline{BC}}(-3 \mid -22{,}5 \mid 5{,}5)$.
	25	

Aufgabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	7	Ermitteln der Wahrscheinlichkeiten, z. B.: X: Anzahl der nicht korrekt verschlossenen Flaschen; $X \sim B_{20;\,0{,}088}$ $P(A) = P(X = 1) \approx 0{,}3058$ $P(B) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) \approx 0{,}4643$ $\overline{X}$: Anzahl der korrekt verschlossenen Flaschen; $\overline{X} \sim B_{20;\,0{,}912}$ $P(C) = P(\overline{X} \leq 1) = P(\overline{X} = 0) + P(\overline{X} = 1) \approx 1{,}62 \cdot 10^{-19}$
b)	5	Ermitteln der Wahrscheinlichkeit, z. B.: A: Flasche ausgesondert; K: Flasche korrekt verschlossen $P(K) = 0{,}912$; $P(\overline{K}) = 0{,}088$; $P_K(A) = 0{,}04$; $P(A) = 0{,}10$ $P_{\overline{K}}(A) = \dfrac{P(A) - P(K) \cdot P_K(A)}{P(\overline{K})} \approx 0{,}7218.$
c)	8	Entwickeln des Tests und Formulieren einer Entscheidungsregel, z. B.: Z: Anzahl der fehlerhaft etikettierten Flaschen; $Z \sim B_{100;\,0{,}20}$ (bei wahrer H_0) H_0: $p = 0{,}20$; $\dfrac{\alpha}{2} = 0{,}025$ $P(Z \leq k_L) \leq 0{,}025 \Rightarrow k_L = 11$ $P(Z \geq k_R) \leq 0{,}025 \Leftrightarrow P(Z \leq k_R - 1) \geq 0{,}975 \Rightarrow k_R = 29$ $\overline{A} = \{0; 1; ...; 11\} \cup \{29; 30; ...; 100\}$ Ist $Z \in \overline{A}$, dann hat das veränderte Verfahren mit $\alpha = 0{,}05$ signifikante Auswirkungen.
d)	5	Berechnen der Wahrscheinlichkeit, z. B.: D: Entnahme höchstens einer unterhalb der Norm gefüllten Flasche $P(D) = 3 \cdot \dfrac{4}{20} \cdot \dfrac{16}{19} \cdot \dfrac{15}{18} + \dfrac{16}{20} \cdot \dfrac{15}{19} \cdot \dfrac{14}{18} \approx 0{,}9123$
	25	

Aufgabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	3	Ermitteln einer Funktion, z. B.: $f:\ y = f(x) = (6-2x)^2\,x, \qquad D_f:\ x \in R,\ 0 < x < 3$
	7	Berechnen der Maße des Behälters bei maximalem Volumen, z. B.: $y' = f'(x) = 12(x-1)(x-3),\ 0 = 12(x-1)(x-3) \quad \Rightarrow \quad x = 1 \quad (x = 3 \text{ entfällt})$ $y'' = f''(x) = 24(x-2), \qquad f''(1) = -24$ Schlussfolgern, dass lokales Maximum gleich globalem Maximum ist Maße: quadratische Grundfläche mit Seitenlänge 4 dm; Behälterhöhe 1 dm
b)	5	Berechnen der Behältermaße bei eingeschränktem Grundflächenmaß, z. B.: $(6-2x)^2 \geq 25 \quad \Rightarrow \quad x \leq 0{,}5 \quad (x \geq 5{,}5 \text{ entfällt})$ Da f für $x \leq 1$ monoton steigend ist, ist f(0,5) das globale Maximum. Maße: quadratische Grundfläche mit Seitenlänge 5 dm; Behälterhöhe 0,5 dm
	15	

Aufgabe	BE	Hinweise, Lösungen
a)	4	Zeigen, dass $\alpha = 90°$ und Begründen, z. B.: $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 90°$ $\alpha = 90°$ und $\gamma = 90°$ sind Peripheriewinkel über dem Durchmesser $\overline{BD}$ eines Kreises k. Damit liegen alle vier Punkte A, B, C und D auf einem gemeinsamen Kreis (Satz des Thales).
	3	Ermitteln einer Gleichung des Umkreises k, z. B.: $M\ (3{,}5 \mid 5{,}5);\ r = \frac{1}{2} \cdot \lvert\vec{BD}\rvert = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{2}\ ;\ k:\ (x-3{,}5)^2 + (y-5{,}5)^2 = 12{,}5$
	3	Berechnen der Maßzahl des Inhaltes der Vierecksfläche, z. B.: $F = \frac{1}{2} \cdot \lvert\vec{AD}\rvert \cdot \lvert\vec{AB}\rvert + \frac{1}{2} \cdot \lvert\vec{CB}\rvert \cdot \lvert\vec{CD}\rvert = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 2 \cdot \sqrt{10} + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 22{,}5$
b)	5	Berechnen der Koordinaten des Punktes A_1, z. B.: $F_{ABCD} = F_{A_1BCD}\ ;\ F_{ABD} = F_{A_1BD}\ ;\ \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot d(A; g_{BD}) = \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot d(A_1; g_{BD})$ Die Punkte A und A_1 müssen folglich den gleichen Abstand von der Geraden g_{BD} haben. Also liegen A und A_1 auf einer Geraden h, die parallel zur Geraden g_{BD} verläuft. $h:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}\ ;\ t \in R\ ;\ h \cap k = \{A\ ;\ A_1\}\ ;\ A_1 \left(\frac{2}{5} \,\middle|\, \frac{19}{5} \right)$
	15	