Name: **Datum:**

Abstand von Gerade und Ebene - Grundwissen

Gegeben sind eine Ebene E durch die Gleichung $E: \vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}_1] = 0$ (d.h. die Ebene muss in Normalenform vorliegen bzw. zuerst in diese umgewandelt werden) und eine Gerade g durch die Gleichung $g: \vec{x} = \vec{a}_2 + r \cdot \vec{u}$.

Die Berechnung des Abstandes der Geraden g und der Ebene E ist nur dann sinnvoll, wenn die Gerade g parallel zur Ebene E liegt.

Dann ist der Abstand d der Geraden g zur Ebene E der Abstand eines beliebigen Punktes der Geraden g (z.B. des Stützpunktes A_2) zu der Ebene E,

d.h. der Abstand d der Geraden g zur Ebene E berechnet sich durch folgendes Verfahren:

- Stelle den Term einer Hilfsgeraden h auf, die durch den Punkt A_2 verläuft (d.h. deren Stützvektor der Stützvektor $\vec{a}_2$ der Geraden g ist) und die orthogonal zur Ebene E liegt (d.h. deren Richtungsvektor der Normalenvektor $\vec{n}$ der Ebene E ist): $h: \vec{x} = \vec{a}_2 + r \cdot \vec{n}$
- Bestimme den Schnittpunkt S der Ebene E mit der Hilfsgeraden h: $\{S\} = h \cap E$
- Berechne den Abstand d der Punkte A_2 und S.

Dieser Abstand d ist der Abstand der Geraden g zur Ebene E.

Beispiel:

Gegeben sind die Ebene $E: \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} * [\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}] = 0$ und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Gesucht ist der Abstand d der Geraden g zur Ebene E.

- $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$
- $E \cap h: \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} * [\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}] = 0 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{11}$, also

  $\vec{s} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + (-\frac{1}{11}) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\frac{10}{11} \\ 1\frac{1}{11} \\ -\frac{8}{11} \end{pmatrix}$

Name: **Datum:**

Abstand von Gerade und Ebene - Grundwissen

- $\vec{s}-\vec{a}_2=\begin{pmatrix}2\frac{10}{11}\\1\frac{1}{11}\\-\frac{8}{11}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{11}\\\frac{1}{11}\\\frac{3}{11}\end{pmatrix},\ d=\sqrt{\begin{pmatrix}-\frac{1}{11}\\\frac{1}{11}\\\frac{3}{11}\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}-\frac{1}{11}\\\frac{1}{11}\\\frac{3}{11}\end{pmatrix}}=\frac{\sqrt{1+1+9}}{11}=\frac{\sqrt{11}}{11}=\frac{1}{\sqrt{11}}$

Der Abstand d der Geraden g zur Ebene E beträgt $\frac{1}{\sqrt{11}}$ LE .